System der Philosophie

Von

Hermann Lotze

Erster Theil

Drei Bücher der Logik

Zweite Auflage

Leipzig

Verlag von S. Hirzel.

1880.

Logik

Drei Bücher

vom Denken vom Untersuchen

und vom Erkennen

Von

Hermann Lotze

Zweite Auflage

Leipzig

Verlag von S. Hirzel.

1880.

Vorwort.

Wenn ich dieses Buch als ersten Theil eines Systems der Philosophie zu bezeichnen wage, so hoffe ich, daß man hinter dieser Benennung nicht dieselben Ansprüche vermuthen wird, die in früheren Zeiten sich durch sie anzukündigen pflegten. Es kann natürlich nur meine Absicht sein, das Ganze meiner persönlichen Ueberzeugungen in einer systematischen Form darzustellen, welche dem Leser das Urtheil darüber möglich macht, in wieweit sie nicht nur in sich selbst zusammenstimmen, sondern auch dazu dienen können, die vereinzelten Gebiete unserer gewissen Erkenntniß über die großen Lücken hinweg, durch welche dieselben getrennt sind, in den Zusammenhang einer abschließbaren Weltansicht zu verknüpfen. Von diesem Beweggrund habe ich mich auch in diesem Anfang meiner Darstellung leiten lassen. Ihr erstes Buch, obwohl völlig neu geschrieben, wiederholt im Wesentlichen den Gedankengang meiner kleinen längst vergriffenen Logik vom Jahre 1843; ich habe nicht Ursache gefunden, diesen zu ändern, und noch jetzt wie damals liegt nur in ihm das Interesse, das ich selbst an der Darstellung der Logik nehme; Erweiterungen und Verbesserungen ihres Formalismus zu versuchen, jedoch innerhalb des allgemeinen Characters, den derselbe einmal hat und haben muß, halte ich jetzt wie damals für unfruchtbare Arbeit; was von ihm wissenswürdig ist, sei es auch nur in einer Art von culturgeschichtlichem Interesse, glaube ich dennoch vollständig mitgetheilt zu haben, und

bin bemüht gewesen, es in der einfachsten Form zu thun. Das zweite Buch, das, aller systematischen Fesseln ledig, zusammenstellt, was mir nützlich schien, bedarf keines Vorworts; Vieles läßt sich hier anders auswählen, Manches hinzufügen, Manches wird auch hinweggewünscht werden; man muß es wie einen offenen Markt betrachten, auf welchem man die unbegehrte Waare ruhig bei Seite läßt. Das dritte Buch war ganz anders beabsichtigt; es sollte dieselben Gegenstände, die es jetzt bespricht, in Gestalt einer historisch-kritischen Darstellung der logischen Gesammtansichten behandeln, die in Deutschland und bei den verschiedenen Nationen des Auslands in vielen sehr interessanten und der Theilnahme würdigen Formen aufgetreten sind. Der Versuch der Ausführung zeigte, daß diese Aufgabe, wenn sie mit der Gründlichkeit gelöst werden sollte, die man allen jenen schätzenswerthen Arbeiten schuldig ist, innerhalb der Grenzen dieses Buches ganz unerfüllbar blieb; vielleicht findet sich für sie eine andere Gelegenheit; vor der Hand führte dies Mißlingen mich dazu, zunächst jeder Rücksichtnahme auf fremde Ansichten zu entsagen und nur vorzutragen, was entweder Gemeingut ist oder zu meiner individuellen Anschauungsweise gehört. Möge nicht Alles, was ich geäußert habe, immer nur dieser letzten angehören!

Göttingen, 10. Juni 1874.

Außer einigen kleinen Verbesserungen der Darstellung enthält diese zweite Auflage nur einen größeren Zusatz: die Anmerkung über logischen Calcül, S. 256; ich bemerke zu S. 268, daß Jevons von Kalium spricht; warum ich Natrium vorgezogen habe, erräth man vielleicht.

Göttingen, 6. Sept. 1880.

Der Verfasser.

Inhalt.

Berichtigung.

Seite 264 unten ist zweimal zu lesen Cesare anstatt Celarent.

Erstes Buch.

Vom Denken.

(Reine Logik.)

I. Auf Anregungen der Sinne entstehen uns fast in jedem Augenblicke unseres wachen Lebens verschiedene Vorstellungen zugleich oder in unmittelbarer Abfolge. Von ihnen haben manche ein Recht, in unserem Bewußtsein so zusammenzutreffen, weil auch die Wirklichkeit, aus der sie stammen, ihre veranlassenden Ursachen immer zugleich erzeugt oder aufeinander folgen läßt; andere begegnen sich in uns nur deshalb, weil innerhalb des Bereiches der Außenwelt, für dessen Einwirkung wir erreichbar sind, ihre veranlassenden Ursachen thatsächlich in demselben Augenblick zusammentrafen, doch ohne einen inneren Zusammenhang, der ihre gleiche Verknüpfung in jedem Wiederholungsfalle sicherte. Diese Mischung **zusammengehöriger** und nur **zusammengerathener** Vorstellungen wiederholt nach einem Gesetze, welches wir unserer Selbstbeobachtung entlehnen, auch der Verlauf unserer Erinnerungen. Denn jede Vorstellung, sobald sie irgendwie im Bewußtsein neubelebt wird, erweckt auch diejenigen anderen wieder, die früher einmal, gleichzeitig oder ohne Zwischenglied folgend, mit ihr zusammengewesen sind, gleichviel ob die frühere Verknüpfung auf jener Zusammengehörigkeit der vorgestellten Inhalte oder auf dieser bloßen Gleichzeitigkeit übrigens einander fremder Erregungen beruht haben mag. Der erste Fall, die Wiederbringung des Zusammengehörigen, begründet unsere Hoffnung, zu Erkenntnissen zu gelangen; der zweite, die Leichtigkeit, mit der das Zusammengerathene an einander haftet und sich wechselseitig ins Bewußtsein drängt, ist die Quelle der Irrthümer und zunächst jener Zerstreuung, durch die unsere Gedanken von der Verfolgung eines sachlichen Zusammenhanges abgehalten werden.

II. Mit dem Namen des **Vorstellungsverlaufes** bezeichnen wir das abwechselungsreiche Ganze der Vorgänge, zu denen diese Eigenthümlichkeit unseres Seelenlebens führt. Nothwendigen Zusammenhang zwischen den Gliedern dieses Ganzen würden wir, wenn eine allwissende

Beobachtung uns zu Gebot stände, in jedem seiner Beispiele entdecken: in dem besonnenen Gedankengange des Wachenden, in den Träumen des Schlummernden, in dem Fieberwahn des Kranken. Denn aus der Anwendung allgemeiner Gesetze des Verhaltens, die für alle Seelen gleichmäßig gelten, auf die besonderen Bedingungen, die in jedem einzelnen dieser Fälle abweichend von denen des andern gegeben sind, würde der Gang jener inneren Ereignisse überall als unvermeidlicher Erfolg entspringen müssen. Wüßten wir nur, welche bleibende Eigenthümlichkeit die Natur einer bestimmten einzelnen Seele auszeichnet, übersähen wir zugleich Inhalt und Form ihres ganzen bisherigen Vorstellungsverlaufes, so würden wir auf Grund jener allgemeinen Gesetze vorhersagen können, welche dritte und vierte Vorstellung diese Seele im nächsten Augenblicke erzeugen muß, sobald sie im gegenwärtigen auf Anregung äußerer Reize diese erste und zweite erzeugt hat. In jeder anderen Seele aber, deren Natur Vorgeschichte und augenblickliche Lage andere wären, würde dieselbe erste und zweite Vorstellung, die sie auf Veranlassung gleicher äußerer Reize jetzt entwickelte, zu einer völlig verschiedenen Fortsetzung im nächsten Moment mit gleicher Nothwendigkeit führen. Eine hierauf gerichtete Untersuchung würde daher jeden Vorstellungsverlauf, den sie irgendwo vorfände, als nothwendig für die Seele, in welcher er vorkäme, und unter den Bedingungen, unter denen er stattfände, anerkennen müssen; aber sie würde keine Verknüpfungsweise der Vorstellungen auffinden, welche für alle Seelen allgemeingültig wäre. Und eben, weil jede dieser Vorstellungsreihen unter den besonderen Bedingungen, unter denen sie stattfindet, gleich nothwendig und gesetzlich zusammenhängt, wie jede andere unter den ihrigen, so wäre kein Anlaß zur Aufstellung eines Werthunterschiedes, welcher, wie derjenige zwischen Wahrheit und Unwahrheit, die eine dieser Vorstellungsverbindungen allen übrigen entgegensetzte.

III. Allgemeingültigkeit und Wahrheit nun sind die beiden Vorzüge, welche schon der gewöhnliche Sprachgebrauch denjenigen Verknüpfungen der Vorstellungen zuschreibt und vorbehält, deren Herstellung er von dem Denken allein erwartet. Wahrheit aber pflegt eine übliche Begriffsbestimmung in der Uebereinstimmung der Vorstellungen und ihrer Verbindungen mit dem vorgestellten Gegenstande und seinen eigenen Beziehungen zu suchen. Dieser Ausdruck mag Bedenken gegen

sich haben, welche hier zu erörtern nicht Gelegenheit ist; er wird indessen unverfänglich sein, wenn wir ihn dahin ändern, daß Verknüpfungen der Vorstellungen dann wahr sind, wenn sie sich nach den Beziehungen der vorgestellten Inhalte richten, die für jedes vorstellende Bewußtsein dieselben sind, nicht nach dem blos thatsächlichen Zusammentreffen der Eindrücke, das in diesem Bewußtsein sich so, in einem anderen anders gestaltet. Da nun durch die Einwirkungen, die von außen kommen, unser Vorstellen zuerst angeregt wird, so erscheint uns das Denken als eine rückwirkende Thätigkeit, welche der Geist an dem Inhalte ausübt, den ihm jene äußeren Einwirkungen und die oben erwähnten Ergebnisse ihrer Wechselwirkungen zugeführt haben. Der denkende Geist begnügt sich nicht, die Vorstellungen in denjenigen Verbindungen hinzunehmen und sich gefallen zu lassen, in welche sie der Zufall ihrer gleichzeitigen Entstehung gebracht und in der die Erinnerung sie wiederkehren läßt; sichtend vielmehr hebt er das Zusammensein der Vorstellungen auf, die nur auf diesem Wege zusammengerathen sind; diejenigen aber, die nach den Beziehungen ihrer Inhalte zusammengehören, läßt er nicht nur beisammen, sondern vollzieht ihre Verknüpfung noch einmal, jetzt aber in einer Form, die zu der thatsächlichen Wiederherstellung der Verbindung ein Bewußtsein über den Grund der Zusammengehörigkeit der neu verbundenen hinzufügt.

IV. Ich knüpfe die unentbehrliche Erläuterung des Gesagten an die Beleuchtung nahe liegender Einwürfe. Nicht ohne Absicht, die ich eingestehe, habe ich den übrigen Vorstellungsverlauf als eine Reihe von Ereignissen erscheinen lassen, die nach allgemeinen Gesetzen unseres Wesens in uns vorgehen und die wir erleiden, das Denken aber als eine Thätigkeit, die unser Geist ausübt. Nun hat es an dem Zweifel nicht gefehlt, ob überhaupt und ob in Bezug auf das Denken dieser Gegensatz von wesentlicher Bedeutung sei; ob nicht vielmehr Alles, was wir Thätigkeit zu nennen pflegen, mit zu den Ereignissen gehöre, die in uns lediglich geschehen. Es verbietet sich von selbst, diese weitgehende Frage hier zur Entscheidung zu bringen; wenn ich daher, an der Bedeutung dieses Gegensatzes festhaltend, ausdrücklich das Denken als eine Thätigkeit bezeichne, so wird man dies als eine anderswo zu beweisende, hier aber bestreitbar bleibende Voraussetzung ansehen müssen. Sie ist mir nothwendig in dem Zusammenhange des Ganzen,

zu welchem diese Betrachtung des Denkens einleiten soll; zulässig aber erscheint sie mir, weil sie zwar die allgemeine Färbung meiner folgenden Darstellung entschieden bestimmen, aber die inneren Beziehungen des darzustellenden Inhalts nicht unnatürlich ändern wird.

V. Es ist nützlicher, einer andern Fassung desselben Einwurfs zu begegnen, welche die allgemeine Gültigkeit des fraglichen Gegensatzes zugibt, aber hier nicht Veranlassung zu seiner Anwendung zu haben glaubt. Die Verknüpfung des Zusammengehörigen, die Wahrheit also, komme auf demselben Wege nur etwas später zu Stande, auf welchem Anfangs die irrigen Verbindungen des zufällig Zusammengerathenen entstehen. Denn der Lauf der Dinge selbst sorge dafür, daß diejenigen Ereignisse, welche ein innerer Zusammenhang mit einander verknüpft, unverhältnißmäßig häufiger auf uns verbunden einwirken, als diejenigen, die ohne inneres Band der Zufall bald so bald anders zusammentreffen läßt. Durch diese öftere Wiederholung befestige sich in uns die Verbindung des Zusammengehörigen, während die Verknüpfungen des Zusammengerathenen einander durch ihre Ungleichheiten lockern und zerstören. Auf diese Weise vollziehe der Vorstellungsverlauf von selbst jene Scheidung des Zusammengehörigen vom Nichtzusammengehörigen, die wir einer besonderen rückwirkenden Thätigkeit des Geistes glaubten zuweisen zu müssen; das Thier wie der Mensch erwerbe so die Menge sachentsprechender Kenntnisse, durch welche das tägliche Verhalten beider im Leben bestimmt wird. Es würde überflüssig sein, ausdrücklich hervorzuheben, daß diese Schilderung völlig richtig ist, wenn sie nur eine Entstehungsgeschichte dieses zuletzt genannten Erwerbes sein will; aber ich denke zu zeigen, daß eben durch diesen die eigenthümliche Leistung des Denkens weder scharf bezeichnet noch erschöpft ist.

VI. Eine gewöhnliche Meinung behält dem Menschen das Vermögen des Denkens vor und spricht es dem Thiere ab. Ohne für oder wider diese Annahme ernstlich zu entscheiden, benutze ich sie zur Bequemlichkeit meiner Erläuterung. In der Seele eines Thieres, die demgemäß auf bloßen Vorstellungsverlauf beschränkt wäre, würde der erste Eindruck eines belaubten Baumes nur ein Gesammtbild erzeugen, zwischen dessen Bestandtheilen besondere Beziehungen der Zusammengehörigkeit aufzusuchen hier außer der Fähigkeit auch noch jeder Antrieb fehlen würde. Der Winter entlaubt den Baum, und eine zweite Wahr-

nehmung des Thieres findet nur einen Theil des früheren Gesammtbildes wieder, der zwar die Vorstellung des andern wieder zu erzeugen strebt, darin aber durch den gegenwärtigen Augenschein bestritten wird. Wenn nun der wiederkehrende Sommer den alten Thatbestand herstellt, so mag allerdings das erneuerte Gesammtbild des belaubten Baumes jetzt nicht mehr die einfache und unbefangene Einheit der ersten Wahrnehmung besitzen; die Erinnerung an die zweite, sich zwischendrängend, scheidet es in den Bestandtheil welcher blieb und den welcher wechselte. Ich halte nicht für angebbar, was eigentlich in der Seele des Thieres sich unter den angenommenen Umständen ereignen würde; schreiben wir ihm indessen selbst die Fähigkeit noch zu, vergleichend den Verlauf seiner Vorstellungen zu überblicken und das gefundene Verhalten auszudrücken, so würde doch dieser Ausdruck nicht mehr besagen können als die Thatsache, daß zwei Wahrnehmungen bald zusammen waren bald nicht. Der Mensch, wenn er dieselben Gegenstände seiner Beobachtung den belaubten und den unbelaubten Baum nennt, drückt damit freilich nur dieselben Thatbestände aus; aber die Auffassung derselben, welche er in diesen ihm gewohnten sprachlichen Formen kundgibt, enthält doch eine ganz andere geistige Arbeit. Denn der Name des Baumes, dem er jene nähere Bezeichnung bald hinzufügt bald entzieht, bedeutet ihm nicht blos einen beharrlichen Theil seiner Wahrnehmung im Gegensatz zu einem veränderlichen, sondern die auf sich beruhende Sache, das Ding im Gegensatze zu seiner Eigenschaft. Indem er den Baum und seine Belaubung unter diesen Gesichtspunkt rückt, läßt er diese Beziehung, welche zwischen einem Dinge und seiner Eigenschaft bestehe, als den Rechtsgrund erscheinen, der sowohl die Trennbarkeit als die Verbindung beider Vorstellungen rechtfertigt, und führt so die Thatsache ihres Zusammenseins oder Nichtzusammenseins in unserem Bewußtsein auf eine sachliche Bedingung ihrer augenblicklichen Zusammengehörigkeit oder Nichtzusammengehörigkeit zurück. Man kann dieselbe Betrachtung über andere Beispiele erstrecken. In der Seele des Hundes ruft der erneute Anblick des geschwungenen Stockes die Vorstellung des früher erlittenen Schmerzes zurück; der Mensch, wenn er den Satz ausspricht, der Schlag thue weh, drückt damit nicht blos die thatsächliche Verknüpfung beider Ereignisse aus, sondern er rechtfertigt sie. Denn indem er in diesem Urtheile den Schlag als das Subject bezeichnet, von

dem der Schmerz ausgehe, läßt er deutlich das allgemeine Verhältniß einer Ursache zu ihrer Wirkung als den Grund erscheinen, um deswillen nicht blos beide Vorstellungen in uns zusammen sind, sondern die eine berechtigt und verpflichtet ist auf die andere zu folgen. Endlich mag dem Hunde mit der Erwartung des Schmerzes zugleich die Erinnerung wiederkehren, mit der Flucht, zu der ihn früher ein unwillkürlicher Trieb anleitete, sei eine Milderung des Schmerzes verbunden gewesen; und gewiß wird diese neue Verkettung seiner Vorstellungen ihn zu der nützlichen Wiederholung seiner Flucht ebenso sicher bestimmen, als wenn er überlegend schlösse: drohende Schläge verhindere insgemein die Entfernung, ihm drohe der Schlag, also müsse er flüchten. Aber der Mensch, der in gleichem oder ernsthafterem Falle einen solchen Schluß wirklich bildet, vollzieht doch eine ganz andere geistige Arbeit; indem er im Obersatz eine allgemeine Erkenntniß ausspricht und ihr im Untersatz einen besonderen Fall der Anwendung unterordnet, wiederholt er nicht nur die Thatsache jener nützlichen Verknüpfung von Vorstellungen und Erwartungen, die das Thier auf sich wirken läßt, sondern rechtfertigt sie durch Berufung auf die Abhängigkeit des Besonderen von seinem Allgemeinen.

VII. Durch diese Beispiele, welche sich auf die allbekannten Formen des Denkens, auf Begriff Urtheil und Schluß erstreckten, glaube ich hinlänglich den Ueberschuß der Leistung deutlich gemacht zu haben, welchen das Denken vor dem bloßen Vorstellungsverlaufe voraus hat: er besteht überall in den Nebengedanken, welche zu der Wiederherstellung oder Trennung einer Vorstellungsverknüpfung den Rechtsgrund der Zusammengehörigkeit oder Nichtzusammengehörigkeit hinzufügen. Diese Leistung bleibt in ihrem Werthe völlig dieselbe, welche Meinung man auch über ihre Entstehung haben mag; zögen wir vor, sie nicht als Ausfluß einer besonderen Thätigkeit, sondern nur als ein feineres Erzeugniß zu betrachten, welches der Vorstellungsverlauf unter günstigen Umständen von selbst hervorbringt, so würde uns Denken dieser Vorstellungsverlauf eben nur auf derjenigen Stufe seiner Entwicklung heißen, auf welcher er zur Erzeugung dieser neuen Leistung bereits gekommen ist. Hierin also, in der Erzeugung jener rechtfertigenden Nebengedanken, welche die Form unseres Auffassens bedingen, nicht in der bloßen Sachgemäßheit der Auffassungen, liegt die Eigenthümlichkeit

des Denkens, der unsere ganze spätere Darstellung gilt. Daß auch ohne dieses Denken der bloße Vorstellungsverlauf des Thieres eine Menge nützlicher Verknüpfungen der Eindrücke, viele zutreffende Erwartungen und passende Rückwirkungen hervorbringt, leugnen wir nicht; wir geben im Gegentheil zu, daß selbst vieles von dem, was der Mensch sein Denken nennt, in der That nur in einem Spiele einander hervorrufender Vorstellungen besteht. Dennoch bleibt hier vielleicht ein Unterschied. In den plötzlichen Eingebungen, die uns im Augenblick eine entscheidende Maßregel treffen lassen, in der raschen Uebersicht, welche verwickeltes Mannigfaltige fast schneller zergliedert, als die bloße Wahrnehmung seiner Bestandtheile möglich schien, in der künstlerischen Erfindung endlich, die sich ihrer treibenden Gründe unbewußt bleibt: in allen diesen Fällen glauben wir nicht einen Vorstellungsverlauf, welcher noch nicht Denken wäre, sondern ein verkürztes Denken wirken zu sehen. An den bestimmten Beispielen, an denen diese überraschenden Leistungen vollzogen werden, gelingen sie wohl nur, weil ein entwickeltes Denken längst an andern Beispielen die Gewohnheit jener Nebengedanken groß gezogen hatte, welche die gegebenen Eindrücke unter allgemeine Gründe ihrer Zusammengehörigkeit bringen; und wie jede Geschicklichkeit, die zur mühelosen zweiten Natur geworden ist, hat auch diese eine vergessene Zeit mühsamer Uebung hinter sich.

VIII. In den Beispielen, die ich benutzte, fielen die Nebengedanken, durch welche wir die Verknüpfungen der Vorstellungen rechtfertigten, ersichtlich mit gewissen Voraussetzungen zusammen, deren wir uns über den Zusammenhang des Wirklichen nicht entschlagen. In der That, ohne die Gesammtheit des Wahrnehmbaren durch den Gegensatz von Dingen und ihren Eigenschaften zu gliedern, ohne die Annahme einer Abfolge von Wirkungen aus Ursachen, ohne die bestimmende Macht endlich des Allgemeinen über das Besondere, ist uns jede Auffassung der umgebenden Wirklichkeit völlig unmöglich. Von hier aus erscheint es daher eine ganz von selbst sich ergebende Behauptung, in seinen Formen und den sie beseelenden Nebengedanken bilde das Denken unmittelbar die allgemeinen Formen des Seienden selbst und seiner Zusammenhänge ab, und oft genug ist in der That diese *reale* Geltung des Denkens und seiner Verfahrungsweisen gelehrt worden. Die entgegengesetzte Behauptung, die man als volles Widerspiel erwarten

könnte, ist nie gleich uneingeschränkt gewagt worden. Zu natürlich erscheint jedem Unbefangenen das Denken als ein Mittel, zur Erkenntniß des Wirklichen zu gelangen, und viel zu sehr beruht alle Theilnahme für die wissenschaftliche Untersuchung seines Verfahrens auf dieser Voraussetzung, als daß man jemals von einer blos formalen Geltung alles logischen Thuns mit bestimmter Leugnung jeder Beziehung desselben zu der Natur des Seienden hätte sprechen können. Indem man daher die Formen und Gesetze des Denkens zunächst als eigenthümliche Folgen der Natur unserer geistigen Organisation ansah, schloß man nicht jedes Zusammenpassen derselben zu dem Wesen der Dinge aus, aber man leugnete jene Beziehung kurzer Hand, nach welcher die Formen des Denkens unmittelbare Abbilder der Formen des Seins wären.

IX. Zu dieser vielbehandelten Streitfrage kann eine Einleitung nur eine vorläufige Stellung nehmen. Gewiß werden wir recht thun, wenn wir am Anfange unserer Betrachtung nur das beachten, was hier schon klar sein kann, die Entscheidung des Ungewissen aber ihrem Fortgange überlassen. Bleiben wir deshalb bei der natürlichen Voraussetzung, welche das Denken als ein Mittel zur Erkenntniß ansieht. Nun hat jedes Werkzeug die doppelte Verpflichtung, sachgerecht und handgerecht zu sein. Sachgerecht, sofern es durch seinen eigenen Bau im Stande sein muß, den Gegenständen, die es bearbeiten soll, überhaupt nahe zu kommen, sie zu erreichen, zu fassen und an ihnen einen Angriffspunkt für seine umgestaltende Einwirkung zu finden; und diese Forderung erfüllen wir für das Denken durch das Zugeständniß, daß seine Formen und Gesetze gewiß nicht bloße Sonderbarkeiten menschlicher Geisteseinrichtung, sondern daß sie, so wie sie sind, beständig und durchgehends auf das Wesen des Wirklichen berechnet sind. Handgerecht aber muß jedes Werkzeug dadurch sein, daß es durch andere Eigenschaften seines Baues ergreifbar haltbar und bewegbar für die Kraft die Stellung und den Standpunkt desjenigen ist, der sich seiner bedienen soll; und diese zweite nothwendig zu erfüllende Forderung beschränkt für das Denken den Sinn des vorigen Zugeständnisses. Nur ein Geist, der im Mittelpunkte der Welt und alles Wirklichen stände, nicht außerhalb der einzelnen Dinge, sondern sie alle durchdringend und mitseiend, nur ein solcher möchte eine Anschauung der Wirklichkeit besitzen,

die, weil sie nichts erst zu suchen brauchte, unmittelbar das völlige Abbild derselben in ihren eignen Formen des Seins und der Thätigkeit wäre. Der menschliche Geist dagegen, um dessen Denken allein es sich für uns handelt, steht in diesem Mittelpunkte der Dinge nicht, sondern hat seinen bescheidenen Ort irgendwo in den letzten Verzweigungen der Wirklichkeit. Genöthigt, seine Erkenntniß durch Erfahrungen, die sich unmittelbar nur auf einen kleinen Bruchtheil des Ganzen beziehen, stückweis zusammenzubringen und von hier aus vorsichtig zu der Auffassung dessen vorzudringen, was nicht in seinen Gesichtskreis fällt, hat er sehr wahrscheinlich eine Menge von Umwegen nöthig, die der Wahrheit selbst, die er sucht, gleichgültig, aber ihm, der sie sucht, unvermeidlich sind. Wie sehr wir mithin die ursprüngliche Beziehung der Denkformen auf das Ziel der Erkenntniß, die Natur der Dinge, voraussetzen mögen: darauf müssen wir uns doch gefaßt machen, manche Bestandtheile in ihnen anzutreffen, die das eigne Wesen des Wirklichen nicht sofort abbilden, zu dessen Erkenntniß sie führen sollen; ja es bleibt die Möglichkeit, daß ein sehr großer Theil unserer Denkbemühungen nur einem Gerüste gleicht, das keineswegs zu den bleibenden Formen des Baues gehört, den es aufführen half, das im Gegentheil wieder abgebrochen werden muß, um den freien Anblick seines Ergebnisses zu gewähren. Es reicht hin, diese vorläufige Erwartung erregt zu haben, mit der wir dem Gegenstande unserer Betrachtung entgegenkommen wollen; jede bestimmtere Entscheidung über die Grenzen, welche die formale Gültigkeit unseres Denkens von seiner realen Bedeutung trennt, kann nur von dem Verlaufe unserer Untersuchungen gefordert werden.

X. Ich vermeide absichtlich, den Beginn dieser letzteren durch Erörterungen zu verzögern, die mir mit Unrecht den Zugang zur Logik zu erschweren scheinen. Welche Gemüthsverfassung dazu gehöre, um die Denkhandlungen mit Glück zu vollziehen, wie die Aufmerksamkeit zusammenzuhalten, die Zerstreuung zu verhüten, die Schläfrigkeit aufzuregen, die Uebereilung zu zügeln sei: alle diese Fragen gehören so wenig zum Gebiete der Logik, als die Untersuchungen über die Entstehung unserer Sinneseindrücke und die Bedingungen, unter denen Bewußtsein überhaupt und bewußte Thätigkeit möglich ist. Vorausgesetzt vielmehr, daß es alles dies gebe, Wahrnehmungen Vorstellungen

und ihre Verflechtung nach den Gesetzen eines seelischen Mechanismus, beginnt die Logik selbst erst mit der Ueberzeugung, daß es dabei sein Bewenden nicht haben soll, daß vielmehr zwischen den Vorstellungsverknüpfungen, wie sie auch immer entstanden sein mögen, ein Unterschied der Wahrheit und Unwahrheit stattfinde, daß es endlich Formen gebe, denen diese Verknüpfungen entsprechen, Gesetze, denen sie gehorchen sollen. Allerdings kann es eine psychologische Untersuchung geben, welche auch den Ursprung dieses gesetzgebenden Bewußtseins in uns aufzuklären strebt; aber auch dieser Versuch würde die Richtigkeit seiner eignen Ergebnisse nur nach dem Maßstab messen können, den eben dieses von ihm zu untersuchende Bewußtsein aufstellt. Zuerst muß daher das ermittelt werden, was der Inhalt dieser gesetzgebenden Ueberzeugung in uns ist; nur in zweiter Linie kann ihre eigne Entstehungsgeschichte, und dann nur in Uebereinstimmung mit den Forderungen, welche sie selbst ausspricht, unternommen werden.

XI. Indem ich für erschöpft halte, was ich zur Einleitung meiner Darstellung zu bedürfen glaubte, füge ich eine vorläufige Uebersicht ihres Ganges hinzu. Die Beispiele, welche wir bisher benutzten, führen von selbst in einen ersten Haupttheil ein, der unter dem Namen der reinen oder formalen Logik dem Denken überhaupt und jenen allgemeinen Grundformen und Grundsätzen desselben gewidmet ist, die ohne Rücksicht auf die Verschiedenheit der zu behandelnden Gegenstände überall sowohl in der Beurtheilung des Wirklichen als in der Ueberlegung des Möglichen gelten. Die bloße Nennung von Begriff Urtheil und Schluß genügt, um zu bemerken, wie natürlich diese Formen sich als verschiedene Stufen einer und derselben Thätigkeit darstellen; diesen Faden des Zusammenhangs wird meine Behandlung der reinen Logik etwas schärfer als gewöhnlich anzuspannen suchen. Sie wird die verschiedenen Denkformen in eine aufsteigende Reihe ordnen, in welcher jedes spätere Glied einen Mangel zu tilgen sucht, den das zunächst frühere übrig ließ, weil es dem allgemeinen Bestreben des Denkens, Zusammenseiendes auf Zusammengehöriges zurückzuführen, in Bezug auf die Frage, die ihm, diesem früheren Gliede, vorlag, noch keine vollständige Befriedigung verschaffte. Diese Reihe von Gliedern wird von den einfachsten Formungen der einzelnen Eindrücke bis zu dem Gedanken der umfassenden Ordnung fortschreiten, welche wir, wenn es

anginge, dem Ganzen der Welt, auf Grund dieses allgemeinen logischen Triebes, geben möchten.

XII. Die reine Logik selbst nun wird zeigen und erläutern, daß die Formen des Begriffs, des Urtheils und des Schlusses zunächst als ideale Formen zu betrachten sind, die dann, wenn es gelingt, den gegebenen Stoff der Vorstellungen in sie einzuordnen, die wahre logische Fassung dieses Stoffes erzeugen. Aber die verschiedenen Eigenthümlichkeiten der verschiedenen Gegenstände setzen dieser Einordnung Widerstände entgegen; nicht von selbst ist klar, welche Summe von Inhalt als abgeschlossener Begriff einem andern entgegengesetzt zu werden verdient; nicht von selbst, welches Prädicat allgemeingültig welchem Subject zukommt, noch wie das allgemeine Gesetz zu finden ist, das einer systematischen Anordnung eines Mannigfachen als Princip dienen soll. Die angewandte Logik beschäftigt sich mit den Methoden des Untersuchens, welche diese Mängel beseitigen. Als eine Betrachtung von Hindernissen und den Kunstgriffen zu ihrer Bewältigung muß diese Lehre, mit Aufopferung der Vorliebe für Systematik, nach Rücksichten der Nützlichkeit dasjenige auswählen, was die bisherige Erfahrung der Wissenschaft als erheblich und fruchtbar kennen gelehrt hat; die Grenzenlosigkeit des hier sich bietenden Beobachtungsstoffes macht es leider unmöglich, diesen glänzendsten, der Erfindungsgabe der Neuzeit angehörigen Theil der Logik mit an sich wünschenswerther Vollständigkeit herzustellen.

XIII. Dem Erkennen wird der dritte Theil sich widmen, der Frage also, die unsere Einleitung berührte, ohne sie zu beantworten: in wie weit kann ein Ganzes von Gedanken, das wir durch alle Mittel der reinen und der angewandten Logik aufzubauen im Stande gewesen sind, darauf Anspruch machen, eine zutreffende Erkenntniß dessen zu sein, was wir als Gegenstand und veranlassende Ursache unserer Vorstellungen glauben voraussetzen zu müssen. Je geläufiger dem gewöhnlichen Bewußtsein dieser Gegensatz zwischen dem Gegenstande unserer Erkenntniß und unserer Erkenntniß dieses Gegenstandes ist, um so unbesorgter kann ich seine Erwähnung als eine vorläufige Bezeichnung der Betrachtungen gelten lassen, die diesem dritten Theile zufallen werden; ihm selbst mag es aufbehalten bleiben, die Schwierigkeiten aufzudecken, welche diese scheinbar klare Gegenüberstellung enthält, und sich darnach die Grenzen seiner Aufgaben genauer zu bestimmen.

Erstes Kapitel.

Die Lehre vom Begriffe.

A. Die Formung der Eindrücke zu Vorstellungen.

1. In Beziehungen eines Mannigfachen pflegen sich uns die Leistungen des Denkens zu zeigen; man kann daher glauben, auch die ursprünglichste seiner Handlungen in einer einfachsten Art der Verknüpfung zweier Vorstellungen suchen zu müssen. Eine leichte Ueberlegung räth uns indessen, noch einen Schritt weiter zurückzugehen. Aus lauter Kugeln läßt sich ein Haufe leicht zusammenwerfen, wenn es gleichgültig ist, wie sie liegen; ein Gebäude von regelmäßiger Gestalt dagegen ist nur aus Bausteinen möglich, die einzeln bereits jeder in Formen gebracht sind, in welchen sie einander passende Flächen zu sicherer Anfügung und Auflagerung zuwenden. Man wird Aehnliches hier erwarten müssen. Als bloße Erregungen unseres Inneren können die Zustände, welche den äußern Reizen folgen, ohne weitere Vorbereitung in uns beisammen sein und auf einander so wirken, wie es eben die allgemeinen Gesetze unseres Seelenlebens gestatten oder befehlen; um dagegen in der bestimmten Form eines Gedankens verbindbar zu werden, bedürfen sie einzeln einer vorgängigen Formung, durch welche sie überhaupt erst zu logischen Bausteinen, aus Eindrücken zu Vorstellungen werden. Nichts ist uns im Grunde vertrauter als diese erste Leistung des Denkens; wir pflegen nur deshalb über sie hinwegzusehen, weil sie in der Bildung der uns überkommenen Sprache beständig schon geleistet ist und darum zu den selbstverständlichen Voraussetzungen, nicht mehr zu der eigenen Arbeit des Denkens zu gehören scheint.

2. Was unmittelbar unter dem Einflusse äußerer Reize in uns entsteht, die Empfindung oder das sinnliche Gefühl, ist an sich nichts als ein Zustand unseres Befindens, eine Art, wie uns zu Muth ist. Nicht immer gelingt es uns, einen Namen zu finden für das, was wir so leiden, und es dadurch mittheilbar an Andere zu machen; nur die formlose Interjection, der Ausruf, bleibt uns zuweilen übrig, um dies Unsagbare, ohne sichere Hoffnung auf Verständniß, wenigstens zu verlautbaren. In den günstigeren Fällen aber, in welchen uns die Schöpfung eines Namens gelungen ist, welche Leistung ist dann ausgeführt, und verräth sich eben in dieser Schöpfung selbst? Keine andere, als eben die, die wir hier suchen, die Verwandlung eines Eindrucks in Vorstellung. Sobald wir die verschiedenen Erregungen, welche uns Lichtwellen durch unser Auge veranlassen, grün oder roth nennen, haben wir ein früher Ungeschiedenes geschieden: unser Empfinden von dem Empfindbaren, auf das es sich bezieht. Dies Empfindbare stellen wir jetzt vor uns hin, nicht mehr als einen Zustand unseres Leidens, sondern als einen Inhalt, der an sich selbst ist was er ist und bedeutet was er bedeutet, und der dies zu sein und zu bedeuten fortfährt, gleichviel ob unser Bewußtsein sich auf ihn richtet oder nicht. Man wird leicht hierin den nothwendigen Anfang jener Thätigkeit entdecken, die wir dem Denken überhaupt zueigneten; sie kann hier noch nicht darauf gerichtet sein, zusammenseiendes Mannigfaltige in Zusammengehöriges zu verwandeln; sie löst vor Allem die Voraufgabe, jedem einzelnen Eindrucke die Bedeutung eines an sich Gültigen zu geben, ohne welche später eine sachliche Zusammengehörigkeit mehrerer keinen angebbaren Sinn im Gegensatze zu bloßem Zusammensein in uns haben könnte.

3. Man kann diese erste Leistung des Denkens als Beginn einer Objectivirung des Subjectiven bezeichnen; ich benutze diesen Ausdruck, um durch Abwehr eines Mißverständnisses den einfachen Sinn des Gesagten zu verdeutlichen. Objectivität in der Bedeutung eines irgendwie gearteten wirklichen Daseins, das auch bestände, wenn Niemand es dächte, wird durch die logische That, die sich in der Schöpfung eines Namens verräth, dem durch eben diese Schöpfung entstehenden Vorstellungsinhalt nicht zuerkannt; was in Wahrheit diese erste Denkhandlung sagen will, machen die Sprachen am leichtesten klar, die sich den Gebrauch des Artikels bewahrt haben. Denn durch diesen, welcher

überall ursprünglich den Werth eines demonstrativen Pronomen hatte, wird das mit ihm versehene Wort als der Name von Etwas bezeichnet, worauf sich hinweisen läßt; hin aber weisen wir auf das, was einem Andern ebenso wahrnehmbar werden kann, wie es uns gewesen ist. Nun freilich geschieht dies am leichtesten in Bezug auf Dinge, die in der That in äußerlicher Wirklichkeit zwischen den Sprechenden stehen, aber die gebildete Sprache vergegenständlicht auch jeden andern Denkinhalt auf gleiche Weise. Die Objectivität, welche sie durch den auch in solchen Fällen gebrauchten Artikel andeutet, fällt daher nicht im Allgemeinen mit der Wirklichkeit zusammen, die den Dingen zukommt; sie traf vielmehr in den Benennungen dieser nur mit einem thatsächlichen Anspruch auf eine solche zusammen, den ihnen die unterscheidende Eigenthümlichkeit ihrer realen Natur gibt. Von dem Schmerze, der Helligkeit, der Freiheit sprechen wir nicht so, als könnte der Schmerz dasein, wenn ihn Niemand fühlt, die Helligkeit, wenn sie kein Auge sieht, die Freiheit, wenn kein Wesen wäre, das sich der Uneingeschränktheit seines Handelns entweder selbst erfreute oder sie fühlbar machte für Andere. Noch weniger, wenn wir von dem Zwar dem Aber und dem Dennoch reden, meinen wir durch den Artikel ein Dasein anzudeuten, das den durch diese Worte bezeichneten Denkinhalten irgendwie auch außerhalb jedes Vorstellens zukäme; wir sagen durch diese Ausdrucksweisen nur, daß gewisse eigenthümliche Widerstreite und Spannungen, die wir im Verlauf unserer Vorstellungen fühlen, nicht blos Seltsamkeiten unseres Befindens und unabtrennbar von diesem sind, daß sie vielmehr auf eigenen Beziehungen verschiedener Vorstellungsinhalte beruhen, welche jeder, der diese denken wird, ebenso zwischen ihnen vorfinden wird, wie wir. Durch die logische Objectivirung, die sich in der Schöpfung des Namens verräth, wird daher der benannte Inhalt nicht in eine äußere Wirklichkeit hinausgerückt; die gemeinsame Welt, in welcher Andere ihn, auf den wir hinweisen, wiederfinden sollen, ist im Allgemeinen nur die Welt des Denkbaren; ihr wird hier die erste Spur eines eigenen Bestehens und einer inneren Gesetzlichkeit zugeschrieben, die für alle denkenden Wesen dieselbe und von ihnen unabhängig ist, und es ist hier ganz gleichgültig, ob einzelne Theile dieser Gedankenwelt Etwas bezeichnen, was noch überdies außerhalb der denkenden Geister selbständige Wirklichkeit besitzt, oder ob ihr ganzer

Inhalt überhaupt nur in den Gedanken der Denkenden, mit gleicher Gültigkeit dann für alle, Dasein hat.

4. Durch diese Vergegenständlichung des eben so erst entstehenden Inhalts ist indessen nicht der ganze Sinn dieser ersten Denkhandlung erschöpft; vor sich hinstellen kann ihn das Bewußtsein nicht blos überhaupt, sondern nur indem es ihm eine bestimmte Stellung gibt; nicht überhaupt blos kann es ihn von einem Zustand seiner eigenen Erregung unterscheiden, ohne ihm anstatt der Art des Seins, die er als solcher Zustand hatte, eine andere Art seines Bestehens zuzuerkennen. Was mit dieser Forderung gemeint ist, denn ich gebe zu, daß es diesem Ausdruck derselben an unmittelbarer Klarheit fehlt, zeigt uns am einfachsten die Sprache durch ihre wirkliche Erfüllung. Denn nur die Interjection, die keines Inhalts Name ist, läßt sie in der Formlosigkeit, die ihr als bloßem Ausdruck einer Erregung zukommt; ihren ganzen übrigen Wortschatz gliedert sie in die bestimmten Formen der Substantiva der Adjectiva der Verba, der bekannten Redetheile überhaupt. Und daß sie durch diese verschiedenartige Ausprägung ihres ganzen Schatzes eine Vorbedingung erfüllt, welche das Denken zu seinen späteren Leistungen nicht entbehren kann, bedarf kaum der besonderen Versicherung, denn offenbar weder die Verbindung der Merkmale zum Begriff, noch die der Begriffe zum Urtheile oder der Urtheile zum Schluß wäre möglich, wenn alle Vorstellungsinhalte gleich formlos oder in gleicher Form gefaßt wären, und wenn nicht einige von ihnen substantivisch als Bezeichnungen für sich feststehender Inhalte anderen adjectivischen eine Stätte der Anknüpfung gewährten, noch andere verbale die flüssigen Beziehungen darstellten, die eines mit dem andern in Verbindung zu bringen bestimmt sind. Ich halte nicht für angemessen, diese eigenthümliche Gestaltung des Vorstellungsinhalts als eine zweite Denkhandlung von jener ersten zu trennen, der wir die Vergegenständlichung desselben zuschrieben; ich fasse vielmehr die erste That des Denkens in diese untheilbare Leistung zusammen, dem vorgestellten Inhalt eine dieser logischen Formungen zu geben, indem sie ihn für das Bewußtsein vergegenständlicht, oder auch ihn dadurch eben zu vergegenständlichen, daß sie ihm eine dieser bestimmten Formungen gibt.

5. Unvermeidlich erinnern die drei Redetheile, die ich hervorhob, an drei unserer Beurtheilung der Wirklichkeit unentbehrliche Begriffe.

Denn in der That nicht einmal eine aussprechbare Uebersicht über die wahrnehmbare Welt ist uns möglich, ohne in ihr Dinge als die festen Punkte zu denken, die einer Vielheit unselbständiger Eigenschaften als Träger dienen und durch veränderliche Ereignisse, das Spiel des Geschehens, unter einander verbunden werden. Ist Metaphysik die Untersuchung nicht des Denkbaren überhaupt, sondern des Wirklichen oder dessen, was als wirklich anerkannt werden soll, so sind diese Begriffe des Dinges der Eigenschaft und des Geschehens metaphysische Begriffe; nicht solche vielleicht, welche die Metaphysik am Ende ihrer Untersuchung in unveränderter Geltung lassen würde, aber solche gewiß, die am Anfang derselben unmittelbar das eigne Wesen und die Gliederung des Seienden zu bezeichnen vorgeben. Mit ihnen scheinen nun die logischen Formen der Substantivität Adjectivität und Verbalität für den ersten Blick zusammenzufallen; ein zweiter freilich zeigt zwischen beiden Reihen den gleichen Unterschied, welcher die logische Vergegenständlichung eines Vorstellungsinhaltes von äußerer Wirklichkeit trennte. Denn für Ding oder Substanz gilt uns nur, was außer uns wirklich und in der Zeit dauernd theils in Anderem Veränderungen bewirkt, theils veränderliche Zustände selbst zu erleiden vermag; substantivisch aber fassen wir nicht die Dinge allein, sondern ihre Eigenschaften ja auch; substantivisch sprechen wir von der Veränderung, dem Ereigniß, dem Nichts selbst, kurz von Unzähligem, was entweder nicht ist, oder doch nicht selbständig für sich, sondern nur an Anderem Bestand hat. Durch die Form der Substantivität eignen wir daher dem in sie gebrachten Inhalt nur in Beziehung auf das, was von ihm als einem Subject künftiger Urtheile weiter ausgesagt werden soll, dieselbe Priorität und Selbständigkeit zu, die dem Dinge gegenüber seinen Eigenschaften Zuständen und Wirkungen zukommt, aber keineswegs die Realität selbständiger Wirklichkeit und Wirksamkeit, die dieses vor dem blos Denkbaren voraus hat. Auch Verba bezeichnen am häufigsten freilich ein in der That zeitlich verlaufendes Geschehen; aber wenn wir sagen, daß die Dinge sind oder daß sie ruhen, daß eines das andere bedingt oder ihm gleicht, so zeigt sich, daß auch die verbale Form nicht allgemein ihrem Inhalt die Bedeutung eines Geschehens gibt, sondern sie nur gewöhnlich in ihm vorfindet. Um den Sinn solcher Verba, wie wir sie eben als Beispiele brauchten, vollständig zu denken, haben wir mehrere einzelne Inhalte

durch eine Bewegung unseres Vorstellens zu verknüpfen, eine Bewegung, die ausführbar freilich nur in der Zeit, aber doch in dem, was sie bedeutet oder sagen will, von allem Zeitverlauf unabhängig ist. Mit einem Wort: nicht ein Geschehen, sondern eine Beziehung zwischen mehreren Beziehungspunkten ist der allgemeine Sinn der verbalen Form; und diese Beziehung kann ebenso gut zwischen Inhalten vorkommen, die stets unzeitlich nur in der Welt des Denkbaren zusammen, wie zwischen solchen, die, der Wirklichkeit angehörig, einer zeitlichen Veränderung zugänglich sind. Gewiß bezeichnen endlich die Stammadjectiva der Sprache, wie blau und süß, zunächst das, was unserer ersten Auffassung als wirkliche Eigenschaft von Dingen erscheint; aber jede ausgebildete Sprache kennt doch Worte wie: zweifelhaft parallel und erlaubt; Worte, die schon der einfachsten Ueberlegung nicht mehr in dem einfachen Sinne, wie jene, eine an den Dingen selbst haftende Eigenschaft bedeuten können; sie sind verkürzte und verdichtete Bezeichnungen der Ergebnisse von allerhand Beziehungen, und nur für Zwecke des Denkens bringen wir ihren adjectivisch gefaßten Inhalt in das formale Verhältniß zu dem eines Substantivs, in welchem wir uns die Eigenschaft zu ihrem Träger stehend vorstellen. Allgemein ausgedrückt ist daher der logische Sinn der Redetheile nur ein Schatten von dem jener metaphysischen Begriffe: er wiederholt nur die formalen Bestimmungen, die diese von dem Wirklichen behaupten; aber indem er ihre Anwendung nicht auf das Wirkliche beschränkt, läßt er auch den Theil ihrer Bedeutung fallen, den sie nur in dieser Anwendung erhalten.

6. Fanden wir endlich in den Formen der Redetheile die ursprünglichsten Denkhandlungen, so müssen wir sie nun auch von diesem ihrem sprachlichen Ausdruck zu unterscheiden wissen. Jetzt, nachdem einmal der Mensch sich zur Mittheilung seiner Gedanken der Lautsprache bedient, jetzt erscheinen jene Denkhandlungen allerdings am anschaulichsten in der Form der Redetheile; an sich aber sind sie nicht unlösbar an das Vorhandensein der Sprache gebunden. Schon die Entwicklung, deren die Gedankenwelt der Taubstummen, wenn auch unter erster Anleitung der Sprechenden, fähig ist, beweist uns, daß die innere logische Arbeit von der Möglichkeit ihres sprachlichen Ausdrucks unabhängig ist. Nur darin besteht diese Arbeit, daß wir den einen Vorstellungsinhalt mit dem Gedanken seiner verhältnißmäßigen Selbständigkeit be-

gleiten, einen andern als der Anlehnung bedürftig, einen dritten als Mittelglied denken, das weder für sich besteht, noch an einem anderen ruht, sondern die vermittelnde Beziehung zwischen zweien bildet. Niemand bezweifelt die höchst wirksame Unterstützung, welche für die Ausbildung des Denkens in der Fähigkeit der Sprache liegt, durch scharfbestimmte Lautbilder und regelmäßige Umlautungen derselben allen jenen Formungen und Umformungen der Gedanken eine für das Bewußtsein anschauliche Gegenständlichkeit zu geben; gleichwohl, wäre dem Menschen anstatt der Lautsprache eine andere Mittheilungsweise natürlich, so würden dieselben logischen Nebengedanken sich auch in dieser einen entsprechenden, freilich ganz anders gearteten Ausdruck zu verschaffen wissen. Und wenn die Formenarmuth einzelner Sprachen nicht zur Ausprägung aller dieser Nebengedanken, nicht zum Beispiel zur Unterscheidung substantivischer und verbaler Fassung überall zureicht, so ist doch kein Zweifel, daß das Denken auch der so Redenden die logischen Unterschiede in der Formung der lautlich ununterschiedenen Vorstellungen festhält. Wo immer diese innere Gliederung ist, da ist Denken; es ist nicht, wo sie fehlt. Darum ist Musik kein Denken; denn wie mannigfach und fein abgemessen auch die Verhältnisse ihrer Töne sind, niemals bringt sie doch den einen zum andern in die Stellung eines Substantivs zum Verbum, nie in eine Abhängigkeit, die der eines Adjectivs von seinem Hauptwort, oder der eines Genitivs zu dem Nominativ gliche, von dem er regiert wird.

7. Ich habe nur drei bisher aus der größeren Anzahl der Redetheile erwähnt: diejenigen, ohne die auch die einfachste logische Aussage unmöglich wäre; ich leugne darum den logischen Werth der übrigen nicht. Aber unser eigner Weg ist zu weit, um uns in das anziehende Gebiet sprachwissenschaftlicher Betrachtung weitere Umwege zu gestatten, die, nach der eben besprochenen Unabhängigkeit des Denkens von seinen Ausdrucksweisen, für unsern Zweck doch Umwege bleiben würden. Gliederung und Gebrauch der Sprache deckt eben die Leistungen des Denkens nicht durchaus. Wir werden später finden, daß sie häufig nicht den vollständigen Bau des Gedankens ausdrückt: und dann müssen wir für die Zwecke der Logik das Geäußerte ergänzen aus dem, was gemeint war; die Sprache besitzt anderseits technische Bestandtheile, die auf wesentlichen logischen Bestimmungen nicht beruhen, oder doch auf

solche sich nur mittelbar in verschiedenen Abstufungen beziehen: wir würden dann unrecht thun, wenn wir ebenso viele logische Handlungen des Denkens unterscheiden wollten, als uns die Sprache grammatisch oder syntaktisch verschiedene Formen des Ausdrucks darbietet. Nicht blos Interjectionen, sondern auch Partikeln gibt es, die im gewöhnlichen Gebrauch, dem Tonfall der Stimme ähnlich, fast nur noch den gemüthlichen Antheil bezeichnen, den der Sprechende an seiner Aussage nimmt, nichts dagegen zu der logischen Fassung ihres Inhalts beitragen. Wenn die Sprache den Unterschied der Geschlechter in alle substantivischen und adjectivischen Worte einführt, folgt sie einer logisch ganz gleichgültigen ästhetischen Phantasie; wenn sie dann aber das Geschlecht des Adjectivs sich nach dem seines Hauptworts richten läßt, deutet sie durch diese Folgerichtigkeit innerhalb einer willkürlich angenommenen Gewohnheit wieder auf ein echt logisches Verhalten hin, das wir kennen lernen werden. Wenn sie in den Beugungen des Zeitwortes den Redenden von dem Angeredeten und dem abwesenden Dritten unterscheidet, so hebt sie damit, für den lebendigen Gebrauch der Rede ganz unentbehrlich, ein vor allem wichtiges sachliches Verhalten hervor, dem aber kein eigentlich logischer Unterschied entspricht. Es ist ganz nur derselbe Grund, der die Grammatik berechtigt, Pronomina als eine eigene Klasse der Redetheile zu betrachten; logisch sind die persönlichen völlig den Substantiven zuzurechnen, mit denen sie die Form der Fassung gänzlich theilen; die possessiven und demonstrativen haben wir keinen Grund von den Adjectiven zu trennen; das relative würden wir für das eigenthümlichste technische Element der Sprache ansehen, nur dem Bedürfniß der geordneten Mittheilung gewidmet, und auf kein anderes logisches Verhältniß gegründet, als auf welchem auch sein Widerspiel, das demonstrative, beruht. Zahlworte behandelt die Grammatik als besondere Redetheile; die lebendige Sprache stellt sie den Adjectiven gleich, und ohne Zweifel gehören sie logisch zu diesen, wenn man sich erinnert, daß logisch die Form der Adjectivität jeder nicht für sich selbständigen Bestimmung eines Inhalts zukommt, und keineswegs derjenigen allein, welche an ihm in dem Sinne einer Eigenschaft haftet. Die Adverbien endlich treten zu dem verbalen Inhalt völlig in dieselbe Beziehung, wie die Adjectiva zu dem substantivischen; auch sie würde daher die Logik nicht Veranlassung haben, als einen besonderen Theil der Rede

oder als eine eigenthümliche Form des Gedankeninhalts zu fassen. Nur die Präpositionen und Conjunctionen blieben mithin übrig, um diesen Anspruch zu erheben, und sie allerdings glaube ich, gleichviel welche Ableitungen ihre sprachlichen Ausdrücke noch zulassen mögen, zu den unentbehrlichen Bestandtheilen unserer Vorstellungswelt rechnen zu müssen. Aus dem Begriffe der Beziehung, dem sie zunächst verwandt scheinen, sind sie nicht ableitbar; jede Beziehung, indem sie zwei Glieder verbindet, enthält den Gedanken einer Stellung jedes dieser Glieder innerhalb dieser Beziehung selbst, und diese Stellung braucht nicht für beide dieselbe zu sein, sie wird im Gegentheil am häufigsten verschieden, das eine Glied das Umfassende, Ganze, Bedingende, das andere das Umfaßte sein, der Theil, das Bedingte. Man wird nun, wenn man es versucht, nicht damit zu Stande kommen, die Verschiedenwerthigkeit dieser beiden Endpunkte, ohne welche die Beziehung keinen Sinn hat, durch einen verbal gefaßten Inhalt allein auszudrücken; man wird irgendwo eine Präposition, eine Conjunction oder eine der verschiedenen Casusformen wenigstens bedürfen, in denen viele Sprachen einem Theile dieser Nebengedanken einen noch kürzeren Ausdruck geben. Denn dies freilich ist logisch ganz gleichgültig, in welcher sprachlichen Form diese Nebengedanken auftreten; sowie wir Bedingtes bald im Genitiv, bald in anderem Sinne im Accusativ dem bedingenden Nominativ entgegenstellen, so könnte ein noch größerer Reichthum der Casus, wenn die Sprache ihn erzeugt oder bewahrt hätte, jede Präposition, eine gleiche Mannigfaltigkeit der Modi des Verbum jede Conjunction überflüssig machen. An den logischen Bedürfnissen des Denkens würde hierdurch nichts geändert; so wie so müßte zu den substantivischen, den adjectivischen und den verbalen Inhalten noch eine Anzahl von Vorstellungen treten, welche entweder, wie die sprachlichen Präpositionen, die Stellung zweier als einfach geltender Inhalte in einer einfachen Beziehung, oder, wie die Conjunctionen, die verschiedenwerthige Stellung zweier Beziehungen oder Urtheile zu einander bezeichnen.

8. Als die unerläßlichste und in diesem Sinne erste aller Denkhandlungen wird uns die Vergegenständlichung der Eindrücke und ihre damit verbundene Formung in dem Sinne der Redetheile dann stets erscheinen, wenn wir mit einem Blicke auf die ausgebildete Gestalt unserer Gedankenwelt nach den Bedingungen fragen, auf deren Erfüllung

diese Gestaltung beruht. Denn gewiß, von dem einfacheren oder zusammengesetzteren Satzbau, durch den wir die Arbeit und die Ergebnisse unseres Denkens ausdrücken, wäre nichts möglich gewesen ohne diese Leistung. Aber unsere Meinung kann nicht diese sein, daß im Anfange aller seiner Denkbarkeit der logische Geist, ehe er einen weiteren Schritt wagte, diese erste seiner nothwendigen Handlungen ein für allemal an der Gesammtheit seines Vorstellungsinhalts vollzogen habe. Schon die Unbegrenztheit der Zahl möglicher Eindrücke, deren jeder Augenblick neue bringen kann, hätte dies Geschäft unausführbar gemacht; es wird noch unausführbarer darum, weil ja das Denken selbst durch seine Bearbeitung des gegebenen Inhalts unablässig neuen Inhalt erzeugt und diesen wieder in dieselben logischen Formen bringen muß, aus deren Anwendung auf einfacheren Denkstoff er selbst entstand. Jede gebildete Sprache enthält daher in der Form eines einfachen Substantiv, eines Adjectiv oder Verbum zahlreiche Vorstellungen, deren Inhalt nicht ohne vielfache höhere Denkarbeit, nicht ohne Benutzung von Urtheilen und Schlüssen, ja selbst nicht ohne Voraussetzung zusammenhängender wissenschaftlicher Untersuchung sich zusammenbringen ließ und nicht ohne sie völlig verständlich ist. Diese leicht zu machende Beobachtung hat die Behauptung hervorgerufen, mindestens die Lehre vom Urtheile müsse in der Logik der Behandlung der Begriffe vorangeschickt werden, mit welcher nur altes Herkommen die Betrachtung des Denkens eröffne. Ich halte diese Behauptung für eine Uebereilung, die theils aus der Verwechslung des Zieles der reinen Logik mit dem der angewandten, theils aus einer Verkennung dessen überhaupt entspringt, wodurch sich Denken von dem bloßen Verlaufe der Vorstellungen unterscheidet. Denn jene Urtheile, aus denen der Begriff entstehen soll, woraus würden sie selbst denn, so lange sie wirklich Urtheile sein sollen, bestehen können, wenn nicht aus Verknüpfungen von Vorstellungen, die nicht mehr bloße Eindrücke wären, deren jede vielmehr mindestens diese einfache bisher erwähnte Formung schon empfangen hätte, deren Mehrzahl aber, wie ein anzustellender Versuch lehren würde, in der That schon die höhere logische Form besäße, welche die Anhänger jener Meinung selbst mit dem Namen des Begriffs bezeichnen? Das Richtige dieser vorgeschlagenen Neuerung kommt auf einen sehr einfachen Gedanken zurück: um Begriffe eines verwickelten und mannigfachen Inhalts zu bilden, um

namentlich die Grenzen festzustellen, innerhalb deren es sich lohnt und rechtfertigt, diesen Inhalt als ein Begriffsganzes zusammenzufassen und von anderen zu unterscheiden, dazu freilich sind mannigfache Vorarbeiten des Denkens nöthig; aber damit diese Vorarbeiten selbst möglich sind, muß ihnen die Gestaltung einfacherer Begriffe vorangegangen sein, aus denen sie ihre Hülfsurtheile zusammensetzen. Ohne Zweifel hat daher die reine Logik die Form des Begriffes der des Urtheils voranzusetzen; die angewandte erst hat zu lehren, wie zur Bildung bestimmter Begriffe sich Urtheile verwenden lassen, die aus einfacheren Begriffen bestehen. Ein Vorschlag zur Umkehrung dieser Ordnung kann sich nur denen empfehlen, welche das Denken überhaupt nur als Wechselwirkung der von außen uns angeregten Eindrücke betrachten und die rückwirkende Thätigkeit übersehen, die in den Verlauf der Vorstellungen, Zusammengerathenes scheidend, Zusammengehöriges verbindend, und darum auch schon die einzelnen Bestandtheile des künftigen Gedankens formend, überall eingreift.

B. Setzung, Unterscheidung und Vergleichung der einfachen Vorstellungsinhalte.

9. Erkennen wir nun in diesen ersten Formungen der Vorstellungen einen Beitrag an, den zu dem Ganzen unserer Gedankenwelt eben die einwirkende Thätigkeit des Denkens liefert, so schließt sich leicht hieran die Ansicht, der logische Geist trete mit ihnen als fertigen Auffassungsweisen den kommenden Eindrücken gegenüber, und daran dann knüpft sich die Frage, wie es ihm gelinge, jeglichen Inhalt in diejenige dieser verschiedenen Formen zu bringen, die ihm angemessen ist? Aber jene Ansicht ist unzulässig und deshalb diese Frage gegenstandlos, oder sie führt wenigstens zu einer andern als der erwarteten Antwort. Das Denken steht nicht mit einem Bündel logischer Formen in der Hand dem Gewimmel der anlangenden Eindrücke gegenüber, rathlos, welche dem einen, welche dem andern sich wird überstreifen lassen, und deshalb eines besonderen Hülfsmittels bedürftig, um die für einander passenden Paarungen zu errathen. Die Verhältnisse vielmehr, die zwischen den bewußt gewordenen Eindrücken bestehen, sind es selbst, welche die Thätigkeit des Denkens als eine stets nur rückwirkende auf sich ziehen, und nur darin besteht diese Thätigkeit, so vorgefundene

Verhältnisse zwischen den Eindrücken, die wir leiden, in Beziehungen der Inhalte umzudeuten. Nicht dazu wird man daher eines besonderen Kunstgriffes bedürfen, um jedem Inhalt die ihm zugehörige Form zu geben; wohl aber liegt nach anderer Richtung hin in dieser Einordnung des mannigfachen Inhalts in logische Formen eine zweite nothwendige Denkhandlung; kein Name für irgend einen Inhalt kann geschaffen werden, ohne diesen als mit sich selbst gleich, als verschieden von anderen, endlich als vergleichbar mit anderen gedacht zu haben.

10. Auch diese zweite Leistung des Denkens gehört zu denjenigen, welche für den Redenden die überlieferte Sprache beständig schon ausgeführt hat; auch sie wird deshalb leicht übersehen und der Denkarbeit des Geistes nicht zugerechnet. Aber die logische Wissenschaft, ausdrücklich dem Selbstverständlichen gewidmet, darf nicht einen Theil desselben als noch selbstverständlichere Voraussetzung behandeln, die aus den eigentlichen Gegenständen ihrer Betrachtung sich ausschließen ließe. Doch bedarf wenigstens der erste Bestandtheil des dreigliedrigen Ausdruckes, welchen wir dieser neuen Denkhandlung eben gaben, einer ausführlichen Erläuterung nicht. Es ist zu unmittelbar deutlich, wie jeder Name, sei es süß oder warm, Luft oder Licht, zittern oder leuchten, den von ihm bezeichneten Inhalt in irgend einem Sinne als zusammengehörige Einheit faßt, die für sich etwas bedeutet; nicht blos den substantivisch geformten hebt, am eindringlichsten allerdings, der vorgesetzte Artikel zu dieser Einheit mit sich selbst heraus; dieselbe hinweisende Kraft liegt, in anderer Art des Ausdrucks, in der Form des verbalen Infinitiv, und selbst ohne jeden unterscheidenden sprachlichen Ausdruck begleitet dieser Nebengedanke der einheitlichen Setzung des Bezeichneten jegliche Wortform. Man kann zweifeln, ob der Vorgang, den wir unter diesem Namen der Setzung des Inhalts verstehen wollen, nicht schon in jener Vergegenständlichung enthalten sei, durch welche wir den erlittenen Eindruck zur Vorstellung werden ließen; und wirklich kann man weder vorstellen, ohne dem Vorgestellten diese Setzung zu geben, noch hat diese Setzung einen Sinn ohne jene Vergegenständlichung dessen, dem sie ertheilt wird. In der That ist es daher eine sachlich untrennbare Leistung, die wir von verschiedenen Seiten her betrachten: dort brachten wir die Vorstellung, auf welche wir vorstellend uns beziehen, in Gegensatz zu dem Eindruck, welchen wir leiden; hier, wo

die Mannigfaltigkeit des Vorstellungsinhaltes unsere Aufmerksamkeit zu erregen beginnt, legen wir auf die einheitliche und selbständige Bedeutung Gewicht, mit welcher der so aus unserer Erregung herausgesetzte Inhalt ist was er ist und von allen anderen sich unterscheidet.

11. Ich habe durch diese letzte Wendung sogleich fühlbar machen wollen, in wie enger Verbindung jene bejahende Setzung des Inhalts mit der verneinenden Ausschließung jedes anderen steht. Sie ist so eng, daß eben zur Bezeichnung des einfachen Sinnes der Setzung uns nur Ausdrücke zu Gebot standen, die ihre volle Klarheit erst durch Hinzufügung dieses zweiten Nebengedankens erhalten. Denn was mit jener Einheit des gesetzten Inhalts eigentlich gemeint war, interpretiren wir einleuchtend nur dadurch, daß wir seine Verschiedenheit von anderen hervorheben und nicht nur sagen, er sei was er sei, sondern auch: er sei nicht, was andere sind. Jene Bejahung und diese Verneinung sind nur ein untrennbarer Gedanke, und untrennbar verbunden begleiten sie jeden unserer Vorstellungsinhalte, auch dann, wenn wir nicht mit ausdrücklicher Aufmerksamkeit dies stillschweigend verneinte Andere verfolgen. Aber dieser verschmolzene Nebengedanke bestimmt nur die logische Fassung, die wir unserem Inhalte geben; er erzeugt nicht den Inhalt selbst erst, dem wir sie ertheilen. Man kann nicht sagen: roth werde als das was es ist, als roth, erst dann vorgestellt, wenn es von blau oder süß, und nur dadurch, daß es von beiden unterschieden werde; blau anderseits als blau nur durch gleichen Gegensatz zu roth. Weder ein veranlassender Grund zu dem Versuche dieser bestimmten Unterscheidung, noch eine Möglichkeit ihres Gelingens wäre denkbar, wenn nicht das, was jedes der beiden entgegenzusetzenden Glieder für sich ist, vorher dem Bewußtsein klar wäre. Unzweifelhaft wird der eigenthümlich bestimmte Eindruck, den wir unter der Einwirkung des rothen Lichtes erleben, völlig derselbe sein, bevor wir zum ersten Mal ein blaues Licht erfuhren, wie dann, nachdem wir diese Erfahrung gemacht haben; die Möglichkeit der Vergleichung und Unterscheidung, welche durch die letztere gegeben wird, kann wohl, wenigstens bei zusammengesetzterem Vorstellungsstoff, als diese einfachen Farben sind, die Aufmerksamkeit auf früher übersehene Theile der Eindrücke lenken und so den Inhalt beider vervollständigen; aber selbst in diesem Falle, der unserer gegenwärtigen Betrachtung völlig fremd

ist, wird das Neue nicht durch die Unterscheidung, sondern durch die unmittelbare Empfindung gefunden werden, zu welcher die Vergleichung nur Veranlassung gab. Ueberall ist es daher die bejahende Setzung, welche die verneinende Unterscheidung möglich macht; niemals dagegen entspringt aus der Unterscheidung der Inhalt des Unterschiedenen. Nur die Nebengedanken, die wir uns über den vorgestellten Inhalt machen, nur seine logische Fassung gewinnt an Bestimmtheit durch die Verneinung des Andern, die zu seiner eignen Bejahung tritt, und selbst dieser Gewinn würde mir gering scheinen, wenn es bei ihm sein Bewenden hätte, und wenn nicht jene dritte Leistung positiver Vergleichung hinzukäme, welche ich in dem früher gegebenen Ausdruck dieser zweiten Denkhandlung zuletzt erwähnte.

12. Ich leite die Betrachtung dieser dritten Leistung, die ich für den wesentlichsten Bestandtheil der hier zu erörternden logischen Arbeit ansehe, durch Erinnerung an eine bekannte Thatsache ein, die man zu anderen Folgerungen zu benutzen pflegt. Durch die Worte der Sprache werden Eindrücke niemals so bezeichnet, wie man sie erleben kann; denn erleben oder wirklich empfinden läßt sich immer nur eine besondere Schattirung der Röthe, eine einzelne Eigenart der Süßigkeit, ein bestimmter Grad der Wärme, nicht das allgemeine Roth Süß und Warm der Sprache. Die Verallgemeinerung, welche in diesen und allen ähnlichen Ausdrücken der empfundene Inhalt erfahren hat, pflegt man als eine unvermeidliche Ungenauigkeit der Sprache, vielleicht selbst des Vorstellens anzusehen, das sich ihrer zu seinem Ausdrucke bedient. Unfähig entweder, oder nicht gewöhnt, für jeden einzelnen Eindruck einen bestimmten Namen zu schaffen, verwische sie in ihren Worten die kleinen Unterschiede des einen vom andern und halte nur das fest, was in ihnen allen als ein Gemeinsames in der Empfindung unmittelbar erfahren werde. Durch diese Verminderung ihrer Ausdrucksmittel auf eine mäßige Anzahl mache sie freilich wohl die Mittheilung der Vorstellungen überhaupt erst möglich, schädige aber ebenso sehr die Genauigkeit des Mitzutheilenden. Ich glaube nun nicht, daß diese Auffassungsweise der Bedeutung der Thatsache volle Gerechtigkeit widerfahren läßt.

13. Vor allem, indem man die erwähnte Verallgemeinerung als eine Art von Verfälschung der Eindrücke ansieht, geht man zu achtlos über den sehr merkwürdigen Umstand hinweg, daß in einer Mehrheit

verschiedener Eindrücke sich eben etwas Gemeinsames vorfindet, das von ihren Unterschieden getrennt denkbar ist. Denn so selbstverständlich ist doch dieses Verhalten nicht, daß ein entgegengesetztes gar nicht in Frage käme; sehr wohl ließe sich vielmehr denken, daß jeder einzelne unserer Eindrücke sich von jedem zweiten so unvergleichbar unterschiede, wie in der That süß von warm, gelb von weich sich unterscheidet. Daß es sich nicht so verhält, ist mithin eine thatsächliche Einrichtung der Welt des Vorstellbaren selbst, die in Betracht zu ziehen sich der Mühe verlohnt. Ich kann ferner keineswegs reinen Verlust in dem Mangel an Genauigkeit sehen, der allerdings der Mittheilung des Vorgestellten durch die Anwendung der sprachlichen Allgemeinbezeichnungen anhängt. Ohnehin, wo der Werth völlig genauer Bestimmungen fühlbar wird, kann das, was diese einfachsten Schöpfungen des beginnenden Denkens zu wünschen lassen, durch die Leistungen des weiterfortgeschrittenen immer ergänzt werden; die Wissenschaft hat uns längst jeden Grad der Wärme messen gelehrt und würde im Fall des Bedürfnisses auch jede Abstufung der Röthe oder Süßigkeit zu messen wissen. Die Art aber, wie die Sprache und das in ihr wirksame naturwüchsige Denken dieselbe Aufgabe löst, scheint mir logisch sehr bedeutsam. Denn wenn wir nicht jeden einzelnen wirklich empfundenen Farbeneindruck mit einem besonderen Namen belegen, sondern blau roth gelb und wenige andere durch eigne Benennungen bevorzugen, wenn wir dann die übrigen Einzelempfindungen als blauröthlich oder rothgelblich zwischen sie einschalten, so liegt in diesem Verfahren nicht blos ein Nothbehelf der Annäherung an unerreichbare Genauigkeit, sondern, wie mir scheint, der Ausdruck der Ueberzeugung, nur jene wenigen Farben seien in der That feste Punkte, denen ein eigner Name gebühre, jene anderen aber müsse man durch annähernde Ausdrücke bestimmen, weil sie selbst nur Annäherungen zu diesen festen Punkten oder Zwischenglieder zwischen ihnen sind. Hätten wir wirklich für alle einzelnen Schattirungen des Blau besondere von einander unabhängige Einzelnamen, und entspräche unser Vorstellen dieser Ausdrucksweise, so würden wir einseitig die Trennung jedes Inhalts von jedem andern vollzogen, dagegen die positiven Beziehungen völlig übersehen haben, die zwischen allen stattfinden. Sprechen wir dagegen von hellblau dunkelblau schwarzblau, so ordnen wir dies Mannigfache in Reihen oder in ein Gewebe von Reihen, und in jeder von

diesen geht ein drittes Glied aus dem zweiten durch Steigerung derselben fühlbaren Veränderung eines allen Gemeinsamen hervor, durch welche das zweite aus dem ersten entstand. Nun aber ist wohl schon hier vollkommen verständlich, daß ein Vorstellen, welches diese Vergleichung des Verschiedenen nicht enthielte, sondern sich auf die nackte Trennung jedes von jedem beschränkte, den späteren Leistungen des Denkens die hinlänglichen Beurtheilungsgründe nicht darbieten würde, nach denen zwei Vorstellungen als irgendwie zusammengehörig zweien andern als nicht zusammengehörigen entgegengesetzt werden könnten. Deshalb fassen wir diese zweite Denkhandlung, von welcher wir hier sprechen, nicht blos als Setzung überhaupt des a oder b, nicht blos als Unterscheidung überhaupt jedes a von jedem b, sondern zugleich als Bestimmung der Weite und der Eigenthümlichkeit des Unterschiedes, der nicht überall gleich groß und gleich geartet, sondern zwischen b und c ein anderer ist als zwischen a und b. Und hiermit meine ich nicht, daß jede einzelne Vorstellung a von der entwickelten Vorstellung aller ihrer Beziehungen zu der unendlichen Anzahl aller übrigen begleitet werden müsse; nur der allgemeine Nebengedanke, daß jede nach allen Seiten hin in ein solches Netz von Beziehungen eingefangen ist, umgibt allerdings in unserem logischen Bewußtsein jede; aufgesucht werden diese Beziehungen in jedem Einzelfalle so weit, als ein bestimmtes Bedürfniß Veranlassung gibt.

14. Diese Vergleichung nun des Verschiedenen setzt offenbar ein Gemeinsames voraus, das in den einzelnen Gliedern der Reihe mit eigenthümlichen Unterschieden behaftet ist. So Gemeinsames pflegt die Logik nur in der Form eines allgemeinen Begriffs zu betrachten, und in dieser Gestalt ist es ein Erzeugniß einer größeren oder geringeren Anzahl von Denkhandlungen. Es ist daher von Wichtigkeit, hervorzuheben, daß dieses erste Allgemeine, welches wir hier bei der Vergleichung einfacher Vorstellungen antreffen, von wesentlich anderer Art, daß es der Ausdruck einer inneren Erfahrung ist, die von dem Denken nur anerkannt wird, und daß es eben um deswillen, wie sich später zeigen wird, eine unentbehrliche Voraussetzung jenes anderen Allgemeinen ist, dem wir in der Bildung des Begriffes begegnen werden. Den Allgemeinbegriff eines Thieres oder einer geometrischen Figur theilen wir einem Anderen dadurch mit, daß wir ihm vorschreiben, eine genau

angebbare Reihe von Denkhandlungen der Verknüpfung Trennung oder Beziehung an einer Anzahl als bekannt vorausgesetzter Einzelvorstellungen auszuführen; am Ende dieser logischen Arbeit werde vor seinem Bewußtsein derselbe Inhalt stehen, den wir ihm mitzutheilen wünschten. Worin dagegen das allgemeine Blau bestehe, das wir im Hellblau und Dunkelblau, oder worin die allgemeine Farbe, die wir im Roth und Gelb mitdachten, läßt sich nicht auf demselben Wege verdeutlichen. Freilich können wir dem Anderen vorschreiben, er solle alle einzelnen Farben oder alle Schattirungen des Blau vorstellen und durch Absonderung ihrer Unterschiede das in beiden Fällen Gemeinsame der vorgestellten Inhalte hervorheben; aber dies ist nur scheinbar eine Anweisung zu logischer Arbeit; im Grunde muthen wir doch durch sie dem Anderen nur zu, selbst zu sehen, wie er mit der ganzen Aufgabe fertig wird. Denn wie er es eigentlich anfangen soll, um zu entdecken, ob überhaupt in Roth und Gelb etwas Gemeinsames liege, und wie er es machen müsse, um dies Gemeinsame von dem Verschiedenen zu trennen: das können wir ihm doch nicht sagen; wir müssen uns einfach darauf verlassen, er werde die im Roth und Gelb bestehende Verwandtschaft, das Enthaltensein eines Gemeinsamen in beiden, unmittelbar selbst empfinden fühlen oder erleben; seine logische Arbeit kann hier nur in der Anerkennung und dem Ausdruck dieser inneren Erfahrung bestehen. So ist dies erste Allgemeine kein Erzeugniß des Denkens, sondern ein von ihm vorgefundener Inhalt.

15. Ich schalte hier eine Bemerkung ein, die mit geringer Umdeutung auf jedes Allgemeine sich erstrecken läßt, am leichtesten aber an diesem einfachsten Falle, dem ersten Allgemeinen, zu verdeutlichen ist. Das, worin Roth und Gelb übereinstimmen, und wodurch sie beide Farben sind, läßt sich von dem nicht abtrennen, wodurch Roth roth und Gelb gelb ist; nicht so abtrennen nämlich, daß dies Gemeinsame den Inhalt einer dritten Vorstellung bildete, welche von gleicher Art und Ordnung mit den beiden verglichenen wäre. Empfunden wird, wie wir wissen, stets nur eine bestimmte Einzelschattirung einer Farbe, nur ein Ton von bestimmter Höhe Stärke und Eigenart; nur diese ganz bestimmten Eindrücke wiederholt auch die Erinnerung so, daß sie als inhaltvolle Bilder, die sich anschauen lassen, vor unserem Bewußtsein stehen. Diese Anschaulichkeit besitzen die allgemeinen Vorstellungen

niemals. Wer das Allgemeine der Farbe oder des Tones zu fassen sucht, wird sich stets dabei antreffen, daß er entweder eine bestimmte Farbe und einen bestimmten Ton wirklich vor seiner Anschauung hat, nur begleitet von dem Nebengedanken, jeder andere Ton und jede andere Farbe habe das gleiche Recht, als anschauliches Beispiel des selbst unanschaulich bleibenden Allgemeinen zu dienen; oder seine Erinnerung wird viele Farben und Töne nach einander ihm mit demselben Nebengedanken vorführen, daß nicht diese einzelnen selbst gemeint sind, sondern das ihnen Gemeinsame, das in keiner Anschauung für sich zu fassen ist. Versteht man daher unter Vorstellung, wozu der gewöhnliche Sprachgebrauch allerdings neigt, das Bewußtsein eines Inhalts, der ruhig vor uns steht, oder eine Anschauung dessen, was uns vor uns hinzustellen gelingt, so gebührt dem Allgemeinen der Name einer Vorstellung nicht. Worte wie Farbe und Ton sind in Wahrheit nur kurze Bezeichnungen logischer Aufgaben, die sich in der Form einer geschlossenen Vorstellung nicht lösen lassen. Wie befehlen durch sie unserem Bewußtsein, die einzelnen vorstellbaren Töne und Farben vorzustellen und zu vergleichen, in dieser Vergleichung aber das Gemeinsame zu ergreifen, das nach dem Zeugniß unserer Empfindung in ihnen enthalten ist, das jedoch durch keine Anstrengung des Denkens von dem, wodurch sie verschieden sind, sich wirklich ablösen und zu dem Inhalt einer gleich anschaulichen neuen Vorstellung gestalten läßt.

16. Richten wir nun unsere Aufmerksamkeit auf die Unterschiede, welche innerhalb des ersten Allgemeinen seine mannigfachen Beispiele trennen. Eine Wärmeempfindung unterscheidet sich von einer anderen, ein leiserer Klang vom stärkeren, hellblau von tiefblau offenbar durch ein Mehr oder Minder eines fühlbaren Gemeinsamen, das für sich, ohne jede Gradbestimmung, nicht anschaubar ist. Auf denselben Unterscheidungsgrund wird man sich bei allen andern Vorstellungen zurückgeführt finden; nur der Angabe des Allgemeinen, dem diese Größenvergleichung gilt, begegnet in den einzelnen Fällen eine nach den eben gemachten Bemerkungen verständliche Schwierigkeit. Der leisere Ton unterscheidet sich vom lauteren ohne Zweifel durch eine gewisse Steigerung, aber ebenso durch eine gewisse Steigerung der höhere vom tieferen; was aber eigentlich das Gemeinsame ist, dem diese Veränderung widerfährt, glauben wir nur im ersten Fall durch die Bezeichnung der

Stärke unmittelbar, im zweiten nur bildlich durch den Namen der Höhe ausdrücken zu können. Noch mehr scheint Roth von Gelb wesentlich verschieden und das eine aus dem anderen nicht durch Anwachs oder Schwächung eines Gemeinsamen abzuleiten; nur was zwischen ihnen liegt, Rothgelb und Gelbroth, ist uns als eine Mischung verständlich, in welcher ein Mehr oder Minder des einen oder des andern von beiden enthalten ist. Gleichwohl leugnet doch Niemand, daß eine der Grundfarben einer zweiten verwandter ist als einer dritten, das Roth verwandter dem Gelb als dem Grün; diese Abstufungen der Aehnlichkeit sind nicht ohne ein Mehr oder Minder eines Gemeinsamen zu denken, dessen wir uns bei dem Uebergange von einem Gliede der Reihe zum nächsten und von diesem zum dritten bewußt bleiben. Zu bestimmen, worin in den einzelnen Fällen dies Gemeinsame bestehe, zu beurtheilen, ob eine Mehrheit von Vorstellungen sich nur durch Gradverschiedenheiten eines einfachen Allgemeinen oder durch Combinationen von Werthunterschieden mehrerer einander bestimmender Allgemeinheiten von einander sondere, ob also diese Vorstellungen in eine gradlinige Reihe oder flächenförmig oder in Reihen noch höherer Ordnung zusammenzufassen sind: dies alles sind anziehende Gegenstände der Untersuchung, aber sie sind nicht Gegenstände der Logik. Für diese genügt es, zu wissen, daß eine irgendwo verwendbare Größenbestimmung zunächst des Mehr oder Minder das unentbehrliche Hülfsmittel der Unterscheidung zwischen den Beispielen eines Allgemeinen ist. Und auch diese Größenbestimmung gehört zu dem, was wir nicht durch logische Arbeit erzeugen, sondern nur vorfinden anerkennen und weiter entwickeln. Ein Urtheil, a sei stärker als b, ist als Urtheil freilich eine logische Arbeit; aber der Inhalt, den es ausspricht, also die Thatsache selbst, daß es überhaupt Gradunterschiede desselben Vorstellbaren gibt, sowie die besondere, daß der Grad des a den des b übersteige, kann nur erlebt empfunden oder als Bestandtheil unserer inneren Erfahrung anerkannt werden. Welches auch die künstlichen Vorrichtungen sein mögen, durch die wir wissenschaftlich die Genauigkeit einer Messung zu steigern suchen, zuletzt beruht doch Alles auf der Fähigkeit, zwei sinnliche Wahrnehmungen unmittelbar als gleich oder als ungleich zu erkennen und sich darüber nicht zu täuschen, nach welcher Seite hin das Mehr und nach welcher das Minder liegt.

17. Beschränkte sich nun die innere Erfahrung auf das Vorführen von Aehnlichkeiten und Unterschieden der Inhalte, so würde das Denken nur zu einer unveränderlichen systematischen Anordnung der Vorstellungen Veranlassung haben, ähnlich der musikalischen Scala, in welcher alle Töne ihre festen und unverrückbaren Plätze und wechselseitigen Beziehungen ein für allemal besitzen. Aber die Logik hat sich nicht mit einem Denken zu beschäftigen, welches unter nicht vorhandenen Voraussetzungen sein würde, sondern mit dem, welches ist. Allem wirklichen Denken aber ist durch den Mechanismus, welcher die Wechselwirkung der inneren Zustände beherrscht, von Haus aus mehr Anregung dargeboten, als jene Voraussetzung annahm; der mannigfache Inhalt des Vorstellbaren wird ihm nicht blos in jener systematischen Ordnung, die seinen qualitativen Verwandtschaften entspricht, sondern in der buntesten Fülle räumlicher und zeitlicher Verknüpfungen vorgeführt, und auch diese Thatsache gehört zu dem Stoffe, der dem Denken zur Ausführung seiner weiteren Leistungen dient und gegeben sein mußte. Die Verbindungen ungleichartiger Vorstellungen, die so herbeigeführt werden, sind die Aufgaben, an denen das Denken später seine Bemühung zu üben haben wird, Zusammenseiendes auf Zusammengehöriges zurückführen; ihrer braucht jetzt nicht weiter gedacht zu werden. Die gleichartigen oder gleichen dagegen geben Veranlassung, ihre Wiederholungen von einander zu trennen, sie zu verknüpfen, zu zählen; zu diesen Vorstellungen des Einen und Vielen fügen endlich die in Raum und Zeit stetig ausgedehnten Inhalte die des Größeren und Kleineren hinzu. In diesen drei Paaren von Größenvorstellungen, denn die des Mehr oder Minder besaßen wir bereits, sind alle Maßstäbe der Unterscheidungen für die Einzelbeispiele jedes Allgemeinen gegeben.

18. Zweierlei schließe ich hier von den Gegenständen unserer Betrachtung absichtlich aus. Zuerst jede weitere Untersuchung über den Gang, den psychologisch die Entstehung und Entwicklung dieser Größenvorstellungen in unserem Bewußtsein nimmt, über die Reihenfolge, in welcher die eine die Bedingung für den Ursprung der andern sein mag, über den verschiedenen Werth endlich, den für ihre Bildung die zeitlichen und räumlichen Anschauungen haben. So anziehend diese Fragen sind, so würde doch ihre Beantwortung unseren Weg unnöthig verlängern; nicht darauf kommt es der Logik an, auf welche Weise die Elemente

entstehen, die das Denken benutzt, sondern darauf, welchen Werth sie, nachdem sie auf irgend eine Weise entstanden sind, für die Ausführung seiner Leistungen besitzen. Dies nun, was ich mehr als billig vernachlässigt finde, hebe ich hier hervor und werde es später im Auge behalten: die unerläßliche Nothwendigkeit, daß alle vom Denken zu verknüpfenden Vorstellungen einer von den drei erwähnten Arten der Größenbestimmung zugänglich sein müssen. Das Andere, das ich ausschließe, ist die Untersuchung der Folgerungen, die aus diesen Größenbestimmungen für sich gezogen werden können; sie haben sich längst zu dem großen Gebäude der Mathematik entwickelt, dessen reiche Gliederung jeden Versuch einer Wiedereinschaltung in den Zusammenhang der allgemeinen Logik verbietet. Aber die ausdrückliche Hinweisung darauf ist nothwendig, daß alles Rechnen eine Art des Denkens ist, daß die Grundbegriffe und Grundsätze der Mathematik ihren systematischen Ort in der Logik haben, daß wir uns endlich das Recht wahren müssen, auch später überall, wo das Bedürfniß es verlangt, unbedenklich auf die Ergebnisse zurückzugreifen, welche die Mathematik unterdessen, als ein sich für sich selbst fortentwickelnder Zweig der allgemeinen Logik, gewonnen hat.

19. Ueberblickt man nun das Ganze dieser zweiten Denkhandlung, in welcher ich jetzt die bejahende Setzung des Inhalts, die verneinende Abtrennung von jedem andern, endlich die vergleichende Größenschätzung der Unterschiede und Aehnlichkeiten zusammenfasse, so wird man die Bemerkung machen können, daß der Sinn dieser neuen logischen Arbeit in etwas von dem abweicht, welcher der ersten Denkhandlung, der Formung der Vorstellungen, zukommt. Man unterlag dort der allerdings von uns zurückgewiesenen Versuchung, die Formen der Substantivität Adjectivität und Verbalität als Auffassungsweisen zu betrachten, welche das Denken, noch vor aller Aufforderung durch den gegebenen Inhalt, an diesem zu bethätigen begierig ist; allein, wenn wir gleich diese Aufforderung abwiesen, so bleibt es doch richtig, daß in jenen Formen das Denken nicht blos die auffordernde Thatsache des Vorstellungslaufs wiederholt, sondern ihr allerdings die Gestalt gibt, in der sie für den logischen Geist erst gerechtfertigt ist. Denn die Selbständigkeit, welche die substantivische Form, am kenntlichsten durch den Artikel, dem einen Inhalt gibt, lag an sich nicht in der Thatsache, daß

dieser Inhalt ein bleibendes Glied zwischen wechselnden Vorstellungsgruppen war; die Unselbständigkeit, welche die adjectivische ausdrückt, war, als ein solcher Nebengedanke, nicht in der Thatsache vorhanden, die zur Ausprägung eines andern Inhalts in dieser zweiten Form anregte; man kann also fortfahren, in gewissem Sinne zu behaupten, daß in dieser ersten Handlung das Denken seine eignen Gesetze dem vorstellbaren Inhalt vorschreibe. Bezeichnen wir dies Verfahren mit einem Ausdruck, den wir übrigens vermeiden werden, als Beweis der Spontaneität, so trägt die zweite Handlung des Denkens den Charakter der Receptivität; sie ist Anerkennung von Thatsachen, denen sie keine neue Form außer dieser Anerkennung ihres Bestehens gibt. Keinen Unterschied kann das Denken da machen, wo es keinen in dem Inhalt der Eindrücke vorfindet; das erste Allgemeine ließ sich nur in unmittelbarer Empfindung erleben, und dem erlebten konnte zwar ein Name gegeben, aber keine andere logische Arbeit konnte zu seiner weiteren Feststellung unternommen werden; alle Größenbestimmungen, wie weit sich auch ihre fernere Vergleichung durch das Denken erstrecken mag, laufen immer auf das unmittelbare Innewerden gegebener Bestimmtheiten des Vorstellungsinhalts zurück. Von zwei Gesichtspunkten möchte ich diese Thatsache betrachtet wissen. Zuerst liegt eine gewisse unrichtige Sorglosigkeit der Logik darin, daß sie in ihrem späteren Verlauf die Vergleichbarkeit von Vorstellungen und die Möglichkeit ihrer Unterordnung unter ein Allgemeines fast in jedem Augenblicke voraussetzt, ohne vorher bemerkt zu haben, daß diese Möglichkeit, daß überhaupt das Gelingen aller ihrer Schritte auf dieser ursprünglichen Einrichtung und Gliederung der ganzen Welt des Vorstellbaren beruht, einer Einrichtung, die an sich nicht denknothwendig, um so nothwendiger freilich für die Möglichkeit des Denkens ist. Denn ich wiederhole: es ist an sich nicht widersprechend, daß jede Vorstellung von jeder anderen unvergleichlich verschieden wäre, daß mit dem Wegfall der qualitativen Vergleichbarkeit auch jeder Maßstab für ein Mehr oder Minder fehlte, daß keine Vorstellung zweimal sich der Wahrnehmung darböte, daß mit dem Mangel dieser Wiederholung des Gleichartigen auch die Vorstellungen des Größeren und Kleineren verschwänden. Daß es nicht so ist, daß vielmehr die Welt des Vorstellbaren eben die Gliederung besitzt, die wir fanden, dies mußte als eine höchst wichtige Thatsache hervorgehoben

werden, nicht aber sollte die Logik da, wo sie dieser Thatsache bedarf, sich auf sie als auf ein man weiß nicht woher gekommenes Selbstverständliche blos nebenbei berufen. Und hiermit hängt denn die andere Bemerkung zusammen, die ich noch vorhatte. Ist das Denken Rückwirkung auf gegebene Anregungen des Vorstellungslaufs, so wird an bestimmten Stellen der systematischen Uebersicht seiner Handlungen auch der bestimmende Einfluß deutlich hervortreten, den auf diese die Gestaltung der Welt des Vorstellbaren ausübt; wie es hier das zweite Glied der ersten dreitheiligen Reihe von Denkhandlungen ist, so wird es auch später das zweite Glied der folgenden höher entwickelten Gruppen sein, worin sich diese eigenthümliche Abhängigkeit der logischen Arbeit von der Natur des Inhalts zeigen wird, dem sie jedesmal gilt. Doch beanspruche ich durch diesen vorläufigen Hinweis nichts weiter, als der Klarheit der Uebersicht über den systematischen Bau meiner Darstellung vorläufig zu Hülfe zu kommen; er selbst wird sich nur durch das rechtfertigen können, was er in jedem nach und nach hervortretenden Theile seiner Gliederung nützen wird.

C. Die Bildung des Begriffs.

20. In der Mannigfaltigkeit der Vorstellungen, die uns gegeben werden, Zusammengerathenes zu scheiden, Zusammengehöriges durch den Nebengedanken des Rechtsgrundes seiner Zusammengehörigkeit neu zu verbinden, ist die fernere Aufgabe des Denkens. Es wird dienlich sein, um ihren Sinn zu verdeutlichen, die verschiedenwerthigen Bedeutungen zu überblicken, in welchen überhaupt eine Verknüpfung des Mannigfachen in unserer Gedankenwelt vorkommt. Zuerst ist keine spätere Handlung des Denkens möglich, ohne daß die verschiedenen Vorstellungen, auf welche sie sich beziehen soll, in einem und demselben Bewußtsein zusammentreffen. Für die Erfüllung dieser Bedingung sorgt die Einheit unserer Seele und der Mechanismus der Erinnerung, welcher zeitlich getrennte Eindrücke zu möglicher Wechselwirkung zusammenbringt. Man kann diese Vereinigung des Mannigfachen die Synthesis der Apprehension nennen; sie ist keine logische Handlung, sondern rafft nur das Mannigfache zu gleichzeitigem Besitz des Bewußtseins zusammen, ohne in seiner Vielheit eine Ordnung zu stiften, welche das eine Glied anders mit dem zweiten als dieses mit dem dritten verbände.

Diese Ordnung tritt ein in der zweiten Art der Verknüpfung, der Synthesis der Anschauung, in den räumlichen Bildern nämlich und in der zeitlichen Aufeinanderfolge, worin die Einzeleindrücke bestimmte mit einander ungleichwerthige Plätze einnehmen. Auch diese Verknüpfung wird uns ohne eine Handlung des Denkens fertig durch den Mechanismus unserer inneren Zustände gegeben, und wie festbestimmt und feingegliedert auch die Verbindung des Mannigfachen in ihr sein mag, so stellt sie doch stets nur eine thatsächliche äußere Ordnung dar und offenbart keinen Grund der Zusammengehörigkeit, der das Mannigfache zu so geordnetem Zusammensein berechtigt. Ich gehe von dieser zweiten Stufe sogleich zu einer vierten über, zu einer Synthese, in welcher diese letzte Forderung vollständig in Bezug auf den jedesmaligen Inhalt erfüllt wäre. In ihr würde nicht nur eine thatsächliche Ordnung des Mannigfachen, sondern zugleich der bedingende Werth vorgestellt sein, den jeder Bestandtheil für das Zusammenkommen des Ganzen hat; bezöge sich diese Auffassung auf einen Gegenstand der Wirklichkeit, so würde sie zeigen, welche Bestandtheile die vorangehenden bestimmenden und wirkenden sind, in welcher Reihenfolge der Abhängigkeit und Entwicklung die andern aus ihnen hervorgehen, oder welcher Zweck als der gesetzgebende Mittelpunkt zu denken ist, dessen Sinn die gleichzeitige Vereinigung aller Bestandtheile oder ihre allmähliche Nachentstehung fordert; bezöge sie sich auf einen Inhalt, der keine Wirklichkeit außer unserem Bewußtsein und keine zeitliche Entstehung oder Entwicklung hat, wie die geometrischen Figuren, so würde sie wenigstens versuchen, obwohl mit später zu erwähnender Beschränkung des Gelingens, auch hier die Bestandtheile des Ganzen in eine Rangordnung zu bringen, in welcher das, was in dem vorgestellten Inhalt das Bedingende ist, dem Anderen voranginge, was in mannigfacher Abstufung seine Folge ist. Man bemerkt leicht, daß eine Synthese dieser Art nichts anderes als die Erkenntniß der Sache selbst sein würde; sie liegt als das Ziel, zu dem die Arbeit des Denkens führen soll, um ebenso viel höher über dem Boden der Logik, als die erste und zweite Weise der Verknüpfung des Mannigfachen unter ihm lag; in die Lücke dazwischen haben wir die dritte logische Form der Synthesis zu stellen, deren Eigenheit jetzt aufzusuchen ist.

21. Wenn der Unkundige vom Creditwesen oder vom Bankwesen

spricht, so merken wir dieser Ausdrucksweise seine Ueberzeugung ab, eine Anzahl von Geschäften und Einrichtungen bilde ein zusammengehöriges Ganze; aber er würde nicht anzugeben wissen, worin der Nerv ihres Zusammenhangs liege oder welche Grenzen dies Ganze von dem abscheiden, was nicht zu ihm gehört. Durch diesen Nebengedanken, das Mannigfache sei nicht nur da, wie ein zusammenseiender Haufe, sondern gebe sich als ein Ganzes von Theilen gewisse Grenzen, innerhalb deren es eine geschlossene Einheit sei, ist die allgemeine Absicht des Denkens formell an diesem Inhalt markirt, ohne noch sachlich erfüllt zu sein. In derselben Stellung findet sich nun unser Bewußtsein, wenn wir unsere Gedankenwelt mustern, zu sehr vielen Inhalten; ja man wird ohne Ueberraschung finden, daß sehr bedeutungsvolle Worte der Sprache diese unvollkommene Form der Fassung ihres Gegenstandes verrathen; denn eben je reicher wichtiger und mannigfaltiger ein Gegebenes ist, um so leichter werden überredende Eindrücke vielfacher Wahrnehmungen das Gefühl seiner Eigenthümlichkeit Ganzheit und Abgeschlossenheit in sich selbst erwecken, ohne uns darum sein inneres Gefüge wirklich aufzudecken. Worte wie Natur Leben Kunst Erkenntniß Thier und viele andere bedeuten im gewöhnlichen Gebrauch nichts weiter; sie drücken nur die Meinung aus, daß eine gewisse meist nicht genau begrenzbare Menge von Einzelheiten, seien es Gegenstände oder Merkmale von Gegenständen oder Ereignisse, die sich aneinanderknüpfen, auf irgend eine Weise durch ein innerliches Band zu einem Ganzen vereinigt sind, welches sich weder einen Theil seines Inhalts rauben läßt, ohne zerstört zu werden, noch einen beliebigen Zusatz in seine abgeschlossene Einheit aufnehmen kann. Wie wenig aber die Natur jenes Bandes wirklich bekannt ist, zeigt das Mißlingen des Versuchs, Rechenschaft über die Grenzen zu geben, welche das zu dieser Einheit Zugehörige umschließen und von Fremdartigem trennen. So lange nun die logische Arbeit in der Zusammenfassung des Mannigfachen nicht weiter gediehen ist, würde ich Bedenken tragen, schon von Begriffen zu sprechen, ohne deshalb Werth auf die Erfindung eines besonderen technischen Namens für diese noch unvollkommene Fassung zu legen. Möge sie denn der unvollkommene oder der werdende Begriff heißen; den vollkommenen oder verwirklichten Begriff werden wir erst dann zu besitzen glauben, wenn der unbestimmte Nebengedanke der Ganzheit überhaupt

zu dem Mitdenken eines bestimmten Grundes gesteigert ist, welcher das Zusammensein gerade dieser Merkmale, gerade diese Verbindung derselben und die Ausschließung bestimmter anderen rechtfertigt.

22. Es ist jetzt die Frage, wie wir zu diesem bedingenden Grunde gelangen. Blieben wir nun bei der isolirten Betrachtung eines zusammengesetzten Bildes abcd stehen, so würde keine noch so lange fortgesetzte Beobachtung uns entdecken, welche Bestandtheile desselben nur zusammensind, welche zusammengehören, in welcher Abstufung das Dasein des einen das des anderen bedingt. Vergleichen wir aber abcd mit andern seines Gleichen, d. h. mit solchen, auf welche von ihm aus unsere Aufmerksamkeit ohne logisches Zuthun durch Gesetze unseres Vorstellungslaufs gelenkt wird, und finden wir, daß in abcd, abcf, abcg und ähnlichen die Gruppe abc gleichmäßig vorkommt unter Hinzufügung verschiedener ungleicher Bestandtheile, so erscheinen uns diese letzteren als das locker und trennbar mit dem festen Stamme des abc Verbundene; das gemeinsame abc aber steht ihnen nicht blos als thatsächlich gleicher Mittelpunkt ihrer Anknüpfung gegenüber, sondern unter der allgemeinen Voraussetzung, daß hier ein Ganzes einander bedingender Theile vorliege, wird dieser feste Kern zugleich zum Ausdruck der beständigen Regel, die in den Einzelfällen den Ansatz der verschiedenen Nebenbestandtheile gestattet und die Art ihrer Anfügung bestimmt. Wollen wir im Leben und zu praktischen Zwecken desselben ermitteln, wo in einem Geschöpfe in einem Gegenstande oder in einer gegebenen Einrichtung die Grenzlinie verläuft, die das innerlich Zusammengehörige von zufälligen Anlagerungen scheidet, so setzen wir dies gegebene Ganze irgendwie in Bewegung; unter dem Einfluß der Veränderung werde sich zeigen, welche Theile hier fest zusammenhalten, während die fremden Beimischungen abfallen, und welche allgemeinen Verknüpfungsweisen jener Theile bestehen bleiben, während sie im Einzelnen ihre gegenseitigen Stellungen ändern; in dieser Summe des Beständigen sehen wir dann das wesentliche innere Gefüge des Ganzen und erwarten von ihm, daß es auch die Möglichkeit und die Art und Weise des Ansatzes veränderlicher Bestandtheile bestimme. Das erste Verfahren, die Hervorhebung dessen, was verschiedenen ruhenden Beispielen gemeinsam zukommt, hat die Logik gewöhnlich befolgt und ist auf diesem Wege zur Aufstellung ihres Allgemeinen

gekommen; ich würde den anderen bevorzugen, die Bestimmung dessen, was in demselben Beispiel sich unter veränderten Bedingungen forterhält; denn nur die Voraussetzung, daß diese Selbsterhaltung sich auch an der Gruppe abc, dem Gemeinsamen vieler einzelnen Vorstellungsganzen, werde beobachten lassen, rechtfertigt eigentlich unsere Annahme, dieses Zusammenseiende als zusammengehörig und als Grund der Anfügbarkeit oder der Unzulässigkeit anderer Bestandtheile anzusehen.

23. Man nennt Abstraction das Verfahren, nach welchem das Allgemeine gefunden wird, und zwar, wie man angibt, durch Weglassung dessen, was in den verglichenen Sonderbeispielen verschieden ist, und durch Summirung dessen, was ihnen gemeinsam zukommt. Ein Blick auf die wirkliche Praxis des Denkens bestätigt diese Angabe nicht. Gold Silber Kupfer und Blei sind an Farbe Glanz Gewicht und Dichtigkeit verschieden; aber ihr Allgemeines, das wir Metall nennen, finden wir nicht dadurch, daß wir bei ihrer Vergleichung diese verschiedenen Merkmale ohne einen Ersatz einfach weglassen. Denn offenbar reicht zur Bestimmung des Metalls nicht die Verneinung aus, es sei weder roth noch gelb noch weiß oder grau; ebenso unentbehrlich ist die Bejahung, daß es jedenfalls irgend eine Farbe habe; es hat zwar nicht dieses nicht jenes specifische Gewicht, nicht diesen nicht jenen Grad des Glanzes, aber seine Vorstellung würde entweder gar nichts mehr bedeuten oder doch sicher nicht die des Metalls sein, wenn ihr jeder Gedanke an Gewicht überhaupt, an Glanz und Härte überhaupt fehlte. Durch Vergleichung der einzelnen Thierarten erhalten wir das allgemeine Bild des Thieres gewiß nicht, wenn wir jede Erinnerung an Fortpflanzung Selbstbewegung und Respiration deshalb fallen lassen, weil die einen lebendig gebären, andere Eier legen, manche sich durch Theilung vermehren, weil ferner jene durch Lungen, diese durch Kiemen, noch andere durch die Haut athmen, weil endlich viele auf Beinen wandeln, andere fliegen, einige zur Ortsveränderung unfähig sind. Im Gegentheil ist dies das Allerwesentlichste, wodurch jedes Thier Thier ist, daß es irgend eine Art der Fortpflanzung, irgend eine Weise der Selbstbewegung und der Respiration besitzt. In allen diesen Fällen entsteht mithin das Allgemeine nicht durch einfache Hinweglassung der verschiedenen Merkmale p^1 und p^2, q^1 und q^2, die in den verglichenen Einzelfällen vorkommen, sondern dadurch, daß an die Stelle der weggelassenen

die allgemeinen Merkmale P und Q eingesetzt werden, deren Einzelarten p^1, p^2 und q^1, q^2 sind. Das einfachere Verfahren der Weglassung kommt nur da vor, wo dem einen der verglichenen Einzelnen in der That gar keine Art eines Merkmals P zukommt, von welchem das andere nothwendig eine Art zu seinem Merkmal hat. So glauben wir, gleichviel ob mit Recht oder Unrecht, in der Pflanze keine Spur von Empfindung und Selbstbewegung zu entdecken, die beide wesentlich für alle Thiere sind; aus der Vergleichung von Pflanze und Thier bilden wir daher allerdings die allgemeine Vorstellung des organischen Wesens durch Weglassung beider Merkmale ohne einen Ersatz. Eine sachlich eingehende Betrachtung würde, zwar nicht eben in diesem Beispiele, aber in vielen verwandten Fällen, vielleicht Veranlassung haben, dennoch beiden verglichenen Gliedern zwei Merkmale P und Q gemeinsam zuzuschreiben, und nur für das eine, die Pflanze, einen Nullwerth dieser Merkmale anzunehmen, die in dem Thiere stets mit wirklichen Größenwerthen vorkommen. Etwas anders gewendet behaupten wir logisch, der Ersatz der weggelassenen Einzelmerkmale durch ihr Allgemeines sei die allgemeingültige Regel der Abstraction, die ersatzlose Weglassung bilde den Sonderfall, in welchem sich ein logisch gemeinsames Merkmal nicht finden läßt, als dessen verschiedene Arten der Besitz eines Einzelmerkmals hier und sein Nichtbesitz dort angesehen werden könnten. So gefaßt schließt mithin unsere Regel der Abstraction diese Fälle der bloßen Weglassung mit ein; umgekehrt, eine Regel, welche nur von der Weglassung ausginge, fände keinen Rückweg zu der Forderung jenes Wiederersatzes, dessen Wichtigkeit für die Bildung des Allgemeinen alle späteren Schritte der Logik bestätigen werden.

24. Nach den Betrachtungen des vorigen Abschnittes, von dessen Voraussendung jetzt die Nothwendigkeit sichtbar ist, wird man nicht ernstlich an dem nur scheinbaren Cirkel Anstoß nehmen, der uns hier Allgemeines durch Zusammensetzung von Allgemeinem zu bilden befiehlt. Wir haben gesehen, daß die allgemeinen Merkmale P und Q, die wir hier bedürfen, das erste Allgemeine des erwähnten Abschnittes, uns ohne logische Arbeit lediglich als beobachtbare Erzeugnisse unseres Vorstellungslebens zufallen; eben deswegen können sie nun als Bausteine für die Bildung dieses zweiten Allgemeinen verwendet werden, welches wir allerdings durch eine logische Arbeit erzeugen. Daß das Gelb des

Goldes das Roth des Kupfers und das Weiß des Silbers nur Abwandlungen eines Gemeinsamen sind, das wir dann Farbe nennen, das empfanden wir unmittelbar; wem es aber nicht empfindbar wäre, dem würde durch logische Arbeit nie deutlich gemacht werden können, weder daß diese Eindrücke Arten dieses Allgemeinen sind, noch überhaupt, was eigentlich ein Allgemeines und die Beziehung seines Besonderen zu ihm sagen will. Denn dies eben wünschte ich hier noch hervorzuheben, daß auf der unmittelbaren Anschauung eines ersten Allgemeinen und auf der Anwendung irgend welcher Größenvorstellungen die Bildung dieses zweiten Allgemeinen in allen Fällen beruht, nicht blos da, wo die Merkmale, wie die des Metalls, Farbe Glanz und Härte, sich ungezwungen als ruhende Eigenschaften des Bezeichneten fassen lassen, sondern auch da, wo sie, wie Fortpflanzungs- und Bewegungsfähigkeit des Thieres, nur kurze adjectivische Bezeichnungen von Verhaltungsweisen sind, die wir vollständig nur durch vielfache Beziehungen zwischen mancherlei Beziehungspunkten denken können. Man überzeugt sich leicht durch eine Zergliederung, die ich nur um ihrer drohenden Weitläufigkeit willen hier der Aufmerksamkeit des Lesers überlassen muß, daß alle Unterschiede der Thiere auch in Bezug auf diese Merkmale immer auf Größenbestimmungen hinauslaufen, die entweder der Stärke gelten, mit der ein fühlbar gleicher oder gleichartiger Vorgang sich in ihnen ereignet, oder der Anzahl der Beziehungspunkte, zwischen denen er stattfindet, oder einer der Formverschiedenheiten, die er durch eben diese verschiedene Anzahl seiner Beziehungspunkte, durch die größere oder geringere Engigkeit ihrer Beziehung auf einander, endlich durch die ebenfalls meßbaren Unterschiede ihres zeitlichen und räumlichen Verhaltens erfahren kann. Mit dem Hinwegfall dieser quantitativen Abstufung und Vergleichbarkeit, die sich, in verschiedener Weise natürlich, über Alles, über einfache Merkmale, über ihre Beziehungen, über Verbindungsweisen des Gleichzeitigen und des Successiven erstreckt, würde die Bildung eines Allgemeinen aus der Vergleichung verschiedener zusammengesetzten Vorstellungsgruppen wenigstens in dem Sinne, in welchem diese Bildung für die Aufgaben des Denkens Werth hat, unmöglich sein.

25. Ich gedenke jetzt einiger herkömmlichen Kunstausdrücke. Nennen wir Begriff (notio, conceptus) vorläufig überhaupt die zusammengesetzte Vorstellung, die wir als ein zusammengehöriges Ganze denken,

so heißt Inhalt (materia) des Begriffes S die Summe der Einzelvorstellungen oder Merkmale (notae) a, b, c, d..., durch welche S vollständig gedacht und von jedem andern Begriffe Σ unterschieden wird; Umfang aber (ambitus, sphaera) die Anzahl der Einzelbegriffe s^1, s^2, s^3.., in deren jedem der Inhalt von S, also die Merkmalgruppe a, b, c, d.., in irgend einer ihrer möglichen Modificationen enthalten ist. So würden Farbe a, Gewicht b, Dehnbarkeit d und die übrigen ähnlichen zusammen den Inhalt des Metalls S; Kupfer s^1 dagegen, Silber s^2, Gold s^3 und ihres Gleichen zusammengenommen den Umfang desselben S bilden. Man pflegt ferner die einzelnen Merkmale a, b, c als coordinirt in dem Inhalt von S, die einzelnen Arten aber, s^1, s^2, s^3, als coordinirt in dem Umfange des S zu bezeichnen; in dem Verhältniß der Subordination endlich stehen die Arten s^1, s^2, s^3 zu dem allgemeinen S selbst, das ihre Gattung bildet; subsumirt aber sind sie sammt dem S selbst unter jedes der allgemein ausgedrückten Merkmale, welche den Inhalt des S und folglich auch den der s^1, s^2, s^3 zusammensetzen. Zuletzt behauptet man, daß Umfang und Inhalt jedes Begriffes in umgekehrtem Verhältniß zu einander stehen; je größer der Inhalt, also die Zahl der Merkmale, die der Begriff allen seinen untergeordneten Arten vorschreibt, um desto geringer die Anzahl der Arten, welche diese Forderung erfüllen; je kleiner der Inhalt des S, um so größer die Menge der Einzelnen, welche die wenigen Merkmale besitzen, die ihnen nöthig sind, um Arten des S zu sein, oder in seinen Umfang zu gehören. Vergleiche man daher den allgemeinen Begriff S mit einem andern gleichartigen allgemeinen T und suche für sie beide das neue dritte Allgemeine U, dem sie wieder als Arten gehören, und setze man dies Verfahren fort, so werde jeder Allgemeinbegriff W, je höher er in dieser Stufenreihe steht, je weiter er nämlich von den ursprünglich verglichenen S und T absteht, um so ärmer an Inhalt und um so größer an Umfang sein; umgekehrt, steigen wir von jenen höchsten Allgemeinbegriffen W durch V und U, S und T bis zu den Arten von S und weiter herab, so wachse mit abnehmendem Umfang der Inhalt und werde am größten in jenen Vorstellungen des völlig Einzelnen und Individuellen, denen dann die Logik nicht ohne Bedenken den Namen eines Begriffes überhaupt noch zugesteht.

26. Diese Bestimmungen sind von ungleichem, überhaupt aber

von geringem Werth. Ich beginne, was über sie zu sagen ist, mit der Feststellung des künftig von mir zu befolgenden Sprachgebrauchs. Ich nenne jeden zusammengesetzten Inhalt s dann begrifflich gefaßt oder Begriff, wenn zu ihm ein Allgemeines S mitgedacht wird, welches den bedingenden Grund für das Zusammensein aller seiner Merkmale und für die Form ihrer Verknüpfung enthält. Nach dieser Erklärung sprechen wir unbedenklich von Begriffen auch des völlig Einzelnen, von singularen Begriffen nach dem alten Ausdruck der Logik und glauben uns dabei in völliger Uebereinstimmung mit dem Sprachgebrauch. Denn wenn wir zum ersten Male einen uns neuen Gegenstand s, vielleicht mit völliger Deutlichkeit der sinnlichen Wahrnehmung, beobachten, mit dieser aber uns nicht zufrieden geben, sondern fragen, was denn nun eigentlich dies s sei, so wünschen wir offenbar die Regel kennen zu lernen, die in dem beobachteten Thatbestand die wahrgenommenen Merkmale verbindet und sie in ein zusammengehöriges Ganze von bestimmtem voraussagbaren Verhalten verwandelt. Erfahren wir dann, dies s sei ein S, ein Thier oder eine Pflanze, so glauben wir dies s begriffen zu haben; seine Vorstellung ist es also, die durch das Mitdenken des allgemeinen S zum Begriff erhoben wird. Jeder Eigenname bietet hierfür ein Beispiel. Alcibiades bedeutet für menschliche Gedanken niemals blos eine Vielheit verschiedenfarbiger Punkte, die im Raum nach bestimmter obwohl nicht ganz unverschiebbarer Zeichnung mit einander verbunden sind und dem Versuch zu ihrer Trennung widerstehen; ebensowenig drückt der Name blos den Nebengedanken aus, diese Vielheit bilde auf irgend eine dahingestellte Weise ein Ganzes; das ganz bestimmte Allgemeinbild des Menschen vielmehr oder des Mannes wird als das Schema mitgedacht, nach welchem der Zusammenhang der hier beobachteten Merkmale unter einander und mit dem künftig von ihnen zu erwartenden Verhalten aufzufassen ist. Auf diese Auffassung aber paßt weder der Name der Anschauung, noch der einer bloßen Vorstellung, sondern nur der eines singularen Begriffes.

27. Gar nicht finde ich dagegen in der Ordnung, daß man dem Allgemeinen S selbst, durch dessen Mitdenken das Einzelne zum Begriff wird, ohne allen Vorbehalt den Namen eines Allgemeinbegriffes gibt. Diese logische Form kann das S haben, hat sie aber keineswegs immer, sondern bleibt häufig ein bloßes allgemeines Bild, dessen Be-

stand zwar mit dem Nebengedanken seiner zusammengehörigen Ganzheit, aber ohne Angabe der gliedernden Regel seines Zusammenhangs gedacht wird. Im gewöhnlichen Gebrauch der Rede ist schon der Name Mensch nur Ausdruck für ein solches Bild; einige Ueberlegung macht aus ihm leicht noch, durch Unterordnung unter das Allgemeine Thier, einen Begriff; dann bleibt aber Thier ein allgemeines Bild, das nur der Naturforscher noch durch Mitdenken der Vorstellung des organischen Wesens für seinen wissenschaftlichen Gebrauch zum Begriff umbildet. Auf diesem unfertigen Zustand der logischen Arbeit, die nur den einen Ring der ganzen Kette, den Zusammenhang des Einzelnen mit seinem nächsten Allgemeinen scharf beleuchtet, von da aus aber die übrigen im Dunkel läßt, beruhen die Begriffe, die im natürlichen Gebrauch des Denkens vorkommen; da jedoch wissenschaftliche Untersuchungen, zu denen die Logik vorzugsweis einleiten will, wirklich dahin streben, auch jedes höhere Allgemeine eines gegebenen Begriffs selbst begrifflich zu fassen, so begnüge ich mich, die vorgetragene Bemerkung gemacht zu haben, sehe jedoch von ihrer hartnäckigen Durchführung ab und werde mit dem gewöhnlichen Sprachgebrauch auch jenen allgemeinen Bildern den Namen der Begriffe nicht vorenthalten. Dies Zugeständniß wird mir dadurch erleichtert, daß in der Logik der Name des Begriffs nicht jene vornehme Bedeutung scheint haben zu dürfen, die ihm die Schule Hegels gegeben hat, und in welcher er darauf Anspruch macht, die Erkenntniß der wesentlichen Natur seines Gegenstandes auszudrücken. Der Unterschied zwischen logischen Formen und metaphysischen Gedanken ist auch hier zu beachten. Es mag einen bevorzugten Begriff geben, welcher die Sache selbst in ihrem Sein und ihrer Entwicklung verfolgt, oder zum Standpunkt der Auffassung den in ihr selbst liegenden Mittelpunkt wählt, von welchem aus sie ihr eignes Verhalten bestimmt und ihre eigne Wirksamkeit gliedert; aber es ist nicht Aufgabe der Logik, ihrer Begriffs*form* stets nur diese auserlesene Füllung zu geben. Der logische Begriff gilt uns als eine Denkform, welche ihren Inhalt, von irgend welchem Standpunkte aus, so auffaßt, daß aus dieser Auffassung Folgerungen zu ziehen sind, welche an bestimmten Punkten richtig wieder mit dem zusammentreffen, was aus diesem Inhalt selbst, aus der Sache selbst fließt; nach der Wahl jener Standpunkte, für deren jeden sich die Sache anders projicirt, kann es daher verschiedene gleich

richtige und gleich fruchtbare logische Begriffe desselben Gegenstandes geben. Mag darum Begriff immerhin jede Auffassung heißen, die, wenn auch nur mit Hülfe eines selbst nicht weiter zergliederten Allgemeinbildes, dies leistet, den gegebenen Gegenstand einer Regel seines Verhaltens zu unterwerfen, deren Anwendung mit diesem wirklichen Verhalten in Uebereinstimmung bleibt.

28. Ernstliche Bedenken erweckt die behauptete Coordination der Merkmale im Inhalt des Begriffs. Schon dies ist ein Uebelstand, daß uns ein passender Name für die Bestandtheile fehlt, aus denen wir den Begriff zusammensetzen; Merkmal, Theilvorstellung passen nur für bestimmte Fälle. Sie erwecken die geläufige falsche Meinung, als seien ganz allgemein die Bestandtheile des Begriffs gleichwerthig, jeder mit dem Ganzen des Inhalts ebenso verbunden wie jeder andere, und jeder erste mit dem zweiten ebenso wie dieser mit dem dritten. Hierzu verführen besonders die Beispiele, welche die Logik aus dem Kreise einfacher Naturgegenstände zu wählen pflegt. Zwar ist Gold gelb nur im Licht, dehnbar nur für eine einwirkende Zugkraft, schwer nur für den Körper den es drückt; aber diese verschiedenen Verhaltungsweisen lassen sich doch für unsere Einbildungskraft leicht als ruhende Eigenschaften vorstellen, die an einem bestimmten Punkte des Raumes versammelt sind und dort alle in nicht weiter angebbarer übrigens gleicher Weise an dem Realen haften, das um ihretwillen Gold heißt. Hier paßt der Name der Merkmale und hier sind die Merkmale allerdings in dem behaupteten Sinne in dem Inhalt coordinirt; nur bedeutet diese Coordination nichts mehr, als daß sie alle dem Ganzen gleich unentbehrlich sind, außerdem aber eine irgendwie gegliederte Ordnung nicht besteht. Verlassen wir so einfache Beispiele, überlegen wir Begriffe wie Dreieck Thier oder Bewegung, so bedürfen wir, um ihren Inhalt richtig zu denken, eine Menge von Theilvorstellungen, die nicht mehr so gleichwerthig sind, sondern in den verschiedensten gegenseitigen Stellungen auf einander bezogen werden müssen. Die drei Seiten des Dreiecks sind nicht blos in ihm auch da, neben den drei Winkeln, sondern sie müssen durch ihre Schneidungen die Winkel bilden; der Begriff der Bewegung enthält nicht blos überhaupt die Theilvorstellungen Ort Veränderung Richtung Geschwindigkeit; sondern Richtung und Geschwindigkeit sind, beide in verschiedenem Sinne, Bestimmungen der

Veränderung; der Ort, da er ja verlassen wird, kann am wenigsten ein Merkmal des Begriffs heißen, er ist ein Beziehungspunkt für die Vorstellung der Veränderung, zu welcher sein Verhältniß durch den Sinn des Genitivs verglichen mit dem regierenden Nominativ ausgedrückt wird. Die Verfolgung dieser Mannigfaltigkeit ist zu weitläufig; zu der Ueberzeugung aber würde sie ersichtlich führen, daß im Allgemeinen die Merkmale eines Begriffs nicht gleichwerthig einander coordinirt sind, daß sie vielmehr in den mannigfaltigsten Stellungen sich auf einander beziehen, einander verschiedenartige Anlagerungen vorschreiben und so sich wechselseitig determiniren; daß ein zutreffendes Symbol für den Bau eines Begriffs nicht die Gleichung $S = a + b + c + d \ldots$, sondern höchstens die Bezeichnung $S = F(a, b, c, \ldots)$ ist, welcher mathematische Ausdruck eben nur andeutet, daß a, b, c,... auf eine im Einzelfall genau angebbare, im Allgemeinen höchst vielförmige Weise verknüpft werden müssen, um den Werth von S zu ergeben. Wäre in irgend einem Einzelfalle

$$S = a\,[b^c \sin d] + \left(e - \frac{f}{g}\right)\sqrt{h},$$

so würde diese Formel, so läppisch sie sein würde, wenn sie etwas mehr bedeuten wollte, doch immer noch ein anschaulicheres Bild, als jene unzureichende Summenformel, für die Verschiedenheit der Beiträge geben, welche hier die einzelnen Merkmale a, b, c... zum Aufbau des ganzen Inhaltes von S liefern.

29. Gegen die Coordination von s^1 Kupfer, s^2 Gold und s^3 Silber in dem Umfang des S Metall ist nichts einzuwenden, dagegen der große Werthunterschied zwischen dieser Unterordnung und der des allgemeinen S sowie jeder seiner Arten unter die allgemeinen Merkmale a dehnbar, b farbig hervorzuheben. Die Natur des Allgemeinen S, des Metalls, beherrscht die Natur seiner Arten, des Goldes und Kupfers, vollständig, und keine Eigenschaft der letzteren entzieht sich ihrem bestimmenden Einfluß: gelb oder roth ist vieles, aber das schimmernde Gelb und Roth des Goldes und Kupfers kommt Metallen allein zu; dehnbar ist vieles, aber Größe und sonstige Eigenthümlichkeit der Dehnbarkeit, wie sie Gold und Kupfer zeigen, ist nur bei Metallen erhört; nur die Metallität endlich erklärt die Höhe des specifischen Gewichts. Ebenso bestimmt das Allgemeine Thier jede Eigenschaft und jede Regung

dessen, was seine Art ist: das Thier bewegt sich anders wächst anders und ruht anders als die Pflanze und das Leblose. Versinnlichen wir das Allgemeine Metall durch einen Kreis S, so liegt der kleinere Kreis s^1 des Goldes völlig in S eingeschlossen; neben ihm, getrennt von ihm, aber ebenso ganz innerhalb des S, die Kreise s^2 Kupfer, s^3 Silber. Dies Verhältniß einer wahrhaften Unterordnung unter das maßgebende Allgemeine bezeichne ich, indem ich zwei meist gleichbedeutend gebrauchte Namen verschieden benutze, als Subordination unter die Gattung; ich nenne dagegen Subsumption unter das Merkmal die Unterordnung des Goldes unter das Gelb g oder das Dehnbare d. Diese allgemeinen Merkmale beherrschen und durchdringen offenbar die ganze Natur des Goldes nicht; jedes drückt vielmehr nur eine Seite derselben aus, die andern Gegenständen von völlig abweichender Natur ebenfalls zukommt, und aus der sich, für unsere logische Einsicht, keinerlei Folgerung in Bezug auf die anderen Eigenschaften des Goldes ziehen läßt. An den größeren Kreis G des Gelben tritt daher der kleinere s des Goldes nur an einer bestimmten Stelle an und schneidet ihn, ohne gänzlich in ihm zu liegen; an anderen Stellen wird G durch die Kreise der andern gelben Gegenstände ebenso geschnitten und sie alle bleiben theilweis außer ihm.

30. Von dem Allgemeinen S aus, welches die Regel für die ursprünglich verglichenen s^1 s^2 s^3 war, konnten wir zu immer höheren Allgemeinbegriffen T U V W aufsteigen. In der Naturgeschichte, für welche diese Stufenreihe Werth hat, sind ihre einzelnen Glieder in der Richtung nach aufwärts als Art Gattung Familie Ordnung Klasse bezeichnet worden; doch ist schon dies nicht ganz unstreitig, was ein Allgemeinbegriff zu leisten habe, um eine Art, und was, um eine Gattung vorzustellen; noch verschiedener werden die übrigen Benennungen und immer nach Gesichtspunkten angewandt, die für den Kreis zu behandelnder Gegenstände jedesmal aus der besondern Natur derselben eigens gerechtfertigt werden. Ohne diese Unterstützung, welche die Bedeutung und Wichtigkeit dieser Abstufungen von Seiten sachlicher Kenntniß erfährt, läßt sich nur für Art und Gattung einigermaßen ein fester logischer Werth auf folgende Weise bestimmen. Veranlassung zur Aufsuchung eines Allgemeinen überhaupt findet das natürliche Denken nur in der Vergleichung von Einzelfällen, welche nicht gleich,

aber ähnlich sind. Einen Begriff zu suchen, der Gurkenfrüchte und mathematische Lehrsätze unter sich befaßte, ist ein Spiel des Witzes; aber alle großen und kleinen alten und jungen dicken und magern schwarzen und weißen Menschen fordern das natürliche Denken zu diesem Schritte auf. Denn ihre sinnlichen Erscheinungen liefern ähnliche Bilder, an deren entsprechenden Punkten sich nur Merkmale finden, die unmittelbar als Arten desselben allgemeinen Merkmales, der Härte oder Farbe, empfunden werden; auch die Beziehungen zwischen zweien dieser Punkte sind in ihnen allen nur durch Grad und Größe verschiedene Modificationen einer und derselben allgemeinen Beziehung. Die Vergleichung der einzelnen Menschen erzeugt daher ein allgemeines Bild; nicht in dem Sinne freilich, als ließe der allgemeine Mensch sich wirklich malen, aber doch in dem Sinne der naturgeschichtlichen Abbildungen, die gar nicht daran zweifeln, durch ein Pferd alle Pferde und durch ein Kameel alle Kameele in einer Anschauung, die mehr als bloßes Schema oder Symbol ist, deutlich darzustellen; oder in dem Sinne der Geometrie, die durch ein gezeichnetes Dreieck, obgleich es immer nur ein einzelnes sein kann, neben dem es andere gibt, doch alle diese andern, und zwar gleichfalls in anschaulicher Weise, mit vertritt. Diese Möglichkeit verschwindet aber, wenn wir zu höheren Allgemeinheiten aufsteigen, die diese allgemeinen Bilder selbst wieder als ihre Arten unter sich befassen; das allgemeine Säugethier, das weder Pferd noch Kameel ist noch sonst Namen hat, läßt sich nicht einmal in einem schematischen Bilde mehr zeichnen, und ebenso wenig das Polygon, das weder Dreieck noch Viereck ist noch eine andere bestimmte Seitenzahl hat. Diese höheren Allgemeinbegriffe fassen wir mithin nicht mehr in einer Anschauung, sondern nur noch in einem Gedanken, durch eine Formel oder eine Gleichung, die im Wesentlichen dieselbe Beziehungsweise zwischen verschiedenen Beziehungspunkten vorschreibt, aber zu anschaulich ganz abweichenden Gestaltungen führt, je nachdem man die unbestimmt gelassenen Werthe dieser Beziehungspunkte selbst und ihrer engeren oder schlafferen Verbindung so oder anders bestimmt denkt. Dasjenige Allgemeine nun, das noch ein Bild gewährt, würde ich eine Art, das erste von denen aber, die nur noch eine Formel möglich machen, die Gattung nennen, in Uebereinstimmung, wie ich glaube, mit dem gewöhnlichen Sprachgefühl und

nebenbei mit den alten Bestimmungen des Aristoteles. Denn die Wahl seiner beiden Ausdrücke Eidos und Genos ist ohne Zweifel durch die ursprüngliche Wortbedeutung bestimmt worden; Eidos, die Art, welche unter sich nur Individuen befaßt, ist das Gemeinsame des Aussehens oder der Erscheinung; Genos begreift das Formverschiedene, das in seiner Entstehung, oder, wenn es überhaupt nicht zeitlich entspringt, doch in dem bedingenden Zusammenhang seiner Bestandtheile derselben gesetzgebenden Formel gehorcht.

31. Es bleibt uns noch die letzte der früher angeführten Behauptungen: das umgekehrte Verhältniß zwischen Inhalt und Umfang der Begriffe; ich finde es unrichtig da, wo seine Richtigkeit wichtig wäre, und ziemlich unwichtig da, wo es richtig ist. Die Anzahl der Merkmale, aus denen wir unsere Begriffe zusammensetzen, ist nicht unendlich; reicht doch die Sprache mit zwar vielen doch nicht zahllosen Worten zu ihrer Bezeichnung aus. Leicht möglich kann daher eine Gruppe derselben, sagen wir ikl, in mehreren Allgemeinbegriffen S T und U zugleich vorkommen, ohne daß deshalb ikl einen höhern Allgemeinbegriff darstellte, der ein Bildungsgesetz für alle Arten von S T und U enthielte. Man kann Kirschen und Fleisch unter die Merkmalgruppe ikl röthlicher saftiger eßbarer Körper unterordnen, aber man wird nicht glauben, damit einen Gattungsbegriff für beide erreicht zu haben, dessen Arten sie zu heißen verdienten. Ich behaupte nun nicht, daß die einseitige Hervorhebung einer solchen Merkmalgruppe überall so wenig Sinn habe, wie in diesem abgeschmackten Beispiele; im Gegentheil werden wir ihren Werth später kennen lernen: sie dient zu dem oft nützlichen und nöthigen Nachweis, daß verschiedene Subjecte, obgleich sonst einander ganz fremd und keinem gemeinschaftlichen Gattungsbegriffe subsumirbar, dennoch wegen eines einzigen oder weniger gemeinsamen Merkmale gewissen unabweislichen Folgerungen gleichmäßig verfallen sind. Wer nun fortfahren will, diese Merkmalgruppen Allgemeinbegriffe zu nennen, hat dann freilich mit jenem umgekehrten Verhältniß zwischen ihrem Umfang und Inhalt Recht: je weniger Glieder die Gruppe zählt, um so sicherer wird sie in allerhand Begriffen anzutreffen sein; und anderseits je größere Anzahlen verschiedener Vorstellungsinhalte man vergleicht, um so kleiner wird die Merkmalgruppe sein, in der sie alle übereinstimmen. Von

dem wahren Allgemeinbegriff dagegen, dem, welcher die Regel für die ganze Bildung der Arten enthält, ließe sich eher behaupten, daß sein Inhalt allemal ebenso reich, die Summe seiner Merkmale ebenso groß ist, als die der Arten selbst; nur sind im Allgemeinbegriffe, in der Gattung, eine Menge Merkmale blos in unbestimmter und selbst allgemeiner Form enthalten, für welche in der Art bestimmte Einzelwerthe oder besondere Ausprägungen auftreten, bis in dem singularen Begriffe jede Unbestimmtheit verschwunden und jedes allgemeine Merkmal der Gattung durch ein nach Größe Eigenthümlichkeit und Verknüpfung mit andern völlig determinirtes ersetzt ist. Allerdings kann man gegen die Allgemeingültigkeit dieser Behauptung Beispiele wie das früher erwähnte des organischen Wesens anführen, unter dessen Begriff wir Pflanze und Thier unterordnen; man kann es eine logische Willkürlichkeit nennen, in diesem Begriffe die Merkmale der Empfindungs- und Bewegungsfähigkeit beizubehalten, mit dem Hintergedanken, beiden dann in der Pflanze einen Nullwerth zuzuschreiben; aber dies Beispiel zeigt eigentlich mehr, daß wirklich die höheren Allgemeinheiten, von der Gattung aufwärts, aufhören wahre Allgemeinbegriffe zu sein und in Complexe von Bedingungen übergehen, denen der Inhalt verschiedener im eigentlicheren Sinne so zu nennender Gattungen mit gleichen daraus fließenden Folgen unterliegt. Der Begriff des organischen Wesens ist ein solches ikl, eine Gruppe von Merkmalen, die für sich in keinem gegebenen Beispiel vorkommt, die aber in den Gattungen, in denen sie vorkommt, in Thier und Pflanze, dieselben aus ihr entspringenden Folgerungen nothwendig macht.

32. Die vorigen Bemerkungen enthielten weder die Hoffnung noch den Anspruch, eine bleibende Aenderung in dem hergebrachten Sprachgebrauch hervorzubringen; sie sollten nur der deutlicheren Einsicht in den Bau der Begriffe überhaupt dienen. Zu gleichem Zwecke füge ich noch Folgendes hinzu. Ich bezeichne die Gattung G, sofern ihr Begriff die Verbindungsregel einer Anzahl allgemeiner Merkmale A B C... darstellt, durch F [A B C], und nehme an, jedes der Merkmale lasse Einzelformen zu, welche a^1 a^2 a^3 . . b^1 b^2 b^3 . . c^1 c^2 c^3 . . heißen mögen; die Verbindungsform F endlich bewege sich gleichfalls in einem Spielraum veränderlicher Gestaltungen, von denen wir drei durch f φ und f andeuten wollen. Da nun die Merkmale

A B C von sehr verschiedenem Werthe für das Ganze von G sein können, so ist es möglich, daß die verschiedenen Werthe, welche etwa A annimmt, von entscheidender Wichtigkeit für die Gestalt des Ganzen sind und sich auch in der Verbindungsweise der übrigen mit ihrem umformenden Einfluß gelten machen. Dies kann den Erfolg haben, daß, wenn A den einen oder den andern seiner Werthe annimmt, damit auch die Gliederungsweise F des Ganzen von einem ihrer Einzelfälle sich zu einem andern ändert; die Gesammtzahl der Arten von G würde dann sein: $G = f(a^1 B C..) + \varphi(a^2 B C..) + f(a^3 B C..)$, in welcher Formel ich der Kürze halber die correspondirenden Aenderungen von B und C unausgedrückt lasse. Diese entscheidenden Merkmale a^1 a^2 a^3 sind in diesem Falle die artbildenden Unterschiede, differentiae specificae. So pflegt schon Aristoteles, der dafür den Namen Diaphora hat, wenn er den Menschen unter die Gattung Thier unterordnet, die Bestimmung zum vernünftigen Denken als die eigenthümliche Ausprägung a^1 des allgemeinen Seelenlebens A zu bezeichnen, durch die sich der Mensch von allen andern Thieren unterscheidet; im Sinne meiner obigen Bezeichnung kommt dann noch hinzu, daß dieses a^1 nicht blos den Menschen von den Thieren abgrenzt, sondern auch die ihm eigenthümlichen Werthe der übrigen Eigenschaften B und C, endlich die Verbindungsweise f derselben oder den ganzen Habitus bestimmt, durch den der Mensch sich von den Thieren mit ihrer durch φ oder f charakterisirten Organisation unterscheidet. Es kann ferner geschehen, daß die besonderen Werthe, welche eines oder mehrere der allgemeinen Gattungsmerkmale in einer einzelnen Art angenommen haben, nur in dieser Art und in keiner andern möglich sind, daß sie aber dennoch keinen wichtigen Einfluß auf die Gestaltung der übrigen Merkmale äußern und deshalb die Natur der Art, an welcher sie vorkommen, nicht nach ihrer ganzen Bestimmtheit repräsentiren. Eigenheit oder Idion nennt Aristoteles ein solches Merkmal: es ist das, was wir ein Kennzeichen nennen. Die Lachfähigkeit führt er als Idion des Menschen an, Hegel in ähnlichem Sinne das Ohrläppchen; beide unterscheiden den Menschen vom Thiere, aber sie erschöpfen sein Wesen nicht. Noch gibt es nach Aristoteles Merkmale, die nicht zu dem eisernen Bestand eines Begriffs gehören, sondern etwas bezeichnen, was seinem Inhalt zustößt oder widerfährt;

jedes Verbum, welches sagt, daß Sokrates sitze oder stehe, gibt davon ein Beispiel. Die Uebersetzer quälen sich vergeblich, den von Aristoteles dafür gebrauchten Ausdruck Symbebekos zugleich sachgemäß und in Uebereinstimmung mit der ursprünglichen griechischen Wortbedeutung zu übersetzen; was an ihm sachlich wichtig und richtig ist, wird völlig dem entsprechen, was wir einen Zustand nennen. Daß dieser Ausdruck dennoch nicht den Sprachgebrauch des Aristoteles deckt, scheint mir die Schuld einer von ihm selbst begangenen Ungenauigkeit, deren Erörterung kaum die Mühe lohnen würde. Die Betrachtung des sachlichen Verhältnisses aber, das zwischen dem Begriffsganzen und dieser Art seiner Merkmale obwaltet, gehört der Lehre vom Urtheil an. Man findet in des Porphyrius Einleitung zur Aristotelischen Logik Stoff genug, um ein meist freilich nutzloses Nachdenken über die Aehnlichkeiten und Unterschiede der hier berührten logischen Bestimmungen noch weiter zu üben; uns dienten sie wesentlich zur Verdeutlichung der mannigfachen Gliederung der Begriffe und sind zu diesem Zweck nicht in durchgängiger Uebereinstimmung mit Aristoteles vorgetragen worden.

33. Wohin gelangt man nun zuletzt, wenn man zu allen gefundenen Allgemeinbegriffen immer höhere sucht? welche Form nimmt das Gesammtsystem aller unserer Begriffe an, wenn man sich dieses Geschäft vollendet denkt? Von einer breiten Grundfläche, welche durch alle singularen Begriffe oder Vorstellungen gebildet wird, erhebt es sich offenbar mit zunehmender Verschmälerung; die gewöhnliche Meinung gibt ihm geradezu die Gestalt einer Pyramide, die mit einer einzigen Spitze, dem alles umfassenden Begriffe des Denkbaren, schließe. Ich finde wenig Witz in dieser Annahme; sie beruht ganz auf der geistlosen Subsumtion unter ein Merkmal, deren logischen Werth wir gering anschlugen. Unter das Merkmal des Denkbaren überhaupt fällt alles auf einmal und mit einem Schlage; man kann sich die Mühe ersparen, zu diesem Ergebniß erst durch eine pyramidale Stufenleiter empor zu klettern; zugleich ist in diesem Endgliede von allem Inhalt und aller Eigenthümlichkeit des Gedachten auf die gründlichste und gedankenloseste Weise abgesehen. Folgen wir dagegen dem Verfahren der Subordination unter die Gattung und ordnen wir das Mannigfache nur solchen Allgemeinheiten unter, welche den Gedanken der allgemeinsten Regeln für die Eigenarten seiner Formung noch

aufbewahren, so kommen wir nicht zu einem, sondern zu mehreren auf einander nicht zurückführbaren Endbegriffen, in denen wir ohne Ueberraschung dieselben Bedeutungen der Redetheile wiedererkennen, die wir am Anfang dieses Hauptstücks als die ersten logischen Elemente kennen lernten. Alle substantivischen Inhalte führen auf den Stammbegriff des Etwas, alle adjectivischen auf den der Beschaffenheit, die verbalen auf den des Werdens, die andern auf den des Verhältnisses zurück. Alle diese Stammbegriffe haben freilich das gemeinsame Merkmal, denkbar zu sein; aber eine gemeinsame Gattung, unter der ihre wesentlichen Inhalte verschiedene Arten bildeten, gibt es weder über ihnen allen, noch vertritt einer von ihnen diese Stelle für die übrigen; es ist nicht möglich, das Etwas als eine Art des Werdens, oder das Werden als eine Art des Etwas zu fassen. So angesehen erhebt sich das Gesammtgebäude unserer Begriffe wie eine Gebirgskette, die von einem breiten Fuße beginnt und mit mehreren scharf getheilten Gipfeln endigt.

Uebergang zu der Form des Urtheils.

34. Auf diesem Bilde einer zusammenhängend sich aufbauenden Begriffswelt hat schon der Blick Platons geruht. Ihn, der die ewige Sichselbstgleichheit jedes Begriffsinhaltes und ihre Bedeutung gegenüber der Veränderlichkeit des Wirklichen zuerst erkannt, ihn konnte es reizen, alle einfachen Elemente des Denkbaren aufzusuchen, alle Verbindungen der verbindbaren zu vollziehen und in dem gegliederten Ganzen einer Ideenwelt das ewige Vorbild aufzurichten, dem die geschaffene Welt unvollkommen nachahmt. Weder er selbst indessen noch die Folgezeit hat eine wirkliche Ausführung dieser an sich unvollendbaren Aufgabe versucht; noch weniger könnten wir jetzt geneigt sein, in ihr eine wünschenswerthe Leistung zu sehen. Und dies nicht nur deshalb, weil die Wirklichkeit, das was ist, uns zu zahlreiche und schwere Räthsel aufgibt, um uns Zeit zur Aufstellung eines Verzeichnisses dessen zu lassen, was sein könnte, aber nicht ist; vielmehr auch die vollständige Kenntniß der Ideenwelt würde uns wenig in der Begreifung des Wirklichen unterstützen. Denn Alles, was wir im besten Fall auf diesem Wege erreichen könnten, würde nur das Bild einer ruhenden Ordnung

sein, in welcher einfache und zusammengesetzte Begriffe, jeder unveränderlich sich selbst gleich und jeder durch unwandelbare Beziehungen zu allen andern an seinen unverrückbaren systematischen Ort gestellt, neben einander ständen; was uns dagegen die Wirklichkeit vorhält, ist ein wechselndes Durcheinander der mannigfachsten Beziehungen und Verknüpfungen, die sich zwischen den einzelnen Vorstellungsinhalten, ohne Rücksicht auf ihre systematische Stellung, bald so bald anders gestalten. Diese große Thatsache der Veränderung hört nicht dadurch auf dazusein, daß wir im Sinne des Alterthums sie als eine Unvollkommenheit schelten, im Gegensatz zu der feierlichen Ruhe der Ideenwelt; immerfort führt sie der Verlauf unserer Vorstellungen uns wieder vor, und das Denken, das von diesem ja seine Anregung empfängt, muß sich bemühen, auch dies veränderliche Zusammensein auf Gründe der Zusammengehörigkeit zurückzuführen. Hierdurch wird der weitere Weg der Logik bestimmt.

35. Verschiedene Erwägungen führen zu demselben nächsten Schritte. Wo an einen scheinbar unveränderten Begriffsinhalt neue Merkmale sich anfügen, die wir früher in ihm nicht mitdachten, werden wir am unmittelbarsten zu der Frage aufgefordert, welcher Grund eines veränderlichen Zusammengehörens sich für beide denken lasse. Aber auch wenn wir verschiedene Beispiele eines Allgemeinen vergleichen, in dessen allgemeinen Merkmalen wir die Möglichkeit vieler besonderen bereits eingeschlossen haben, fragt es sich doch nach dem Grunde, der in jedem einzelnen dieser Beispiele die Zusammengehörigkeit des besondern Merkmals mit dem übrigen Ganzen des Inhalts vermittelt und dieses Merkmal vor den übrigen besonderen bevorzugt, die als Arten desselben Allgemeinen eben so gut vorhanden sein könnten, aber nicht vorhanden sind. Zuletzt, da wir in jedem Begriffe eine Mehrheit von Merkmalen vereinigt denken, und zwar solchen, die nicht ihrem eigenen Inhalte nach, als Glieder einer und derselben systematischen Reihe einander verwandt, die vielmehr einander ungleichartig und fremd sind, die aber dennoch einander determiniren und in ihrer Verbindung eine bedingende Macht über den Ansatz anderer ausüben sollen, so kehrt auch hierüber die Frage nach dem Rechtsgrunde wieder, der dieses Zusammensein des Ungleichartigen als ein Zusammengehören erscheinen lasse. Wir werden uns bewußt, daß wir in unserer Be-

trachtung des Begriffs, als wir einer gewissen Verknüpfung von Merkmalen diese Stellung einer beherrschenden logischen Substanz zuschrieben, welche sich in einer Mannigfaltigkeit verschiedener oder wechselnder Formen bethätigt, eine Auffassungsweise gefordert und vorausgenommen haben, deren logisch rechtliche Ausführbarkeit uns noch zu erweisen obliegt. Dies also ist unsere Aufgabe nun, diese vorausgesetzten Verknüpfungen entweder wieder aufzulösen, oder, wenn sie sich rechtfertigen lassen, sie noch einmal, dann aber in einer Form zu vollziehen, welche den Grund der Zusammengehörigkeit des Verbundenen mit ausspricht. Wenn das Denken diese Aufgabe zu lösen sucht, wird ersichtlich die Form seiner Bewegung die des Urtheils sein. In ihm tritt ein bleibendes oder bedingendes Glied, das Ganze eines Begriffsinhalts, als Subject den veränderlichen oder bedingten Gliedern oder der Summe dieser Theile als Prädicaten gegenüber, die Beziehung beider aber, welche ihre Verknüpfung erklärt und rechtfertigt, liegt in der Copula, nämlich in dem Nebengedanken, welcher, sprachlich mehr oder minder vollständig ausgedrückt, beide Satzglieder zusammenhält.

Zweites Kapitel.

Die Lehre vom Urtheil.

Vorbemerkungen über Bedeutung und gewöhnliche Eintheilung der Urtheile.

Der allgemeinen Absicht meiner Darstellung gemäß würde ich die verschiedenen Urtheilsformen nun systematisch als Glieder einer Reihe von Denkhandlungen zu entwickeln haben, deren jede durch den von ihr unbewältigten Rest ihrer Aufgabe den Eintritt der nächstfolgenden begründet. Ehe ich diesen Versuch beginne, habe ich üblichen anderen Betrachtungsweisen und den Gründen meiner Abweichung von ihnen einige Worte zu widmen.

36. Jedes Urtheil, welches im natürlichen Gebrauch des Denkens gebildet wird, will ein Verhältniß zwischen den Inhalten zweier Vorstellungen, aber nicht ein Verhältniß dieser beiden Vorstellungen aussprechen. Von diesem sachlichen Verhältniß der vorgestellten Inhalte ist natürlich ein gewisses Verhältniß der Vorstellungen, durch die wir es denken, eine unvermeidliche Folge; aber nicht diese freilich unausbleibliche Beziehung unserer Denkmittel, durch die wir den sachlichen Inhalt ergreifen wollen, sondern eben dieser selbst ist der wesentliche Sinn der im Urtheil vollzogenen Denkhandlung. Wenn wir sagen: das Gold ist gelb, so ist es freilich unwidersprechlich, daß nach diesem Urtheile unsere Vorstellung des Goldes in dem Umfange unserer Vorstellung des Gelben liegt, daß mithin das Prädicat von weiterem Umfange ist, als das Subject; aber dies war es doch gewiß nicht, was man durch dies Urtheil auszusprechen beabsichtigte. Vom Golde selbst vielmehr wollte man sagen, daß das Gelb selbst ihm als Eigenschaft zukomme, und nur deshalb, weil man dieses sachliche Verhältniß, gleich-

viel jetzt, welche Bedenken es sonst haben mag, als bestehend schon voraussetzt, kann man es in einem Satze abbilden, in welchem die Vorstellung des Goldes von der des Gelben eingeschlossen wird. Daß man nicht einmal ganz Recht hat mit diesem Satze, hat die Logik auch sonst schon bemerkt; indem sie von dem, was man ausdrückt, sich auf das beruft, was man meint, lehrt sie, daß auch das Subject seinerseits dies allzuweite Prädicat beschränke; das Gold sei nicht gelb überhaupt, sondern goldgelb, die Rose rosenroth, ja diese Rose habe eben nur das Roth dieser Rose. Aber auch diese Verbesserung ändert nichts an der Unvollkommenheit dieser ganzen Auffassung des Urtheils; denn welches Verhältniß nun eigentlich zwischen den beiden so corrigirten Gliedern stattfinde, sagt sie doch nicht, und die ganze Mannigfaltigkeit der verschiedenen Zusammenhangsweisen, die hier stattfinden können, geht für sie verloren. So ist ja das Gold im Finstern nicht gelb; seine Farbe hängt also an ihm nur unter einer Bedingung, der des Lichtzutrittes; wer nun diese neue Erfahrung mit der vorigen im Stil dieser Auffassung zu verbinden wünschte, würde sagen müssen, die Vorstellung des Goldes liege gleichzeitig im Umfange des im Lichte Gelben und im Umfange des im Finstern Nichtgelben; aber durch diese Ausdrucksweise würde er, wie mir scheint, doch nur verrathen, daß es ihm Vergnügen macht, von dem worauf es ankommt, der Erwähnung jenes Bedingungsverhältnisses, zu freilich richtigen, aber ganz bedeutungslosen Folgen abzuschweifen. Natürlich haben auch diese Umfangsverhältnisse der im Urtheil verbundenen Vorstellungen ihren logischen Werth; aber wo man diesen bedürfen wird, ist er nicht so schwierig zu ermitteln, um sich seiner nicht nebenher augenblicklich zu bemächtigen; einen Hauptgesichtspunkt für die Betrachtung der Urtheile aus jenen Verhältnissen zu machen, halte ich für ebenso irrig als langweilig.

37. Auf die Auffassung, welche ich hier vertrete, weisen übrigens die technischen Ausdrücke der Logik zurück. Subject unseres obigen Urtheils ist im Satze, oder grammatisch betrachtet, das Wort Gold, logisch angesehen aber, oder im Urtheile, nicht die Vorstellung Gold, sondern das Gold; denn nur zu diesem gehört das Gelb als ein Prädicat, das von ihm ausgesagt wird, und zwar in einem bestimmten Sinne ausgesagt wird, den die Bedeutung der Copula angibt. Die Vorstellung des Gelben dagegen ist nicht in demselben Sinne eine Eigenschaft

der Vorstellung des Goldes, in welchem Gelb eine des Goldes ist; jene wird gar nicht von dieser ausgesagt oder prädicirt; zwischen beiden Vorstellungen findet zunächst nur die Beziehung statt, daß immer, oder doch unter bestimmten Bedingungen immer, die eine dieser Vorstellungen, gelb, sich einfindet, wo die andere, Gold, gegeben ist; daß aber, wo jene gegeben ist, nicht überall diese hinzutritt. Was das aber ist, was dieses Verhalten ermöglicht rechtfertigt oder nothwendig macht, das zu ermitteln und auszusprechen, ist allein die Aufgabe des logischen Urtheils, und es löst sie, indem es durch den Sinn seiner Copula die Beziehung angibt, die zwischen den beiden vorgestellten Inhalten, um deswillen, was sie vorstellen, und in verschiedenen Fällen verschieden, stattfinde; nur zwischen diesen Inhalten ist anderseits eine logische Copula denkbar; zwischen ihren Vorstellungen besteht nur die psychologische Verbindung, die ich erwähnte, und außer ihr jenes monotone, in allen Fällen gleiche Verhältniß der Einordnung der einen in den Umfang der anderen.

38. Es ist jetzt bereits deutlich, daß es für uns nur so viel wesentlich verschiedene Urtheilsformen wird geben können, als es wesentlich verschiedene Bedeutungen der Copula, d. h. verschiedene Nebengedanken gibt, welche wir über die Art der Verknüpfung des Subjects mit seinem Prädicat uns machen und in der syntaktischen Form des Satzes mehr oder minder vollständig zum Ausdruck bringen. Manche andere Unterscheidung, der wir in der Logik begegnen, fällt daher für unsere systematische Uebersicht als unbrauchbar hinweg, ohne deswegen ihren anderweitigen logischen Werth zu verlieren. Dieser Umstand macht mir zur Klarheit des Folgenden eine vorläufige Erörterung des Hergebrachten wünschenswerth; doch glaube ich sie auf diejenige Eintheilung der Urtheile beschränken zu können, die, an sich sehr alt, in Deutschland durch Kant die üblichste geworden ist. Man weiß, daß Kant jedes Urtheil nach den vier verschiedenen Rücksichten der Quantität, Qualität, Relation und Modalität bestimmt sein ließ und in jeder dieser Rücksichten für jedes Urtheil eine von drei einander ausschließenden Formen nothwendig fand. Von dieser Eintheilung darf ich das dritte Glied aus dieser vorläufigen Betrachtung ausschließen. Denn die Relation (zwischen Subject und Prädicat), nach welcher Kant kategorische hypothetische und disjunctive Urtheile unter-

scheidet, bezieht sich offenbar auf eben die wesentlichen Bestimmtheiten des Urtheils, die wir suchen, und die den weiteren Gegenstand meiner eigenen Darstellung ohnehin bilden werden. Wenn das kategorische sein Subject S und sein Prädicat P schlechthin, wie man sagt, oder nach dem einfachen Vorbild des Verhältnisses eines Dinges zu seiner Eigenschaft verknüpft, das hypothetische dagegen dem S an sich nicht, sondern nur unter Voraussetzung der Erfüllung einer Bedingung sein P beilegt, das disjunctive endlich dem S gar kein bestimmtes Prädicat ertheilt, ihm aber die nothwendige Wahl zwischen mehreren einander ausschließenden auferlegt, so ist ohne Zweifel in jeder dieser drei Formen der Sinn der Copula, die Art der Verknüpfung zwischen S und P, verschieden und eigenthümlich; diese drei werden die Glieder der nachher aufzubauenden Stufenreihe der Urtheile bilden; nur die neun übrigen bedürfen der folgenden Vorerwägung.

39. Ihrer Quantität nach müssen die Urtheile entweder allgemein oder particular oder singular sein. Drückt man diese Unterschiede durch die üblichen Formeln aus: alle S sind P, einige S sind P, dieses S ist P, so zeigen sie offenbar nur die verschiedene Ausdehnung an, in welcher eine Verbindung von S und P gelten soll; die Art der Verbindung ist in allen drei Fällen dieselbe, und muß dieselbe sein, weil das allgemeine Urtheil, in dieser Fassung seines Sinnes, aus der Summirung der besondern und particularen soll entstehen können, mithin diesen völlig gleichartig sein muß. Die quantitative Bezeichnung gilt deshalb dem Subject allein, aber sie bezieht sich nicht auf das logische Verhältniß zwischen ihm und seinem Prädicat; sie ist daher von Wichtigkeit da, wo es gilt, in dem Zusammenhang der Gedanken von einem Urtheile eine Anwendung zu machen, deren Tragweite sich nach dem Umfang richtet, über den seine Gültigkeit sich erstreckt; einen eigenthümlichen Fortschritt der logischen Arbeit dagegen bezeichnen diese Unterschiede in ihrer hier gegebenen Formulirung nicht. Ich füge diese letztere Beschränkung hinzu, weil ja gewiß die quantitativen Unterschiede der Urtheile mit logisch wichtigen Unterschieden auch der Verknüpfungsweise zwischen S und P wirklich zusammenhängen; denn was allen S zukommt, haftet an der Natur seines Subjects ohne Zweifel auch in anderem Sinne, als das, was nur einigen eigen ist, anderen nicht; aber die quantitative Formulirung des Urtheils, welche die Subjecte

blos zählt, bemächtigt sich eben dieser wichtigen Nebengedanken nicht und läßt, häufig gegen die Natur der Sache, das Verhältniß des Prädicats zu seinem Subjecte überall als das nämliche erscheinen.

40. In Bezug auf Qualität unterschied Kant affirmative, negative und limitative Urtheile. Nun ist nichts klarer, als daß die beiden Sätze: S ist P, und S ist nicht P, so lange sie die logische Eigenschaft haben sollen, einander entgegengesetzt zu sein, nothwendig genau dieselbe Verbindung von S und P meinen müssen, nur daß die Geltung derselben von dem einen bejaht, von dem andern verneint wird. Es ist gewiß nicht nothwendig, aber nützlich, sich dies Verhalten durch Spaltung jedes dieser Urtheile in zwei zu verdeutlichen. Eine bestimmte Beziehung zwischen S und P, welcher Art sie auch immer sein mag, denken wir uns durch ein Urtheil: S ist P, als einen noch fraglichen Gedanken ausgedrückt; diese Beziehung bildet den Gedankeninhalt, über den zwei einander entgegengesetzte Nebenurtheile gefällt werden; das eine affirmative gibt ihm das Prädicat der Gültigkeit oder der Wirklichkeit, das andere negative verweigert sie ihm. Natürlich ist es im Zusammenhang unserer Gedanken von der größten Wichtigkeit, welches dieser beiden Nebenurtheile über eine gegebene Verknüpfung von S und P gefällt wird; aber zwei wesentlich verschiedene Arten des Urtheils als solchen begründet dieser Unterschied nicht; Gültigkeit oder Ungültigkeit sind vielmehr in Bezug auf die Frage, die uns hier beschäftigt, als sachliche Prädicate zu betrachten, die von dem ganzen Urtheilsinhalte als ihrem Subjecte gelten. Dieser Inhalt selbst hat seinen von Bejahung und Verneinung noch freien Ausdruck im Fragesatz, und dieser hätte als drittes Glied wohl schicklicher die Dreiheit der Urtheilsqualitäten ausgefüllt, als das limitative oder unendliche Urtheil, das durch eine positive Copula dem Subject ein negatives Prädicat beilegen soll und durch die Formel: S ist ein Nicht-P, ausgedrückt zu werden pflegt. Viel Scharfsinn ist auch in neuerer Zeit zur Ehrenrettung dieser Urtheilsform aufgeboten worden, in der ich dennoch nur ein widersinniges Erzeugniß des Schulwitzes finden kann. Schon Aristoteles hat vollkommen hinlänglich bemerkt, daß Ausdrücke wie Nicht-Mensch keine Begriffe sind; sie sind nicht einmal Vorstellungen, die sich fassen ließen. In der That, wenn Nicht-Mensch Alles bedeutet, was es logisch bedeuten soll, nämlich Alles, was nicht Mensch ist, mithin nicht blos Thier oder

Engel, sondern auch Dreieck Wehmuth und Schwefelsäure, so ist es eine ganz unausführbare Forderung, dies wüste Gemeng des Verschiedenartigsten in eine Vorstellung zusammenzufassen, die sich dann als Prädicat zu einem Subject hinzufügen ließe. Jeder Versuch, dies undenkbare Nicht-P an einem S zu bejahen, schlägt für das unbefangene Denken stets dahin um, das denkbare P an demselben S zu verneinen, und anstatt zu sagen: der Geist ist eine Nicht-Materie, sagen wir alle: der Geist ist nicht Materie. Selbst in Fällen, wo wir im natürlichen Denken ein limitatives Urtheil wirklich zu bilden scheinen, wie z. B. wenn wir sagen, daß Aerzte Nicht-Combattanten seien, bilden wir in Wahrheit doch nur ein negatives. Denn dies Nicht-P hat hier nicht die Bedeutung, die ihm der limitative Satz gäbe; Nicht-Combattanten würden für diesen auch die Pferde die Wagen die Dreiecke und die Buchstaben sein; gemeint aber sind doch nur die menschlichen Personen, die zum Heere gehören, von denen aber die Theilnahme am Kampfe negirt wird. Und so gibt es nirgends für das natürliche Denken eine zwingende Veranlassung, limitative Urtheile zu bilden; jede Folgerung, die aus dem Satze: S ist ein Nicht-P, möglich wäre, bleibt auch möglich aus dem andern: S ist nicht P. Es ist nicht der Mühe werth, hierüber weitläufiger zu sein; offenbare Grillen müssen in der Wissenschaft nicht einmal durch zu sorgfältige Bekämpfung fortgepflanzt werden.

41. Durch die Formen der Modalität soll der zwischen S und P gedachten Beziehung ein verschiedener Werth ihrer Geltung gegeben werden; als blos mögliche spreche sie das problematische, als wirkliche das assertorische Urtheil aus, als nothwendige das apodiktische. Aber man behandelt diese neuen Eigenschaften ganz unabhängig von der Art, in welcher die Urtheile bereits nach jedem der drei andern Gesichtspunkte bestimmt sind. Nachdem schon feststeht, ob ein gegebenes Urtheil U seine Bestandtheile in kategorischer in hypothetischer oder in disjunctiver Form verbindet, nachdem schon entschieden ist, ob es die in einer dieser Formen gedachte Beziehung bejaht oder verneint, nachdem endlich durch die quantitative Bezeichnung auch der Umfang des Subjects begrenzt ist, für den das ausgesprochene Prädicat gelten soll: nach alledem hält man es noch für eine offene Frage, ob das so zusammengesetzte Urtheil problematisch, assertorisch oder apodiktisch sein wird. In dieser Behandlung der Sache liegt ganz offen das Zugeständniß, daß

die Möglichkeit Wirklichkeit oder Nothwendigkeit, von denen hier die Rede ist, mit dem logischen Gefüge des Urtheils in gar keinem Zusammenhange stehen. Alle diese Urtheile, die man in den Formeln: S kann P sein, S ist P, S muß P sein, auszudrücken pflegt, sind in Bezug auf die Geltung, die sie ihrem Inhalt aus logischen Mitteln geben, einander vollkommen gleichartig; sie sind sämmtlich bloße Behauptungen des Urtheilenden und unterscheiden sich nur nach dem Inhalt, den sie behaupten. Diesen Inhalt, hier Möglichkeit dort Wirklichkeit oder Nothwendigkeit einer Beziehung zwischen S und P, sprechen sie entweder ohne allen Grund oder aus Gründen einer sachlich richtigen Ueberlegung aus, welche sie in ihrem logischen Baue auf keine Weise mehr zum Vorschein kommen lassen; eben deswegen bedürfen sie jener hinzugefügten Hülfszeitwörter, um nebenbei das auszudrücken, was in der Gliederung des Urtheils selbst nicht liegt. In dem weiteren Zusammenhang unserer Gedanken haben natürlich auch solche Urtheile ihren Werth; denn häufig kommt es eben darauf an, Ergebnisse früheres Nachdenkens, ohne beständig ihre Begründung mit zu wiederholen, in die Gestalt einfacher Behauptungen zusammenzuziehen; hier sind jene Hülfszeitwörter am Platz, welche die einst logisch begründete Möglichkeit, Wirklichkeit und Nothwendigkeit als einen jetzt bekannten Urtheilsinhalt bezeichnen. Aber für die Unterscheidung wesentlicher Urtheilsformen und für ihre systematische Anordnung könnte nur eine solche Modalität von Werth sein, welche nicht fremd neben dem übrigen logischen Gefüge der Urtheile herginge, sondern eben aus ihm selbst entspränge und denjenigen Anspruch auf blos mögliche oder auf nothwendige oder wirkliche Geltung ausdrückte, welcher dem Urtheilsinhalte aus der Art der Verbindung seiner Bestandtheile erwächst.

42. Es wäre nutzlos, eine solche Modalität zu verlangen, wenn man nicht die Erfüllbarkeit des Verlangens zeigen könnte. Deshalb greife ich Späterem etwas vor. Der Satz: alle Menschen müssen sterben, gilt gewöhnlich für apodiktisch; für mich ist er nur assertorisch; denn er behauptet nur, aber er begründet nicht die Nothwendigkeit, von der er spricht; sogar dies läßt seine formelle Fassung unentschieden, ob alle Menschen aus demselben Grunde sterben oder jeder um eines besonderen Umstandes willen, so daß nur thatsächlich alle diese verschiedenen Zufälle sich dahin vereinigen, keinen am Leben zu lassen. Gemeint aber

hatten wir mit diesem Satze doch dies, daß nicht alle blos thatsächlich sterben, sondern daß die Ausdehnung der Sterblichkeit auf alle ihren Grund in dem Allgemeinbegriffe des Menschen, in der Natur der Menschlichkeit habe; und diesen Gedanken drücken wir in der That durch die generelle Form des Urtheils aus: der Mensch stirbt; denn der Sinn dieses Urtheils, auf dessen Unterscheidung von dem gewöhnlichen allgemeinen ich zurückkommen werde, ist natürlich nicht, daß der Allgemeinbegriff Mensch, wohl aber, daß Alles stirbt, was unter ihm befaßt ist und deswegen weil es unter ihm befaßt ist. Jedes hypothetische Urtheil ferner begründet durch seinen Vordersatz den Inhalt des Nachsatzes und ist deshalb in unserem Sinne eine apodiktische Urtheilsform; der Nachsatz wird hier nicht schlechthin, sondern unter der Bedingung der Gültigkeit des Vordersatzes behauptet, aber diese Gültigkeit vorausgesetzt ist dann der Inhalt des Nachsatzes nicht mehr eine Thatsache blos, sondern eine Nothwendigkeit, mit demselben Rechte, mit dem eben jede Folge aus ihrer Bedingung nothwendig entspringt. Aehnliches, nur zu weitläufig für diese Vorbemerkungen, würde sich über das disjunctive Urtheil sagen lassen, und wir würden so in den drei Formen der Relation zugleich drei verschiedene Formen apodiktischer Modalität gefunden haben.

43. Ich scheue mich fast, ein gar zu grobes Mißverständniß noch ausdrücklich abzuwehren. Die sachliche Richtigkeit eines Urtheils kann ja nie durch die logische Form verbürgt werden, in die wir seinen Inhalt bringen; sie hängt allezeit davon ab, daß die eignen Beziehungen zwischen den Bestandtheilen dieses Inhalts selbst schon in Wahrheit solche sind, wie sie die Urtheilsform voraussetzt, wenn sie ihnen eine Geltung von bestimmtem Werth zutheilen soll. Dies gilt von der gewöhnlichen Modalität nicht minder als von der, die wir an ihre Stelle setzen möchten. In der gewöhnlichen Form des apodiktischen Urtheils: S muß P sein, läßt sich jeder Widersinn aussprechen, ohne dadurch Sinn zu werden; ebenso steht es uns frei, unsere formell apodiktischen Urtheile zu den Aussagen zu mißbrauchen: der Mensch sei allmächtig; wenn es regne, werde Alles trocken; jedes Dreieck sei entweder krumm oder süß oder jähzornig. Auch diese letzteren Urtheilsformen machen also nicht jede Begriffsverbindung wahr oder nothwendig, die man in sie hineinbringt; ihre Bedeutung besteht nur darin, zu zeigen, unter

welchen formalen Bedingungen wir dann, wenn ein bestimmter Inhalt ihnen durch sich selbst genügt, diesem Inhalt apodiktische Geltung zuschreiben dürfen. Hierin aber unterscheidet sich unsere Auffassung der Modalität zu ihrem Vortheil von der gewöhnlichen. Diese letztere sagt uns nur: es gebe apodiktische Erkenntnisse, und wenn man sie habe, könne man sie in der Form: S muß P sein, ausdrücken; wie aber eine Erkenntniß aussehen und innerlich gefügt sein müsse, um apodiktisch zu sein und diesen Ausdruck zu rechtfertigen, sagt sie uns nicht; wir erfahren es dagegen auf unserem Wege. Wir finden: es gibt drei Formen der Beziehung zwischen S und P, die, wo sie stattfinden, zu nothwendigen Erkenntnissen führen; in eine dieser Formen versucht eure Vorstellungen zu bringen: entweder bildet generelle Urtheile und sucht das P auf, welches in einem Gattungsbegriffe S an sich schon mitgedacht wird; dies P kommt dann nothwendig jeder Art des S zu; oder bildet hypothetische Urtheile und zeigt, daß aus dem Hinzukommen einer Bedingung X zu S für dies S ein P entspringt, das ohne diese Bedingung nicht vorhanden sein würde; dies P gilt dann nothwendig von jedem S, auf welches dieselbe Bedingung in derselben Weise einwirkt; oder endlich bildet disjunctive Urtheile; sobald ihr eine Frage auf ein scharfes Entweder-Oder zurückgebracht habt, seid ihr eurer Sache auch gewiß und es bedarf dann nur noch einer Erfahrung, um in jedem Einzelfalle zu bestimmen, welches von zwei Prädicaten, P oder Q, und zwar dann mit Nothwendigkeit, statthaben werde. Andere Wege aber, zu nothwendigen Erkenntnissen zu gelangen, gibt es nicht, und jedes Urtheil, welches ihr in der Form: S muß P sein, aussprechen mögt, ist nur noch eine Behauptung, deren Inhalt, wenn er triftig ist, allemal auf einem jener drei Wege ursprünglich erkannt worden ist.

44. Ich sprach bisher nur von apodiktischen Urtheilen; die Zweideutigkeit der gewöhnlichen Modalitätslehre ist noch auffallender an den problematischen. Dem Satze: alle Körper können durch angemessene Kräfte in Bewegung gesetzt werden, kann man mit ungefähr gleich gutem Rechte jede der drei Modalitäten zuschreiben. Zuerst, als Behauptung, die den Grund ihres Behauptens nicht beifügt, ist er assertorisch; aber, was er behauptet, ist doch nicht ein wirkliches Ereigniß, sondern die Möglichkeit eines unwirklichen oder nur in Gedanken gefaßten, und dies reicht nach gewöhnlichem Herkommen hin, ihn

problematisch zu nennen; apodiktisch endlich kann er heißen, weil er allen Körpern eine Eigenschaft zuschreibt, die mithin keinem fehlen kann und deshalb für jeden nothwendig ist; in der That, dieses Urtheil enthält die Wirklichkeit der Nothwendigkeit einer Möglichkeit. Nach welcher Rücksicht soll man nun den Namen wählen? Ich würde mich dafür entscheiden, hier ein assertorisches Urtheil zu sehen, die nothwendige Möglichkeit aber zu dem asserirten Inhalt zu rechnen. Da jedoch dieselbe Betrachtung sich auf alle problematischen Urtheile der gewöhnlichen Form ausdehnen läßt, so entsteht die Frage, ob es denn überhaupt eine Urtheilsform gebe, die an sich problematisch zu heißen verdiene? Man hat Fragesatz und Bitte angeführt; beide behaupten in der That nichts; sie scheinen die Verbindung von S und P, die ihren Inhalt bildet, durchaus nur als mögliche vor dem Bewußtsein schweben zu lassen. Ich zweifle gleichwohl, ob sie überhaupt als eigene logische Urtheilsformen gelten können. Denn am Ende muß doch die Frage sich wieder von der Bitte unterscheiden, und das kann sie nur dadurch, daß das Bewußtsein des Fragenden sich anders zum Inhalt seiner Frage verhält, als das des Bittenden zu dem seiner Bitte. Bedeutet nun die Frage: ich weiß nicht, ob S ein P sei, und die Bitte: ich wünsche, daß S ein P sei, so würde die Behauptung freilich sehr pedantisch sein, der Redende selber müsse sich in jedem Falle seine Aeußerung in diese zweigliedrige Form zerlegen; allein in dem Gesammtzustand seines Inneren müssen sich doch in diesen beiden Fällen zwei verschiedene, sagen wir Zustände Stimmungen oder Dispositionen finden, welche, wenn man sie ausdrücken wollte, sich eben nur so ausdrücken lassen würden. Dann aber ist sogleich klar, daß beide Urtheile einen assertorischen Hauptsatz enthalten, der nichts vom Inhalt sagt, sondern nur die Stellung des Redenden zu diesem Inhalt seiner Rede bezeichnet; der andere abhängige Satz, durch die Conjunctionen Ob und Daß eingeführt, enthält den ganzen Inhalt ohne irgend eine Aussage über Art und Werth seiner Geltung. Eben deshalb halte ich auch diesen abhängigen Satz nicht für ein problematisches Urtheil; denn dazu reicht nicht der Mangel einer Angabe über die Art der Geltung hin, vielmehr müßte diese ausdrücklich auf bloße Möglichkeit beschränkt werden. Von der Bitte ließe sich dies noch sagen, daß sie die Möglichkeit des Erbetenen und nichts als diese einschließt; die Frage, da sie ja eben nach der Möglichkeit selbst

fragen kann, thut auch das nicht immer; in beiden würde außerdem die Voraussetzung der Möglichkeit einer zwischen S und P gedachten Verbindung nur als ein dem Redenden zuzutrauender Gemüthszustand angerechnet werden können, in der logischen Form des Urtheils läge sie nicht. Ich halte vielmehr diesen abhängigen Satz für eine modalitätslose Bezeichnung eines bloßen Urtheilsinhaltes, und eben weil kein vollständiges Urtheil aussprechbar ist, ohne entweder Möglichkeit oder Wirklichkeit oder Nothwendigkeit seiner Geltung zu beanspruchen, so kommen diese modalitätslosen Sätze nie selbständig, sondern immer von einem andern selbständigen regiert vor, welcher von ihrem Inhalt eine dieser Modalitäten asserirt.

45. Problematisch könnten im Sinne unserer Ansicht nur die Urtheile heißen, welche durch ihre logische Form eine zwischen S und P gedachte Beziehung als mögliche und blos als mögliche charakterisiren. Dies thun alle nach ihrer Quantität particularen und singularen Urtheile. Sätze von der Form: einige S sind P; einige S können oder müssen P sein; dieses S ist P oder kann oder muß P sein, sagen unmittelbar nur von bestimmten Fällen des S das thatsächliche mögliche oder nothwendige Vorkommen des Prädicates P aus, und lassen zweifelhaft, wie in dieser Beziehung die nicht erwähnten andern Fälle des S sich verhalten; für S an sich ist daher nur die Möglichkeit jedes von jenen drei Verhältnissen zu P ausgesprochen und diese particularen Sätze sind gleichbedeutend mit den assertorischen: S kann P sein können; S kann P sein; S kann P sein müssen. Deshalb nenne ich die particularen Sätze problematisch in Bezug auf das allgemeine S; daß sie zugleich offenbar assertorisch sind in Bezug auf die einigen S, von denen jeder spricht, streitet gar nicht gegen meine Auffassung; dieser Umstand macht nur darauf aufmerksam, daß die bloße Möglichkeit einer Beziehung zwischen S und P sich in der That auf keinem andern Wege erkennen läßt, als durch die Beobachtung, daß diese Beziehung von einigen S wirklich gilt, gelten kann oder muß, von anderen nicht gilt, nicht gelten kann oder muß. Es gibt daher allerdings gar keine selbständigen problematischen Urtheile, die nicht in Bezug auf einen Theil ihres allgemein ausgedrückten Subjectsbegriffes insofern assertorisch wären, daß sie von diesem die Möglichkeit Wirklichkeit oder Nothwendigkeit eines Prädicates behaupteten.

46. Man bemerkt endlich leicht, daß das Kann und Muß der gewöhnlichen problematischen und apodiktischen Urtheile und das Ist der assertorischen einerseits zur Bezeichnung aller sachlich wichtigen Unterschiede der Geltung des Urtheilsinhaltes gar nicht ausreichen, anderseits, und eben deshalb, sehr verschiedene Verhältnisse unter denselben Ausdruck zusammenwerfen. Zuerst: welche Modalität haben Sätze wie diese: S wird P sein; S soll P sein; S darf P sein; S ist P gewesen? Wirklichkeiten behaupten sie alle nicht; aber die Unwirklichkeit des Vergangenen im letzten ist doch ganz etwas anderes als die des Erlaubten Befohlenen oder Zukünftigen in den ersteren; möglich ist dies Unwirkliche im dritten, zweifelhaft seine Möglichkeit im zweiten, unvermeidlich seine Wirklichkeit im ersten, unwiderruflich, aber zugleich unwirklich im letzten. Hätte man alle diese Schattirungen berücksichtigt, so würde man die Modalitätsformen noch um viele Glieder haben vermehren können. Anderseits wie ganz Verschiedenes bedeuten die gleichgeformten Sätze: es kann heute regnen; der Papagei kann reden; jedes Viereck kann in zwei Dreiecke getheilt werden! Dort eine Annahme, die möglich ist, weil man keinen Gegengrund weiß; dann eine Fähigkeit, die da ist aus Gründen, welche nicht dazusein brauchten; zuletzt ein nothwendiges Ergebniß einer Operation, die man beliebig anstellen oder unterlassen kann. Ich vermeide, diese Beispiele zu häufen, die sich ins Unbestimmte vermehren ließen; sie alle zergliedern wollen wäre eine ebenso thörichte Aufgabe, als die eines mathematischen Lehrbuchs, das alle möglicherweis vorkommenden Exempel im Voraus auszurechnen unternähme. Im Gebrauch des Denkens fließen freilich unsere Folgerungen eben aus diesen verschiedenen sachlichen Bedeutungen der erwähnten Bezeichnungen; aber es bleibt nichts anderes übrig, als eben in jedem Einzelfalle zuzusehen, was man vor sich hat, ob eine versuchsweis annehmbare Möglichkeit wegen Mangels des Beweises der Unmöglichkeit, ob eine wohlbegründete auf ihren Bedingungen sicher ruhende Fähigkeit, ob eine Nothwendigkeit wegen Vorhandenseins zwingender Gründe, oder ob eine solche des Gebotes des Zweckes der Pflicht, ob endlich eine jener Combinationen von Möglichkeit Wirklichkeit und Nothwendigkeit, von denen wir oben ein Beispiel berührten.

Die Reihe der Urtheilsformen.

A. Das impersonale Urtheil. Das kategorische Urtheil. Der Satz der Identität.

47. Es kann nicht zweifelhaft sein, daß in der Reihe der Urtheilsformen das kategorische dem hypothetischen und dem disjunctiven vorangeht. Das Auftreten eines Prädicates P an einem Subject S von einer vorauserfüllten Bedingung abhängig zu machen, kann Veranlassung nur durch frühere Erfahrungen gegeben sein, die an einigen S dies P fanden, an andern nicht; Erfahrungen, die zuletzt immer in der Form des kategorischen Urtheils: S ist P, ihren Ausdruck gefunden haben müssen. Ebensowenig kann daran gedacht werden, dem S die nothwendige Wahl zwischen verschiedenen Prädicaten vorzuschreiben, ehe frühere Erfahrungen die immer vorkommende Beziehung des S zu einem allgemeineren Prädicate festgestellt haben, dessen Arten jene zur Wahl gestellten sind; auch diese Erfahrungen würden ihren natürlichen Ausdruck in einem Urtheil der Form: S ist P, finden. Diese Abhängigkeit verräth sich bleibend auch in dem Bau der hypothetischen und der disjunctiven Urtheile; wie verwickelt auch im einzelnen Falle ihre Gliederung sein mag, sie laufen doch auf das allgemeine Schema zurück, zwei Urtheile der Form: S ist P, entweder als Vordersatz und Nachsatz oder als einander ausschließende Glieder zu einer Gesammtbehauptung zu verknüpfen. Aber fraglich kann sein, ob nicht eine noch einfachere Form dem kategorischen Urtheile selbst in der systematischen Reihenfolge vorangehen müsse. Der Satz: S ist P, kann nur ausgesprochen werden, wo der Vorstellungsverlauf ein feststehendes und durch seinen eignen Inhalt gekennzeichnetes S bereits kennen gelehrt hat, zu welchem der Inhalt eines P als hinzukommendes Prädicat gedacht werden kann. Dies wird nicht immer geschehen sein; ja man kann fragen, ob nicht in jedem Falle die Ermittelung des bestimmten S, welches einem kategorischen Urtheile zum Subject dienen wird, die logische Verwerthung von Erfahrungen voraussetzt, in denen S in dieser fertigen Gestalt noch nicht vorkommt. Die Beantwortung dieser Frage, welche sich auf die psychologische Entwicklung unseres Denkens bezöge,

lasse ich dahin gestellt; es genügt hier die Thatsache, daß auch in unserem ausgebildeten Denken sich eine Urtheilsform noch gar nicht verloren hat, welche diese einfachste Aufgabe behandelt, einen Inhalt der Wahrnehmung logisch zu fassen, ohne ihn als Bestimmung oder Veränderung eines schon festgestellten Subjectes anzusehen. Es ist das impersonale Urtheil, welches ich, als die erste Urtheilshandlung des Denkens, hier zur Vorstufe des kategorischen mache.

48. Ich glaube nicht nöthig zu haben, die logische Bedeutung des impersonalen Urtheils weitläufig gegen eine Meinung zu vertheidigen, die in ihm nur den sprachlichen Ausdruck des Wahrnehmungsinhaltes selbst, ohne alle logische Arbeit, erblicken möchte. Der Naturlaut, mit dem der Frierende sich gegen seinen frierenden Nachbar schüttelt, ist ein solches bloßes Zeichen, das nur zur Verlautbarung seines Zustandes dient; aber sobald er sein Unbehagen in dem Satze ausspricht: es ist kalt, hat er unstreitig eine Denkarbeit vollzogen. Indem er dem an sich ungeschiedenen Inhalt seiner Wahrnehmung diese zweigliedrige Form eines Prädicates gibt, das durch eine Copula auf ein Subject bezogen ist, drückt er aus, daß nur in solcher Gestalt dieser Inhalt ihm als eine wahrgenommene Wirklichkeit denkbar ist. Allerdings ist er nicht im Stande, dem Subject einen für sich bestehenden Inhalt zu geben; nur die leere Stelle desselben, und daß sie einer Ausfüllung bedürfe, deutet er an, entweder durch das unbestimmte Pronomen oder in andern Sprachen durch die dritte Person des Zeitwortes, die er statt seines Infinitivs braucht; allerdings fällt der ganze angebbare Inhalt der Wahrnehmung, die er ausspricht, in das Prädicat allein; allerdings endlich hat die Copula, die er zwischen beide stellt, noch nicht den Sinn einer bestimmten ausdrückbaren Beziehung; sie hält nur formell als Subject und Prädicat auseinander, was inhaltlich unaufhaltsam in einander übergeht und verschmilzt. Aber eben durch diesen Versuch, eine Gliederung herzustellen, der sich der vorgestellte Inhalt noch nicht fügen will, drückt das impersonale Urtheil um so deutlicher die Voraussetzung des Denkens aus, Alles, was Inhalt einer Wahrnehmung sein wolle, sei nur als Prädicat an einem bekannten oder unbekannten Subjecte zu denken.

49. Warum ich hier wiederholt von Wahrnehmung gesprochen habe, erläutere ich jetzt. Die Unbestimmtheit des Subjects hat man so

gedeutet, daß es nur in substantivischer Fassung dasselbe meine, was das Prädicat verbal ausdrückt. Nun bezweifle ich nicht, daß Jemand, darüber befragt, was er unter dem Es meine, von dem er sagt, es blitze oder donnere, sehr leicht zu der Antwort getrieben werden kann: eben das Blitzen blitze oder der Donner donnere. Ich glaube jedoch, daß er dann aus Verlegenheit etwas anderes sagt, als er mit seinem impersonalen Urtheile wirklich wollte. Ganz wesentlich scheint es mir, daß der, welcher es ausspricht, in der That den bestimmten Inhalt als haftend an einem unbestimmten Subject betrachtet, dessen Umfang viel größer ist und über den des bestimmten Prädicates hinausreicht; wenn er dann verschiedene Ausdrücke dieser Art aufeinanderfolgen läßt: es blitzt, es regnet, es ist kalt, so sagt er zwar nicht geflissentlich, daß das unbestimmte Pronomen in allen diesen Sätzen dasselbe bedeute, aber gewiß würde er, wenn er sich selbst richtig verstände, diese Antwort eher geben als die vorige. Dieses Es ist in der That als das gemeinsame Subject gedacht, an welchem alle verschiedenen Erscheinungen als Prädicate hängen oder aus dem sie hervorgehen; es bezeichnet den allesumfassenden Gedanken der Wirklichkeit, die bald so bald anders gestaltet ist. Dies haben diejenigen richtig gefühlt, welche in dem impersonalen Urtheile einen Existenzialsatz zu finden glaubten und den Satz: es blitzt, in den andern umformten: das Blitzen ist. Nur diese Umformung selbst halte ich für unnatürlich; so drückt man sich eben niemals aus; unser unbefangenes Denken sieht nicht den Inhalt der Erscheinung so an, als wäre er vor seiner Existenz schon etwas, wovon man sprechen und unter Anderem auch die Wirklichkeit aussagen könnte; sondern umgekehrt sieht es den bestimmten Inhalt der Wirklichkeit als eine Erscheinung ein Prädicat eine Folge an, die neben anderen aus einem vorausgehenden bleibenden wenn auch ganz unsagbaren Subjecte hervorgeht. Aber darin hat doch dieser unzulässige Versuch Recht, daß jedes echte impersonale Urtheil eine wirkliche jetzt eben gemachte Wahrnehmung ausdrückt und mithin seiner Form nach ein assertorisches Urtheil ist. Wir unterscheiden dabei von den echten Urtheilen dieser Art jene anderen Ausdrucksweisen, die zwar mit dem unbestimmten Es als Subject beginnen, aber sogleich durch einen erläuternden Satz seinen Inhalt feststellen, wie die Redeformen: es ist nützlich, daß dies oder jenes geschehe.

50. Je bestimmter nun das Denken die Nothwendigkeit des Subjects hervorhebt, an dem das Prädicat haften soll, um so weniger kann es bei dem Ausdrucke dieser unerfüllten Forderung bleiben. Es gehört nun, wie ich schon bemerkte, nicht zu meiner logischen Aufgabe, zu schildern, auf welchem Wege der Vergleichung und Beobachtung uns allmählich die Vorstellungen der gesuchten Einzelsubjecte entstehen, welche in den verschiedenen impersonalen Urtheilen das unbestimmte Es zu ersetzen haben; nur die logische Form habe ich aufzuzeigen, in welcher diese Forderung erfüllt ist. Es ist die des kategorischen Urtheils von der bekannten Form: S ist P, unter welche die meisten der einfachen Beispiele fallen, deren die Logik sich gewöhnlich zur ersten Verdeutlichung des Urtheils überhaupt bedient: das Gold ist schwer, der Baum ist grün, der Tag ist windig. Zu lehren ist kaum etwas über diese Form, deren Bau ganz durchsichtig und einfach scheint; es ist nur zu zeigen, daß diese scheinbare Klarheit völlig räthselhaft ist, und daß die Dunkelheit, die über dem Sinne der Copula in dem kategorischen Urtheile schwebt, auf lange hinaus den weitertreibenden Beweggrund zu den nächsten Umformungen der logischen Arbeit bilden wird.

51. Man bemerkt sogleich eine gewisse Verlegenheit, welche entsteht, wenn nach dem Sinne der Verbindung zwischen S und P gefragt wird, durch den sich das kategorische vom hypothetischen und vom disjunctiven Urtheil unterscheide. Eine häufige Antwort ist: das kategorische behaupte das Prädicat P von seinem Subjecte S schlechthin; doch diese Antwort befriedigt nur durch den verneinenden Theil ihres Sinnes, welcher von dem kategorischen Satze den Gedanken einer Bedingung und den eines Gegensatzes einander ausschließender Prädicate negirt; aber nachdem wir wissen, was diese Urtheilsform nicht thut, erhalten wir über das, was sie thut, gar keine positive Aufklärung durch die Angabe, daß sie ihr P ihrem S schlechthin zufüge. In der That erwähnt diese Angabe nur die größere Einfachheit der kategorischen Copula im Vergleich mit der des disjunctiven und des hypothetischen Urtheils; aber immer muß doch diese einfachere Verknüpfung ihr S und P in einem bestimmten angebbaren Sinne verknüpfen, durch den sie sich von andern denkbaren theils verwickelteren theils gleich einfachen Verbindungsweisen derselben unterscheidet. Wie nöthig diese Forderung

ist, erhellt am einfachsten daraus, daß unter allen Verbindungen von S und P die vollkommene Identität beider diejenige sein würde, die am allereinleuchtendsten den Namen einer schlechthinigen verdienen würde. Aber gerade diese wird im kategorischen Urtheil im Allgemeinen gar nicht gemeint; der Satz: Gold sei schwer, will nicht sagen, daß Gold und Schwere identisch seien; die Sätze: der Baum sei grün, der Himmel blau, setzen ebensowenig den Baum der Grüne und den Himmel der Bläue gleich. Im Gegentheil, was man wirklich mit diesen Urtheilen meint, wird man eifrig so ausdrücken: P sei nicht das S selbst, sondern nur ein Prädicat von S, oder: S *sei* nicht P, sondern *habe* nur P. Man gesteht damit ein, daß zwischen S und P hier ein bestimmtes von anderen unterscheidbares Zusammengehören gedacht wird, und es bleibt nur übrig, auch wirklich klar zu machen, worin jenes Haben besteht, das man dem Sein gegenüberstellt, oder logischer ausgedrückt: worin das Verhältniß eines *Subjects* zu seinem *Prädicate* zu suchen sei, welches man von dem Verhältniß der Identität beider unterschieden wissen will.

52. Plato zuerst berührte diese Aufgabe; seine Lehre, die Dinge besitzen ihre Eigenschaften durch Theilnahme an den ewigen Allgemeinbegriffen derselben, war mehr eine unzureichende Beantwortung einer metaphysischen Frage nach dem Baue des Wirklichen, als eine Auskunft über das, was wir uns dabei denken, wenn wir logisch eine Beziehung zwischen Subject und Prädicat aufstellen. Aristoteles schaffte die Vorbedingung richtiger Behandlung durch die Bemerkung herbei, daß die Merkmale vor allem von ihren Subjecten *ausgesagt* werden; es stand nun wenigstens fest, daß eine logische Thätigkeit des Denkenden es ist, welche den Begriffsinhalt des einen dieser Glieder auf den des anderen bezieht; aber mehr als diesen Namen des Aussagens, des *κατηγορεῖν*, von dem das kategorische Urtheil und in lateinischer Uebersetzung das Prädicat den seinigen herleitet, entdeckte auch Aristoteles nicht. Von einer Verirrung späterer Logik blieb er allerdings frei: er schwächte die Verknüpfung von S und P, die er meinte, nicht aus einer logischen Thätigkeit zu einem blos psychischen Ereigniß ab, so daß die Beziehung zwischen beiden nur darin bestanden hätte, daß mit der Vorstellung von S sich die des P in unserem Bewußtsein lediglich associirte; ein sachliches Verhältniß zwischen beiden Vorstellungsinhalten war vielmehr

für ihn der Sinn des Urtheils und der Grund es auszusprechen. Aber er gab nicht an, was denn dem S eigentlich dadurch geschieht, daß wir P von ihm aussagen; das Aussagen selbst, welches doch diese sachliche Beziehung zwischen S und P nur anerkennen und zum Ausdruck bringen kann, ließ er zugleich als Bezeichnung dieses Verhältnisses selbst gelten, welches den Gegenstand seiner Anerkennung bilden müßte. Nun ist es leicht, die völlige Unzulässigkeit dieser Vermischung einzusehen: man kann nicht von dem Sokrates den Begriff Sklave blos aussagen, so daß das Aussagen selbst das Verhältniß feststellte, in welchem dieser Begriff zu dem des Sokrates stände; was man mit einem Urtheile wirklich meint, ist immer dies, daß Sokrates entweder Sklave ist oder nicht ist, entweder Sklaven besitzt oder nicht besitzt, sie entweder freiläßt oder nicht freiläßt. Eine dieser verschiedenen Beziehungen, in welche die Inhalte beider Begriffe gebracht werden können, bildet in jedem Falle dasjenige, was die Aussage aussagt, und es ist nur Sache des Sprachgebrauchs, wenn man gewöhnlich nur die erste dieser Beziehungen, nämlich daß Sokrates Sklave sei, stillschweigend verstanden wissen will, wo man den zweiten dieser Begriffe von dem ersten auszusagen behauptet. Das Verhältniß mithin, welches in einem kategorischen Urtheil zwischen S und P stattfindet, wird nicht in seinem Unterschiede von andern Verhältnissen dadurch bestimmt, daß man angibt, P von S auszusagen, sondern die Bedeutung dieses Aussagens, welche an sich vieldeutig ist, wird vielmehr durch den verschwiegenen Nebengedanken bestimmt, P solle von S als Prädicat vom Subjecte ausgesagt werden. Worin nun dieses eigenthümliche Verhältniß bestehe, bleibt nach wie vor Gegenstand weiterer Frage.

53. Wir Neueren sind gewöhnt, uns hierüber an die Lehre Kant's zu halten, welcher das Verhältniß eines Dinges zu seiner Eigenschaft oder der Substanz zu ihrem Accidens als das Muster bezeichnete, nach welchem das Denken in dem kategorischen Urtheile S und P verknüpfe. Welchen triftigen Sinn nun immer diese Behauptung in dem Gedankenzusammenhange Kant's haben möge, so scheint sie mir doch für unsere logische Frage unverwendbar. Ohne die Bedenken darüber zu berühren, ob denn dieses Verhältniß selbst zwischen Substanz und Eigenschaft ein so klarer und unmißverständlicher Gedanke sei, daß durch ihn alle Dunkelheit des kategorischen Urtheils verschwände, begnüge ich mich

zu erinnern, daß logische Urtheile nicht blos von Wirklichem, von Dingen sprechen; viele von ihnen haben zu ihrem Subjecte einen nur denkbaren Inhalt, ein Unwirkliches, selbst Unmögliches. Auf das Verhältniß dieser Subjecte zu ihren Prädicaten kann die Beziehung, welche zwischen dem wirklichen Dinge als solchem und seinen Eigenschaften stattfindet, offenbar nicht in ihrer vollen Bedeutung, sondern nur gleichnißweise, sagen wir symbolisch, übertragen werden. Drücken wir uns genauer aus, so besteht zwischen den zwei hier besprochenen Verhältnissen nur die formelle Gemeinsamkeit, daß beide das eine ihrer Beziehungsglieder, Ding oder Subject, als selbständig fassen, das andere, Eigenschaft oder Prädicat, unselbständig diesem ersten anhaften oder inhäriren lassen. In Bezug auf das Ding aber hat sich die Metaphysik wenigstens darum bemüht, nachzuweisen, wie Eigenschaften entstehen können, die nicht das Ding sind, aber doch an ihm haften, und worin das besteht, was wir unter diesem Anhaften verstehen; in Bezug auf das Verhältniß zwischen Subject und Prädicat vermissen wir den gleichen Nachweis des Sinnes, den hier die Inhärenz des einen an dem andern hat. Die Berufung auf die Relation zwischen Ding und Eigenschaft nützt daher der Logik nichts; es wiederholt sich die Frage: wieviel bleibt von dieser metaphysischen Relation als eine im kategorischen Urtheil aussprechbare logische Beziehung zwischen S und P übrig, wenn anstatt des Dinges etwas gesetzt wird, was nicht Ding, und anstatt der Eigenschaft etwas, was nicht Eigenschaft ist?

54. Ohne diesen üblichen, aber untriftig befundenen Versuchen zur Rechtfertigung des kategorischen Urtheils neue hinzuzufügen, spreche ich die Folgerung aus, zu der wir gedrängt werden: diese schlechthinige Verbindung zweier Begriffsinhalte S und P, so daß der eine unmittelbar der andere sei und doch auch wieder nicht sei, beide vielmehr einander als verschieden gegenüber bleiben, ist eine im Denken ganz unausführbare Beziehung; durch diese Copula des kategorischen Urtheils, das einfache Ist, lassen sich überhaupt zwei verschiedene Inhalte nicht verknüpfen; sie müssen entweder ganz ineinanderfallen oder ganz getrennt bleiben, und das unmögliche Urtheil S ist P löst sich in die drei anderen auf: S ist S, P ist P, S ist nicht P. Man möge sich nicht zu sehr an das Auffallende dieser Behauptung stoßen. Kategorische Urtheile von der Form: S ist P, sind im Gebrauch unseres

Denkens so gewöhnlich, daß ohne Zweifel das, was man mit ihnen meint, sich schließlich rechtfertigen wird, und wir werden sehr bald sehen, wie dies möglich ist. Aber dieser Rechtfertigung bedarf das kategorische Urtheil auch in der That; in der Form, in welcher es unmittelbar auftritt, ist es eine widersprechende und sich wiederauflösende Figur des Ausdrucks, in welcher das Denken entweder eine noch nicht gelöste Aufgabe, die Beziehung zwischen S und P zu bestimmen, als gelöst hinstellt, oder die gefundene Lösung so verkürzt ausspricht, daß ihr Zusammenhang nicht mehr sichtbar bleibt. Dem gegenüber drängt sich jetzt uns das Bewußtsein einer Schranke auf, die unserem Denken allgemein gesetzt ist, oder eines Gesetzes, dem es sich in allen seinen Verfahrungsweisen fügen muß: die Ueberzeugung, daß in kategorischer Urtheilsform jeder Inhalt nur als sich selbst gleich gedacht werden darf. Durch die Formel A = A drücken wir dies erste Denkgesetz, den Grundsatz oder das Princip der Identität bejahend aus; die verneinende Formel A nicht = Non A bezeichnet es als Princip des Widerspruchs gegen jeden Versuch, A = B zu setzen.

55. Ich unterbreche meine Darstellung hier noch nicht durch später nachzuholende Bemerkungen über die verschiedenen Deutungen, welche dies erste Denkgesetz erfahren hat, und beschränke mich auf die genaue Bestimmung des Sinnes, den ich, im Gegensatz zu manchen dieser Deutungen, ihm beilegen werde. Von einem höchsten Grundsatz, welcher unser ganzes Denken einschränkt, versteht es sich von selbst, daß er in der Anwendung des Denkens auf verschiedene Gruppen seiner möglichen Gegenstände sich in eine Anzahl specieller Sätze verwandelt, welche den allgemeinen Sinn des Princips in den besondern Formen darstellen, in denen es auf die besonderen Eigenthümlichkeiten jener Gegenstände anwendbar und für ihre Behandlung wichtig ist. Diese Folgerungen aus dem Princip der Identität, die theils völlig theils gar nicht unzweifelhaft sind, müssen von seinem eignen ursprünglichen Sinne unterschieden werden und haben ihre Heimat an dieser Stelle der Logik nicht. So ist es ganz nutzlos, den Ausdruck des Gesetzes bis zu der Formel anzuschwellen: jedem Dinge könne in demselben Augenblicke und an demselben Theile seines ganzen Wesens immer nur ein Prädicat A, aber nicht zugleich ein von A conträr oder contradictorisch verschiedenes Non A zukommen. Richtig freilich ist auch dieser Satz,

aber er bleibt eine besondere Anwendung des Princips auf Subjecte von dinghafter Wirklichkeit, die aus Theilen zusammengesetzt und eines zeitlichen Wechsels ihrer Zustände fähig sind. Unrichtig dagegen ist die schon in diesem Ausdruck häufig vorausgesetzte, ebenso häufig offen ausgesprochene Unterscheidung zwischen *verträglichen* Prädicaten, die demselben Subject gleichzeitig zukommen könnten, und anderen, die es nicht könnten, weil sie unter einander und mit der Natur des Subjects unverträglich wären. In den Anwendungen des Denkens hat natürlich auch diese Behauptung ihre Gültigkeit, nachdem sie sich einmal vor dem Gesetze der Identität gerechtfertigt haben wird; unmittelbar aber weiß dies Gesetz gar nichts von Prädicaten, welche, von S verschieden, dennoch mit ihm so verträglich wären, daß sie mit ihm in einem kategorischen Urtheile verbunden werden könnten; *jedes* Prädicat P vielmehr, welches sich irgendwie von S unterscheidet, wie freundlich es auch sonst gegen S gedacht würde, ist durchaus unverträglich mit S; *jedes* Urtheil von der Form: S ist P, ist unmöglich und es bleibt im allerstrengsten Sinne dabei, daß nur gesagt werden könne: S sei S und P sei P. Und diese Deutung muß man auch gegen andere metaphysische Folgerungen aus dem Princip aufrecht erhalten. Es kann sein, daß im Verlauf metaphysischer Untersuchung die Behauptungen nothwendig werden: Widersprechendes könne nicht wirklich sein, das Seiende müsse unveränderlich sein, und ähnliche; aber das logische Identitätsgesetz sagt nur: Widersprechendes sei widersprechend, Seiendes seiend, Veränderliches veränderlich; alle jene Sätze, welche den einen dieser Begriffe zum Prädicat eines anderen machen, bedürfen ihrer weiteren besonderen Begründung.

B. Das particulare Urtheil. Das hypothetische Urtheil. Der Satz des zureichenden Grundes.

56. Es würde ermüden, länger auf einem Standpunkt zu verweilen, auf dem doch unseres Bleibens nicht ist; wir folgen dem Denken zu den neuen Formen, in denen es seine kategorischen Urtheile mit dem Gesetz der Identität in Einklang zu bringen sucht. *Synthetisch* nennt man Urtheile von der Form: S ist P, wenn man unter P ein

Merkmal versteht, welches in der Merkmalgruppe noch nicht enthalten ist, durch welche man sich den Begriff von S bestimmt denkt; analytisch heißen sie, wenn P, obgleich nicht dem ganzen S identisch, doch wesentlich zu jenen Merkmalen gehört, durch deren Vereinigung der Begriff des S überhaupt erst vollständig wird. In den analytischen Urtheilen fand man keine Schwierigkeit; die synthetischen aber erregten früh die Aufmerksamkeit und sind für uns besonders durch Kant's Behandlung in den Vordergrund getreten. Auch ihm kam es jedoch hauptsächlich darauf an, die Möglichkeit synthetischer Urtheile a priori zu ergründen, d. h. solcher, welche zwischen S und einem zu dem Begriffe von S nicht unentbehrlichen P eine dennoch bestehende und nothwendige Verknüpfung behaupten, ohne sich auf die Erfahrung eines wirklichen Vorkommens derselben berufen zu müssen; synthetische Urtheile dagegen a posteriori, welche nur erzählen, daß eine solche Verbindung zweier für einander nicht nothwendiger Begriffsinhalte in der Erfahrung vorliege oder vorgelegen habe, schienen ihm als bloße Ausdrücke von Thatsachen unverfänglich. Diese Unterscheidungen mögen ihre gute Berechtigung innerhalb des Kreises von Untersuchungen haben, in welchem Kant sich bewegte; unsere logische Frage nach der Möglichkeit kategorischer Urtheile dagegen erstreckt sich auf alle drei genannten Formen mit gleicher Dringlichkeit. Es ist nur am meisten augenfällig, daß ein apriorisch-synthetisches Urtheil sich vor dem Satz der Identität rechtfertigen muß, dem es formell widerspricht; aber von dem aposteriorischen gilt dasselbe. Denn ein Urtheil bildet nicht wie ein Spiegel das Thatsächliche blos ab, sondern schiebt den beobachteten Bestandtheilen desselben allemal den Gedanken einer inneren Beziehung unter, die nicht mitbeobachtbar ist. Die Erfahrung zeigt uns immer nur, daß S und P beisammen *sind*; daß beide aber durch die innere Beziehung zusammen*gehören*, welche wir meinen, wenn wir im Urtheil P als Prädicat des Subjectes S fassen, ist die Deutung, die lediglich unser Denken jenem Zusammensein gibt. Wie nun dieses Verhältniß zwischen Subject und Prädicat überhaupt, und wie es zwischen zwei bestimmten Inhalten S und P stattfinden könne, bleibt gerade so dunkel, wenn uns die Erfahrung ihr Zusammensein thatsächlich gezeigt, als wenn wir der Erfahrung vorgreifend es im Voraus behaupten. Die analytischen Urtheile endlich erregen dasselbe Bedenken. Wenn noch so sehr das

Gelb in dem Begriffe des Goldes schon mit gedacht wird: das Urtheil, Gold sei gelb, behauptet nicht blos dies: die Vorstellung des Gelb liege in der Vorstellung des Goldes, sondern dem Golde selbst schreibt es die Gelbheit, als seine Eigenschaft, zu; zu ihr muß also das Gold ein bestimmtes Verhältniß haben, welches nicht das der Identität ist. Dies Verhältniß ist zu ermitteln und es bleibt die Frage noch immer: mit welchem Recht können wir einem S ein P, welches nicht S ist, in einem kategorischen Urtheile als Prädicat beilegen?

57. Die Antwort kann nur die sein: wir können es mit gar keinem Recht; die zahllosen kategorischen Urtheile der Form: S ist P, die wir im täglichen Leben bilden, lassen sich nur durch den Nachweis rechtfertigen, daß sie etwas ganz anderes meinen, als sie ausdrücken, und daß sie, wenn man hervorhebt, was sie meinen, in der That so identische Urtheile sind, wie sie der Satz der Identität verlangt. Die erste Form, in welcher sich dies im natürlichen Denken verräth, sind die quantitativ bezeichneten Urtheile überhaupt, die ich künftig kurz die particularen nennen und als die erste Form dieser zweiten Gruppe von Urtheilsformen betrachten werde. Ich fasse unter diesem Namen nicht blos die hergebrachten Formen zusammen, welche, wie: alle S sind P, einige S sind P, dieses S ist P, eine Anzahl von Beispielen des Allgemeinbegriffs S zu ihrem Subjecte haben, sondern auch diejenigen, welche durch Zeitpartikeln, wie: jetzt, oft, oder durch Raumbestimmungen, wie: hier, dort, dann durch ein Präteritum oder Futurum des Zeitworts, endlich durch Nebengedanken überhaupt, die unvollkommen oder gar nicht ausgesprochen werden, die allgemeine Geltung der Verbindung zwischen S und P auf bestimmte Fälle beschränken, also particularisiren. In der allgemeinen Formel: S ist P des kategorischen Urtheils sieht es so aus, als sei der allgemein ausgedrückte Begriff S das Subject, das allgemeine P sein Prädicat, die beständige unveränderliche und uneingeschränkte Verknüpfung von S und P der Sinn des ganzen Urtheils. Ergänzt man dagegen ausdrücklich, was durch jene particularisirenden Nebengedanken angedeutet, jedenfalls aber gemeint ist, so findet man, daß das wahre Subject nicht in dem allgemeinen S, sondern in einem bestimmten Beispiele Σ desselben, das wahre Prädicat nicht in dem allgemeinen P, sondern in einer besonderen Modification Π desselben, daß endlich die behauptete Beziehung nicht zwischen S und P, sondern

zwischen Σ und Π besteht, und daß diese, wenn jene Ergänzungen richtig gemacht sind, keine synthetische mehr, ja nicht einmal eine analytische, sondern geradezu eine identische ist. Dies verdeutlichen wir an einigen Beispielen.

58. Einige Menschen sind schwarz, sagen wir, und meinen damit ein synthetisches Urtheil zu bilden, weil die Schwärze P nicht im Begriff S des Menschen liege. Nun ist aber nicht der Allgemeinbegriff Mensch das wahre Subject dieses Satzes, denn nicht er ist ja schwarz, sondern einige Einzelmenschen sind dies Subject; unter diesen einigen aber, obgleich sie nur als unbestimmter Theil des ganzen Umfangs der Menschheit bezeichnet sind, verstehen wir doch keineswegs einen so unbestimmt gelassenen Theil; denn es ist gar nicht in unser Belieben gestellt, welche einigen Menschen wir aus der ganzen Menge der Menschen herausgreifen wollen; durch unsere Auswahl, durch die sie zu „einigen" Menschen werden, werden sie nicht schwarz, wenn sie es nicht ohnehin sind; man muß also diejenigen wählen und meint von Anfang an nur diejenigen, die schwarz sind, kurz die Neger; diese allein sind das wahre Subject des Urtheils. Daß auch das Prädicat nicht in seiner Allgemeinheit, daß vielmehr nur diejenige bestimmte Schwärze gemeint wird, die an menschlichen Körpern vorkommt, ist für sich klar, und ich verfolge diese Bemerkung später; hier erinnere ich nur, daß blos der Mangel an Flexion im deutschen Ausdruck uns über seinen eigentlichen Sinn täuscht; der lateinische: nonnulli homines sunt nigri, beweist sogleich durch den Plural und das Genus von nigri, daß homines zu ergänzen ist. Der völlige Sinn des Urtheils ist also: einige Menschen, unter denen jedoch nur die schwarzen Menschen zu verstehen sind, sind schwarze Menschen; es ist dem Inhalt nach völlig identisch und nur der Form nach dadurch synthetisch, daß ein und dasselbe Subject von verschiedenen Gesichtspunkten aus bezeichnet wird, einmal als schwarze Menschen im Prädicat, ein andermal als Bruchtheil aller Menschen im Subject. Wir sagen ferner: der Hund säuft. Aber der allgemeine Hund säuft nicht; nur ein bestimmter einzelner oder viele oder alle einzelnen sind Subject dieses Satzes. Aber auch das Prädicat meinen wir anders, als wir es ausdrücken: wir stellen den Hund nicht als Widerspiel eines stets laufenden Röhrenbrunnens vor: er säuft nicht schlechthin, immer und unauf-

hörlich, sondern dann und wann. Und dies Dann und Wann ist zwar als eine unbestimmte Anzahl von Augenblicken ausgedrückt, aber auch nicht so gemeint; der Hund säuft nur in bestimmten Augenblicken: wenn er Durst hat oder mindestens Appetit, wenn er etwas Trinkbares findet, wenn Niemand ihn dann durch Drohung abhält; kurz: der Hund, den wir mit jenem Urtheil meinen, ist wirklich nur der saufende Hund, und derselbe saufende Hund ist auch das Prädicat. Ferner: Cäsar ging über den Rubico; aber nicht der Cäsar, der in den Windeln lag, sondern der, welcher aus Gallien kam; nicht der schlafende sondern der wachende, im Bewußtsein der eben vorhandenen Weltlage; nicht der unentschlossene sondern der, der seinen Entschluß gefaßt hatte, kurz: der Cäsar, den das Subject des Urtheils meint, ist nur derjenige, den das Prädicat bestimmt: der über den Rubico gehende; in allen frühern Augenblicken seines Lebens war er nicht das Subject, an welches dieses Prädicat sich hätte knüpfen können. Auch leuchtet schwacher Fassungskraft ein, daß Cäsar, als er über den Fluß gegangen war, nicht fortfahren konnte, hinüber zu gehen, sondern drüben war; auch in keinem späteren Augenblicke gedacht kann er also das Subject sein, welches wir meinten. Ich führe noch zwei Beispiele an, die durch Kant berühmt geworden sind. Synthetisch, sagt man, sei der Satz: die gerade Linie ist der kürzeste Weg zwischen zwei Punkten, denn weder in dem Begriffe des Geraden noch in dem der Linie liege irgend eine Hindeutung auf Längenmaß. Aber der wirkliche geometrische Satz sagt ja nicht von einer geraden Linie überhaupt, daß sie dieser kürzeste Weg sei, sondern nur von derjenigen, welche zwischen jene beiden Punkte eingeschlossen ist. Darin aber, daß ihre Ausdehnung durch zwei Endpunkte begrenzt ist, und mit dieser Nebenbestimmung erst bildet sie das wahre Subject, darin liegt allerdings jede in diesem Fall wünschenswerthe Begründung des Prädicates. Man überzeugt sich leicht, daß der Begriff einer Geraden ab zwischen den Punkten a und b mit dem Begriff der Entfernung beider Punkte von einander völlig identisch ist; denn es ist unmöglich, von dem, was wir mit dem Namen räumlicher Entfernung eigentlich sagen wollen, eine andere Vorstellung zu geben als die, daß sie die Länge der geraden Linie zwischen a und b sei. Es gibt daher nicht kürzere und längere Entfernungen zwischen a und b, sondern nur die eine ab, die immer sich gleich ist. Von kürzeren und längeren W e g e n dagegen läßt

sich zwischen a und b sprechen; der Begriff des Weges bedeutet nur irgend eine Art des Fortschreitens, die von a nach b führt; da hierdurch die Ueberwindung der Differenz gefordert ist, welche b von a trennt, so kann es keinen von a zu b führenden Weg geben, der einen Theil dieser Differenz unüberwunden ließe; daß mithin der kürzeste aller möglichen Wege die Entfernung, mithin die Gerade zwischen den gegebenen Punkten sei, ist ein völlig, dem Inhalt nach, identisches Urtheil, das nur denselben Gedankeninhalt von verschiedenen Standpunkten betrachtet. Auch der arithmetische Satz: $7 + 5 = 12$ kann nicht deswegen synthetisch sein, weil 12 weder in 7 noch in 5 enthalten sei; das vollständige Subject besteht in keiner einzelnen dieser Größen, sondern in ihrer durch das Summenzeichen verlangten Verbindung; in dieser aber muß, sobald die Gleichung richtig sein soll, der Inhalt des Prädicats vollständig liegen: sie würde falsch sein, wenn zu der linken Seite $7 + 5$ noch irgend ein x hinzutreten müßte, um die rechte Seite 12 zu erzeugen. Auch hier liegt daher ein dem Inhalte nach völlig identischer Satz vor, der nur seiner Form nach synthetisch wird, indem er dieselbe 12 einmal als Summe zweier andern Größen, das andere Mal als ein durch seine Ordnungszahl bestimmtes Glied der einfachen Zahlenreihe darstellt. Und nun füge ich noch hinzu, daß nicht Alles sich schicklich auf einmal sagen läßt; was es eigentlich damit auf sich habe und wie es möglich sei, daß das Denken den gleichen Inhalt unter verschiedenen Formen vorstellt, dies zu erwägen findet sich sehr bald Gelegenheit; eine spätere wird dann noch zeigen, daß meine letzten Bemerkungen nicht die Absicht hatten, Kant eines so leicht aufzufindenden logischen Versehens zu beschuldigen.

59. Unser Ergebniß wäre jetzt dies: die kategorischen Urtheile von der Form: S ist P, sind im Gebrauch zulässig, weil sie immer als particulare in dem Sinne unserer Bezeichnung gedacht werden, als solche aber schließlich identische sind. Mit dieser Entscheidung wird sich jedoch Niemand befriedigt fühlen; man wird mit Recht einwenden, daß durch sie der wesentliche Charakter eines Urtheils, ein Verhältniß der Zusammengehörigkeit zwischen den Inhalten zweier Vorstellungen S und P auszusprechen, überhaupt wieder aufgehoben wird. In der That, wenn wir durch die angeführten Ergänzungen unsere Beispiele identisch machen, ihren ganzen Inhalt mithin schon in ihrem Subjecte zusam-

mendrängen, so daß A den schwarzen Menschen, B den saufenden Hund, C den über den Rubico gehenden Cäsar bedeutet, so schmilzt die ganze Aussage dieser Urtheile, außer der unfruchtbaren Wahrheit, daß A = A, B = B, C = C, dahin zusammen, A gebe es in der Wirklichkeit beständig, B zuweilen, C sei einmal in der Geschichte vorgekommen. Mit andern Worten: diese Urtheile behaupten gar kein wechselseitiges Verhältniß zwischen den einzelnen Bestandtheilen ihres Inhalts mehr, sondern nur noch von dem zusammengefaßten Ganzen dieses Inhalts eine mehr oder minder ausgedehnte Geltung in der Wirklichkeit; ein offenbarer Rückfall auf den unvollkommenen Standpunkt des impersonalen Urtheils. Dieser Mangel wird noch empfindlicher durch folgende Ueberlegung. Ich habe zwar eben noch B als Begriff des saufenden Hundes bezeichnet, aber eigentlich nicht mit Recht; denn dieser Ausdruck, welcher das Saufen participial zu dem Subject Hund hinzufügt, ist ja selbst begreiflich und zulässig nur unter der Voraussetzung, daß wirklich in einem kategorischen Urtheile dem Begriff S des Hundes ein in ihm nicht enthaltenes Merkmal P des Saufens, und zwar in dem Sinne zugeschrieben werden könne, daß P wie die Eigenschaft oder der Zustand an S als Subject oder Träger hafte. Diese Möglichkeit aber hat unsere vorige Erörterung eben aufgehoben; es bleibt uns blos die Befugniß, dieses B lediglich als zusammenseiende Summe seiner Merkmale abcd zu fassen und zu sagen: diesem nach dem Satz der Identität stets sich selbst gleichen abcd komme eine bestimmte Wirklichkeit zu; einem anderen Aggregat von Merkmalen abce komme solche Wirklichkeit ein anderes Mal zu. Dagegen haben wir gar kein Recht, etwa die gemeinsame Gruppe abc als etwas anzusehen, das innerlich zusammengehörte und zwar in sich mehr zusammengehörte, als mit den wechselnden Bestandtheilen d und e, noch weniger als ein solches Etwas, das in der Weise eines Subjectes diesen wechselnden Elementen als Merkmalen einen Träger darböte. Sprachlich würden wir freilich fortfahren, dieses abc als Hund, acbd als fressenden, abce vielleicht als saufenden Hund zu bezeichnen; aber diese Ausdrucksweisen würden dann ohne logische Begründung sein; alle unsere Urtheile würden nur einfache oder zusammengesetzte Wahrnehmungen ausdrücken können, und zwischen diesen einzelnen Wahrnehmungen, ja selbst zwischen den einzelnen Bestandtheilen jeder zusammengesetzten würde gar keine

angebbare Verknüpfung bestehen, durch welche ihr bloßes Zusammensein sich auf ein Zusammengehören zurückführen ließe.

60. Gegen dieses vollständige Scheitern seiner logischen Absicht wehrt sich das Denken durch eine weitere andere Umformung des particularen Urtheils, die man zunächst als einfache Leugnung dieses Zerfalls unseres Vorstellungsstoffes in lauter nur thatsächlich zusammenseiende Einzelheiten auffassen kann. Die Ergänzungen, welche wir dem ausgesprochenen Subject S des kategorischen Urtheils hinzufügten, waren für uns das Hülfsmittel, durch welches sich dieses Urtheil vor dem Satze der Identität rechtfertigte; sie werden jetzt auch als der sachlich gültige Grund anerkannt, welcher jenes S befähigt, ein Prädicat P anzunehmen, das ihm, so lange es allein vorhanden wäre, nicht zukommen würde. Die Nebenumstände, durch welche jenes ausgesprochene S erst zu dem wahren Subject Σ des nun identischen Urtheils wurde, erscheinen jetzt als die Bedingungen, durch deren Einwirken oder Hinzutreten der Inhalt jenes ausgesprochenen Subjectes S so beeinflußt wird, daß ein früher ihm fremdes P jetzt ihm angemessen ist und ihm nun in Uebereinstimmung mit dem Satze der Identität zugehört. Das hypothetische Urtheil ist es also, was als zweites Glied dieser zweiten Gruppe von Urtheilsformen auftritt, zusammengesetzt aus einem Vordersatz und einem Nachsatz, die in dem einfachsten typischen Falle dasselbe Subject S, aber verschiedene Prädicate haben, im Vordersatz ein Q, welches die zu S hinzutretende Bedingung, im Nachsatz ein P, welches das durch diese Bedingung an dem S erzeugte Folgemerkmal bezeichnet. Alle hypothetischen Urtheile mit verschiedenen Subjecten ihrer beiden Glieder sind sprachliche Verkürzungen des Ausdrucks und führen durch leicht zu ergänzende Mittelglieder auf diese Urform zurück: wenn S ein Q ist, so ist S ein P. Der Wunsch ferner, zugleich die wirkliche Gültigkeit des an sich nur problematischen Vordersatzes mit auszudrücken, erzeugt die Form: weil S ein Q ist, so ist S ein P; die Behauptung endlich, Q sei nicht der Grund für S, ein P zu sein, bringt die letzte Form hervor, deren Erwähnung zu thun ist: obgleich S ein Q ist, so ist S dennoch nicht P. Beide haben logisch nichts Eigenthümliches.

61. Zur Charakteristik der äußeren Formen des hypothetischen Urtheils reicht diese kurze Uebersicht völlig aus. Aber ein aufmerksamer

Leser muß an dieser Stelle nach dem Rechte fragen, mit welchem wir die ergänzenden Nebenbestimmungen, durch deren Hinzufügung das wahre Subject Σ des dann identischen Urtheils erst entstand, in Bedingungen umdeuteten, die auf ein schon bestehendes Subject S wirkend, an diesem das Prädicat P begründen. Für sich allein nun behauptet der Satz der Identität nur die Gleichheit jedes Inhaltes mit sich selbst, zwei verschiedene setzt er in keine andere Beziehung als die der gegenseitigen Ausschließung. Dächten wir uns nun verschiedene einfache Inhalte a b c q p in irgend einer Wirklichkeit zugleich gegeben, aber so, daß sie auch nur zugleich wären, ohne unter einander in irgend einem innern Zusammenhange zu stehen, so würde in jedem nächsten Augenblicke jede beliebige andere Combination einiger dieser Elemente mit beliebigen anderen ebenso gut auftreten können, und wir würden daraus, daß a b c q zum zweiten Male in unsere Beobachtung fielen, nicht darauf schließen können, daß nun auch p sich einfinden müsse; jedes beliebige r oder s würde seine Stelle mit demselben Rechte einnehmen. Machen wir dagegen die ganz allgemeine Voraussetzung, daß die Gesammtheit aller denkbaren und wirklichen Inhalte eine nicht blos zusammenseiende Summe, sondern ein zusammengehöriges Ganze sei, so reichen dann die Folgen des Identitätsgesetzes weiter. Mit genau demselben abcq, mit welchem einmal sich p verbunden fand, kann dann nach dem Gesetze der Identität weder jemals ein Non p verbunden sein, noch kann diesem acbq das frühere Prädicat p jemals fehlen. Wie überhaupt eine solche Zusammengehörigkeit zwischen verschiedenen Elementen denkbar ist, lassen wir einen Augenblick noch dahingestellt; wenn sie aber stattfindet, so findet sie in allen Wiederholungsfällen identisch statt, und wenn wir uns auf drei Elemente beschränken, so kann, wenn ab gegeben ist, nur c, wenn ac gegeben ist, nur b, wenn bc, nur a als nothwendiges neues Glied hinzutreten; d. h. für jedes erste dieser Elemente ist jedes zweite die zureichende und nothwendige Bedingung, unter der das jedesmal dritte zu ihm sich gesellen kann und muß. Dasjenige Element oder diejenige Gruppe von Elementen, der wir hier den ersten Platz geben, erscheint uns dann logisch als Subject, das Element oder die Gruppe, die wir zu zweit stellen, als die auf dies Subject wirkende Bedingung, das dritte oder die dritte Gruppe als die durch die Bedingung an jenem erzeugte Folge.

Ich bemerke noch ausdrücklich, daß diese Wahl der Plätze in unserer Willkür liegt und in der Anwendung sich nach der Natur der Gegenstände und unserem Denkinteresse an ihnen richtet; an sich ist jedes Element einer solchen Combination eine Function der übrigen, und von jedem kann man folgernd zu diesem übergehen. Gewöhnlich fassen wir eine Mehrheit in vielen Fällen verbunden bleibender Elemente, etwa amn, zusammen als ein Subject S, welches meistens ein Ding, einen beharrlichen Gegenstand der Wirklichkeit bedeutet, ein einzelnes Element b dagegen, das in einigen Beobachtungen des S fehlt, in andern vorkommt, als die hinzutretende Bedingung Q, und ein mit b immer verbundenes c als die durch Q bedingte Folge P. Es ist einleuchtend, daß man auch anders verfahren kann; in der That: die mechanische Physik kann die immer sich gleiche einfache Schwerkraft b oder Q als Subject behandeln und die verschiedenen Folgen P untersuchen, die ihr zukommen, wenn man die Körper, auf welche sie wirkt, $amn = S$ oder $amr = S^1$ als die Bedingungen ansieht, unter deren Einfluß sie in verschiedenen Fällen steht.

62. Wir hätten hiermit jene Deutung, durch die wir überhaupt zu hypothetischen Urtheilen gelangten, insoweit gerechtfertigt, als wir sie auf die allgemeinste Voraussetzung einer Zusammengehörigkeit der verschiedenen Denkinhalte zurückführten. Diese Voraussetzung selbst als eine zulässige und triftige weiter zu beweisen, kann nicht unsere Aufgabe sein; offenbar würde jeder Versuch eines solchen Beweises seinerseits das zu Beweisende voraussetzen; denn wie könnte man zeigen, es sei erlaubt und nothwendig, das Gegebene als einen Zusammenhang von Gründen und Folgen zu fassen, wenn man nicht diese Behauptung wieder als Folge aus einem Grunde ableitete? Man muß daher diesen Gedanken der Zusammengehörigkeit des Denkbaren entweder, als die Seele alles Denkens, mit unmittelbarer Gewißheit erfassen, oder alles, was auf ihm beruht, zugleich mit ihm aufgeben. Berechtigt dagegen ist das Verlangen, weitere Aufklärung über die Möglichkeit und den Sinn einer solchen Zusammengehörigkeit des Verschiedenen zu erhalten. Die Möglichkeit nun der Wechselbeziehung des Verschiedenen wird nicht wirklich durch den Satz der Identität bedroht, welcher jedes Einzelne nur in Beziehung zu sich selbst setzt; denn nur seinen eigenen Inhalt kann dieser Satz behaupten,

aber andere nicht ausschließen, die mit ihm nicht streiten. Was aber den Sinn jener Zusammengehörigkeit betrifft, so haben wir zwei Aufgaben zu scheiden. Uns, in der Logik, kümmert es gar nicht, worin der wirkliche Vorgang bestehen mag, durch den das uns hier ganz unbekannte Reale, das wir durch unsere Vorstellungen recht oder schlecht bezeichnen, auf einander einwirkt und Veränderungen seiner Zustände hervorbringt; über das Band dieses Zusammenhanges nachzudenken ist Aufgabe der Metaphysik, und mag in einer Lehre von der wirkenden Ursache, der causa efficiens, gelöst werden. Die Logik dagegen, die auch die Beziehungen des nur Denkbaren zu beachten hat, das niemals in sachlicher realer Wirklichkeit existirt, hat als ihr Eigenthum nur den andern Satz vom zureichenden Grunde, das principium rationis sufficientis, zu entwickeln; sie hat nur zu zeigen, wie aus der Verbindung zweier Denkinhalte S und Q die Nothwendigkeit entsteht, auch einen dritten Inhalt P, und zwar in bestimmter Beziehung zu S, zu denken; fände sich dann in wirklicher Erfahrung an irgend einem Realen diese Vereinigung zweier Inhalte S^1 und Q^1 vollzogen, so würde sich nach dem Satz vom Grunde das bestimmte P^1 folgern lassen, welches zu dieser Combination denknothwendig hinzutreten müßte, im Unterschied von einem P^2, welches zu ihr nicht hinzutreten könnte; wie dagegen es gemacht wird, daß gerade dies P^1, welches das Denken fordert, auch in Wirklichkeit eintritt, diese Frage würde jenen metaphysischen Untersuchungen überlassen bleiben.

63. Das unendlich oft erwähnte Gesetz des zureichenden Grundes, mit dem wir nun, als dem dritten Gliede und dem Reinertrag dieser zweiten Gruppe der Urtheilsformen, abschließen, hat das wunderliche Schicksal gehabt, auch von denen, die am häufigsten sich auf es beriefen, eigentlich niemals formulirt zu werden. Denn die gewöhnliche Anweisung, zu jedem Gültigkeit verlangenden Ausspruche müsse man einen Grund seiner Geltung suchen, vergißt, daß man das nicht suchen kann, von dem man nicht weiß, worin es besteht; zuerst muß offenbar klar gemacht werden, in welchem Verhältniß Grund und Folge zu einander stehen, und in welchem Inhalt man folglich den Grund für einen andern zu entdecken hoffen darf. Ich werde am kürzesten deutlich sein, wenn ich im Vergleich mit dem Ausdruck des Identitätssatzes $A = A$ sogleich die Formel $A + B = C$ als Bezeichnung des

Satzes vom Grunde aufstelle und folgende Erläuterung hinzufüge. Für sich allein würde A nur = A, B = B sein; aber nichts hindert, daß eine bestimmte Verbindung A + B, deren in den verschiedenen Fällen sehr verschiedenartigen Sinn hier symbolisch das Additionszeichen vertritt, dem einfachen Inhalt der neuen Vorstellung C äquivalent oder identisch sei. Nennen wir dann A + B den Grund und C die Folge, so sind Grund und Folge völlig identisch, und der eine ist die andere; man hat in diesem Falle unter A + B ein beliebiges Subject sammt der Bedingung, von der es beeinflußt wird, unter C aber nicht ein neues Folgeprädicat dieses Subjects, sondern das Subject selbst in seiner durch dies Prädicat veränderten Gestalt zu verstehen. Der gewöhnliche Sprachgebrauch verfährt anders. Da von dem ganzen Grunde A + B, wenn wir von Thatsachen der Wirklichkeit sprechen, gewöhnlich der eine Theil A vorher gegeben zu sein, der andere B nachher hinzuzukommen pflegt, so bezeichnet man die Bedingung B, die nur einen Theil des ganzen Grundes A + B bildet, gewöhnlich als den Grund überhaupt, der auf A als leidendes Subject wirkt; unter C aber versteht man dann meist die neue Eigenschaft allein, die von B bedingt wird, und nennt dies C die Folge; indessen denkt man doch immer dabei diese Eigenschaft nicht als für sich, wie in einem leeren Raume, entstehend, sondern als haftend an dem Subject A, auf welches man B wirken ließ. Unter anderen Benennungen meint daher der gewöhnliche Sprachgebrauch dasselbe, wie wir. Wenn wir mit der Vorstellung A des Pulvers die Vorstellung B der hohen Temperatur des glühenden Funkens verbinden, mithin in A das Merkmal der gewöhnlichen Temperatur durch das der erhöhten B ersetzen, so ist dieses A + B die Vorstellung C des explodirenden Pulvers, nicht der Explosion überhaupt; der gewöhnliche Sprachgebrauch läßt zu dem gegebenen Subject A des Pulvers die hohe Temperatur B als Grund treten, aus welchem die Explosion C folgt, aber diese Folge denkt er sich natürlich nicht als einen Vorgang, der irgendwo stattfindet, sondern als eine Ausdehnung desselben Pulvers, auf welches der Funke wirkte. Es ist nicht nöthig, Erläuterungen so einfacher Art weiter fortzusetzen.

64. Ueberlegt man das Ganze unserer Erkenntnisse, so ist unmittelbar deutlich, daß der Satz der Identität nicht ihre einzige Quelle sein kann. Für sich allein würde er jedes Urtheil, ja jeden Begriff

vereinzeln und keinen Fortschritt von der unfruchtbaren Sichselbstgleichheit jedes Vorstellungselements zu der fruchtbaren Verbindung verschiedener einleiten. Man irrt sich, wenn man zuweilen der Mathematik nur diesen einzigen Satz als Grundlage ihrer Wahrheiten zuschreibt; dem wirklichen erfinderischen Verfahren dient vielmehr auch hier nur der Satz vom Grunde. Aus einem sich selbst gleichen Obersatze würde gar nichts neues fließen, wenn es nicht möglich wäre, in mannigfachen Untersätzen eine und dieselbe Größe C in unzähligen verschiedenen äquivalenten Gestalten bald $= A + B$, bald $= M + N$ oder $= N - R$ zu setzen, oder anders ausgedrückt: wenn nicht die Natur der Zahlen so beschaffen wäre, daß man jede auf unzählige Weisen theilen und aus den Theilen in den mannigfachsten Combinationen wieder zusammensetzen kann; wenn ferner nicht die Natur des Raumes so gebildet wäre, daß jede Linie sich unzähligen Figuren in den verschiedensten Lagen als Bestandtheil oder irgendwie zugehöriges Beziehungsglied einreihen läßt und daß jeder der Ausdrücke, die für sie aus diesen verschiedenen Relationen fließen, der Grund zu neuen vielfachen Folgerungen ist. Ich brauche kaum zu erwähnen, daß auch Mechanik und Physik den reichlichsten Gebrauch von diesen Zerlegungen und Zusammensetzungen gegebener Thatsachen machen, und daß der erfinderische Gedankengang auch in diesen Zweigen unserer Erkenntniß auf Operationen beruht, welche alle zuletzt auf diese typische Formel $A + B = C$ zurücklaufen. Herbart gebührt das Verdienst, die Wichtigkeit dieser in aller Praxis der Wissenschaft offen vorliegenden Verfahrungsweise in den Gesichtskreis der formalen Logik gerückt zu haben.

65. Ich überlasse weitere Beispiele hiervon der angewandten Logik; über die Berechtigung des Satzes vom Grunde selbst habe ich noch eine Bemerkung zu machen. Wir konnten nur zeigen, eine Erweiterung unserer Erkenntniß sei dann möglich, wenn es einen Grundsatz gibt, welcher $A + B = C$ zu setzen erlaubt. Man konnte nun versuchen, ohne Weiteres die Gültigkeit dieses Grundsatzes als eine unmittelbare Gewißheit, gleich der des Satzes der Identität, zu behaupten. Dies haben wir gethan; aber zwischen beiden Principien bleibt doch ein bemerklicher Unterschied. Der Satz der Identität sagt von jedem A eine Gleichheit mit sich selbst aus, die wir unmittelbar als nothwendig und deren Gegentheil wir zugleich ebenso überzeugend als denk-

unmöglich empfinden. Der letzteren Unterstützung entbehrt der Satz des Grundes; wir empfinden die Annahme keineswegs als denkunmöglich, daß jeder Inhalt nur sich selbst gleich, eine Combination $A + B$ von zweien dagegen niemals einem dritten C äquivalent sei. Die Geltung des Satzes vom Grunde ist daher von einer andern Art, als die des Princips der Identität; nennen wir dies letztere denknothwendig wegen der Unmöglichkeit seines Gegentheils, so ist der Satz vom Grunde vielmehr nur eine dem Denken zweckmäßige Voraussetzung, welche in dem Inhalt des Denkbaren eine gegenseitige Beziehung annimmt, für deren wirkliches Bestehen der vereinigte Eindruck aller Erfahrungen Bürgschaft gibt. Ich wünsche über den letzteren Ausdruck nicht mißverstanden zu werden. Ich meine zuerst nicht, daß das Denken erst durch Vergleichung des Erfahrungsinhaltes auf die Vermuthung der Gültigkeit eines solchen Satzes geführt werde; die allgemeine Tendenz des logischen Geistes, Zusammenseiendes als Zusammengehöriges aufzuweisen, enthält für sich vielmehr den Trieb, der, auch abgesehen von aller wirklichen Erfahrung, zur Voraussetzung eines Zusammenhanges von Gründen und Folgen führen würde. Aber daß diese Voraussetzung sich bestätigt, daß das Denken in dem denkbaren Inhalt, den es selbst nicht macht, sondern empfängt oder vorfindet, solche Identitäten oder Aequivalenzen des Verschiedenen antrifft, das ist eine glückliche Thatsache, ein glücklicher Zug in der Organisation der Welt des Denkbaren, der thatsächlich besteht, aber nicht mit derselben Nothwendigkeit bestehen müßte, wie die Geltung des Identitätsprincips. Denkunmöglich wäre eine Welt gar nicht, in welcher jeder einzelne Inhalt mit jedem andern so unvergleichbar wäre, wie süß und dreieckig, in welcher mithin jede Möglichkeit fehlte, Verschiedenes zur Begründung eines Dritten zusammenzufassen; wäre diese Welt, so würde das Denken zwar nichts mit ihr anzufangen wissen, aber es würde sie, als eine nach seinem eigenen Urtheile mögliche, anerkennen müssen. Ich füge ferner hinzu, daß, wenn ich hier von einer Art empirischer Beglaubigung des Satzes vom Grunde spreche, ich doch nicht eine Bestätigung meine, welche das Ganze unserer nach diesem Satze bereits gegliederten Gedankenwelt darin fände, daß der beobachtbare Gehalt der äußeren Wirklichkeit mit dieser Gliederung zusammenstimmt; ich spreche hier nur davon, daß die Welt des Denkbaren, die vorstellbaren Inhalte, die

wir, woher sie auch immer kommen mögen, in unserer inneren Erfahrung antreffen, sich der Forderung, als Gründe und Folgen zusammenzuhängen, wirklich fügen. Es ist an diesem Orte der Logik ganz gleichgültig, ob überhaupt außer den Vorstellungen, die sich in unserem Bewußtsein bewegen, etwas vorhanden ist, was man äußere Welt oder Wirklichkeit nennen könnte; auch diese nur in uns sich bewegende inhaltvolle Vorstellungswelt ist von dem Denken nicht gemacht, sondern wird von ihm, als Stoff seiner Thätigkeit, in uns nur angetroffen, ist also für den logischen Geist und seine Tendenz ein Gegenstand innerer Erfahrung; daß nun an diesem empirischen Gegenstand sich ein Entgegenkommen findet, das die Ausführung dieser Tendenz möglich macht, darin besteht das nicht Denknothwendige, sondern Thatsächliche der Geltung des Satzes vom Grunde.

66. Worin dies Entgegenkommen liegt, werde ich, wenn noch einmal hiernach gefragt werden sollte, am kürzesten erinnern, wenn ich auf die Analogie der systematischen Stellung, welche der Satz vom Grunde als zweites Denkgesetz einnimmt, mit der des zweiten Gliedes in unserer Betrachtung des Begriffes hinweise. Die Möglichkeit, Allgemeinbegriffe zu bilden, beruhte auf der nicht selbst denknothwendigen, aber gegebenen Thatsache, daß nicht jeder Vorstellungsinhalt unvergleichbar mit jedem andern ist, daß vielmehr Farben Töne Gestalten sich in Reihen mit erkennbarer abgestufter Verwandtschaft ihrer Glieder ordnen; daß es außer den Verwandtschaften auch Gegensätze von verschiedener Weite des Unterschieds und ein Aufheben des Entgegengesetzten, daß es endlich vor allem ein System von Größenbestimmungen in der Welt des Denkbaren gibt, durch deren Anwendung mittelbar auch die an sich nicht vergleichbaren Glieder verschiedener Inhaltsreihen in gegenseitige Beziehungen gebracht werden können. Mit diesem kurzen Hinweis begnügt, schließen wir die zweite Gruppe der Urtheilsformen mit dem Satze vom Grunde als dem durch sie gewonnenen Reinertrage ab.

C. Das generelle Urtheil. — Das disjunctive Urtheil. — Das Dictum de omni et nullo und das Principium exclusi medii.

67. In jedem Einzelfalle der Anwendung bleibt nun zu bestimmen, welches A, in welcher Verbindung mit welchem B zusammengefaßt,

den genügenden Grund welches C bilde. Diese Aufgabe des sachlichen Erkennens hat die Logik der Erfahrung und den einzelnen Wissenschaften zu überlassen; aber eine eigene neue Aufgabe erwächst ihr doch auch. Von allen Leistungen unseres Denkens würde wenig übrig bleiben, wenn wir wirklich in jedem Einzelfalle von neuem die Erfahrung befragen müßten, welche A B und C hier als Grund und Folge zusammengehören; einen Grundsatz wenigstens muß es geben, der uns erlaubt, wenn einmal die eine Wahrheit $A + B = C$ gegeben ist, von ihr eine Anwendung zu machen auf Fälle, über die uns die Erfahrung noch nicht belehrt hat. Was wir nun hier suchen, ist leicht zu finden und nebenher schon früher erwähnt worden. So oft wir $A + B$ als Grund einer Folge C ansehen, denken wir nothwendig die Verknüpfung dieser drei Glieder als eine allgemeine; $A + B$ wäre gar nicht eine Bedingung von C, wenn es möglich wäre, daß in einem zweiten Beispiel seines Vorkommens nicht dasselbe C, sondern ein beliebiges D mit ihm verbunden würde. Für unsere hier zu machende Anwendung bedeutet dies nun: überall, in jedem Subject S, in welchem $A + B$ als Merkmal neben beliebigen andern Merkmalen N O P enthalten ist, begründet dies $A + B$ dieselbe Folge C; und dieses C wird entweder wirklich als Merkmal dieses S auftreten, oder wo es nicht auftritt, kann es nur dadurch verhindert sein, daß die übrigen Merkmale, $N + O$ oder $N + P$ oder $O + P$, zusammen den Grund einer dem C entgegengesetzten und dieses selbst aufhebenden Folge bildeten; für sich allein, ohne diese Hemmung, geht die das C bedingende Kraft des $A + B$ ihres Erfolges nie verlustig. Fassen wir nun $A + B$ unter der Bezeichnung M als einen Allgemeinbegriff, unter welchen S untergeordnet ist, so können wir den gefundenen Grundsatz vorläufig so ausdrücken, daß von jedem Subject nach rein logischem Recht und ohne Anrufung der Erfahrung dasjenige Prädicat behauptet werden darf, welches durch den ihm übergeordneten Gattungsbegriff gefordert wird. Und es bedarf keiner weiteren Ausführung, daß eben dieser Gedanke, die Unterordnung des Einzelnen unter sein Allgemeines, das umfassende logische Hülfsmittel ist, dessen wir uns allenthalben zur weiteren denkenden Bearbeitung des erfahrungsmäßig Gegebenen bedienen.

68. Die Urtheilsform, die erste dieser dritten Gruppe, in welcher das Denken diese Ueberzeugung ausspricht, ist die des quantitativ unbe-

zeichneten Satzes, in welchem die Stelle des Subjects einfach durch einen Allgemeinbegriff oder einen Gattungsbegriff M ausgefüllt erscheint: der Mensch ist sterblich; die Sünde ist strafbar. Ich unterscheide diese Urtheile unter dem Namen der generellen von den universalen: alle Menschen sind sterblich; jede Sünde ist strafbar. Obgleich der sachliche Inhalt in beiden Formen derselbe ist, so ist doch die logische Fassung desselben in beiden sehr verschieden. Das universale Urtheil ist nur eine Sammlung vieler Einzelurtheile, deren sämmtliche Subjecte zusammengenommen thatsächlich den ganzen Umfang des Allgemeinbegriffs M ausfüllen; daß mithin das Prädicat P von allen M gilt, folgt hier nur daraus, daß es von jedem M einzeln gilt; es kann aber von jedem einzelnen aus einem besonderen Grunde gelten, der nichts mit der allgemeinen Natur des M zu schaffen hat. So läßt der universale Satz: alle Einwohner dieser Stadt sind arm, ganz zweifelhaft, ob jeder einzelne durch eine besondere Ursache verarmt ist, oder ob die Armuth aus seiner Eigenschaft als Einwohner dieser Stadt fließt; ebenso läßt der Satz: alle Menschen sind sterblich, noch dahingestellt, ob sie nicht eigentlich alle ewig leben könnten, und ob nicht blos eine merkwürdige Verkettung von Umständen, die für jeden andere sind als für jeden andern, es dahin bringt, daß zuletzt keiner am Leben bleibt. Das generelle Urtheil dagegen: der Mensch ist sterblich, behauptet seiner Form nach: an dem Charakter der Menschheit liege es, daß die Sterblichkeit von jedem unzertrennlich ist, der an diesem Charakter theilnimmt. Während daher das universale Urtheil eine allgemeine Thatsache blos behauptet und deswegen nur assertorisch ist, läßt das generelle zugleich den Grund ihrer nothwendigen Geltung hindurchscheinen und kann also, in dem Sinne unserer früheren Festsetzungen, apodiktisch heißen. Zu unerhörten Entdeckungen wird diese Unterscheidung beider Urtheilsformen nicht führen; aber neben so vielen unnützen Distinctionen, welche die Logik belasten, verdiente sie wohl, nebenher erwähnt zu werden. Kaum der Erwähnung aber bedarf es, daß im generellen Urtheil nicht der Gattungsbegriff M, der die Stelle des Subjects im Satze einnimmt, das wahre logische Subject des Urtheils ist; nicht der allgemeine Mensch M ist sterblich, sondern der einzelne S, welcher an diesem für sich unsterblichen Typus theilhat. Man sieht daraus, daß das generelle Urtheil eigentlich ein im Ausdrucke verkürztes hypothetisches ist; es muß

vollständig heißen: wenn S ein M ist, so ist S ein P; wenn irgend ein S ein Mensch ist, so ist dieses S sterblich. Und hierdurch rechtfertigt sich die systematische Stellung, die wir diesem Urtheil erst nach dem hypothetischen anweisen konnten.

69. Ebenso klar wird aber auch sogleich die Nothwendigkeit eines neuen Schrittes. So lange formell in dem generellen Urtheil ein allgemeiner Gattungsbegriff M als Subject auftritt, so lange kann auch das Prädicat P nur in gleicher Allgemeinheit gefaßt ihm zugeordnet werden. Sagen wir: der Mensch ist sterblich, so umschließt das Prädicat alle denkbaren verschiedenen Arten der Sterblichkeit und bestimmt weder die Art des Todes noch seinen Zeitpunkt; oder behaupten wir: die Körper erfüllen den Raum, so bleibt unausgesprochen, mit welcher Dichtigkeit und mit welchem Grade des Widerstandes jeder einzelne diese allgemeine Eigenschaft seiner Gattung realisirt. Aber gerade die einzelnen Menschen und die einzelnen Körper waren die wirklichen Subjecte des generellen Urtheils; es ist also ganz falsch zu behaupten, daß ihnen das Merkmal P ihrer Gattung in der Allgemeinheit als Prädicat zukommt, in welcher es zu dem Begriff der Gattung, und zwar hier nicht als Prädicat, hinzugedacht wird; vielmehr kann P an jedem dieser einzelnen Subjecte nur in einer der bestimmten Arten oder Modificationen vorkommen, in welche das allgemeine P sich zerfällen oder besondern läßt. Den gemachten Fehler berichtigt das Denken durch die neue Behauptung: wenn irgend ein S ein M ist, so ist dies S entweder p^1 oder p^2 oder p^3; und hier bedeuten p^1 p^2 p^3 die verschiedenen Arten eines allgemeinen Merkmals P, welches in dem Gattungsbegriffe M enthalten ist. Dies ist die bekannte Form des disjunctiven Urtheils, des zweiten dieser dritten Gruppe, und für sich keiner weiteren Erläuterung bedürftig. Man pflegt mit ihm zusammen das copulative Urtheil: S ist sowohl p als q als r, und das remotive: S ist weder p noch q noch r, zu erwähnen; trotz der äußerlichen Analogie der Form haben jedoch beide nicht den gleichen logischen Werth mit dem disjunctiven; das erste ist nur eine Sammlung positiver, das andere eine Sammlung negativer Urtheile von gleichem Subject und verschiedenen Prädicaten, welche letztere in gar keine logisch wichtige Beziehung zu einander gesetzt werden. Das disjunctive Urtheil allein drückt ein eigenthümliches Verhältniß seiner verschiedenen Glieder aus:

es gibt seinem Subject gar kein Prädicat, schreibt ihm aber die nothwendige Wahl zwischen einer bestimmten Anzahl verschiedener vor.

70. Der Gedanke, den die Form des disjunctiven Urtheils ausdrückt, wird gewöhnlich in zwei gesonderten Denkgesetzen, dem Dictum de omni et nullo und dem Principium exclusi tertii inter duo contradictoria ausgesprochen; ihre Verschmelzung in ein einziges drittes Grundgesetz ist indessen nicht nur leicht, sondern nothwendig. Völlig falsch sind für das erste die oft gehörten lässigen Formulirungen: was vom Allgemeinen gelte, gelte auch vom Einzelnen; was vom Ganzen, auch von den Theilen; es versteht sich vielmehr von selbst, daß, was vom Allgemeinen als solchem, oder von dem Ganzen als solchem gilt, nicht von dem Einzelnen oder von den Theilen als solchen gelten könne. Richtig ist nur die Formel: quidquid de omnibus valet, valet etiam de quibusdam et de singulis, und quidquid de nullo valet, nec de quibusdam valet nec de singulis. Aber diese Ausdrucksweise (über deren Geschichte man Rehnisch vergleichen kann, Fichte's Zeitschrift LXXVI, 1) ist ebenso unfruchtbar als richtig; denn daß etwas von allen gelte, heißt und bedeutet gleich von Anfang an gar nichts anderes, als daß es von jedem Einzelnen gelte; soll daher anstatt dieser nackten Tautologie etwas gesagt werden, was der Mühe werth ist, so muß allerdings an die Stelle der bloßen Summe aller die Natur des allgemeinen Begriffs gesetzt werden. Dann aber läßt sich in der That der Satz gar nicht anders mit Genauigkeit ausdrücken, als so, daß er ganz mit dem Sinne der disjunctiven Urtheilsform zusammenfällt: von jedem allgemeinen P, welches als Merkmal in dem Allgemeinbegriff M enthalten ist, kommt jedem S, welches eine Art von M ist, eine seiner Modificationen p^1 p^2 p^3 mit Ausschluß der übrigen als Prädicat zu; und: von jedem allgemeinen P, welches aus dem Begriffe M ausgeschlossen ist, kommt jedem S, als einer Art von M, weder die eine noch die andere seiner Modificationen p^1 p^2 oder p^3 zu.

71. Von diesem vollständigen Denkgesetz berücksichtigt der gewöhnliche Ausdruck des Dictum de omni et nullo nur den einen positiven, für sich, wie wir sahen, nicht genau ausdrückbaren Bestandtheil, nämlich den Gedanken, daß das Besondere sich überhaupt nach seinem Allgemeinen richte; der andere verneinende Bestandtheil, der erst die Art und Weise dieses sich Richtens bestimmt, der Gedanke, daß dem Besondern

nur eine Art des allgemeinen Prädicats seines Allgemeinen mit Ausschluß der übrigen zustehe, hat nur einen partiellen Ausdruck in dem Satze des ausgeschlossenen Dritten gefunden. Ich glaube hierüber am einfachsten folgendermaßen zu berichten. Steht für ein Subject S vermöge seiner Unterordnung unter M bereits fest, daß es sein eigenes Prädicat unter den Arten p^1 p^2 p^3 eines allgemeinen, dem M zukommenden Merkmals P wählen muß, und beträgt die Anzahl der möglichen Arten des P mehr, als zwei, so wird die Bejahung der einen von ihnen p^1, als Prädicat von S, die Verneinung aller übrigen, p^2 p^3 p^4, einschließen, aber durch die Verneinung einer von ihnen wird keine bestimmte der übrigen als Prädicat von S bejaht; was nicht p^1 ist, hat noch die unentschiedene Wahl zwischen p^2 p^3 p^4. Prädicaten dieser Art legt man conträren Gegensatz bei. Gibt es aber überhaupt nur zwei Arten p^1 und p^2 des allgemeinen P, so wird für ein Subject S, von welchem schon feststeht, daß es eine Art des P zum Prädicat haben muß, nicht nur die Bejahung der einen p^1 die Verneinung der andern p^2, sondern auch die Verneinung der einen p^1 die bestimmte Bejahung der andern p^2 als Prädicat zur Folge haben oder involviren; diese beiden p^1 und p^2 sind dann contradictorisch entgegengesetzte Prädicate des S. So sind für die Linie (S), welche eine Richtung überhaupt (P) haben muß, gerade (p^1) und krumm (p^2) contradictorische Prädicate, für den Menschen, dem ein Geschlecht von Natur gebührt, männlich und weiblich; beide würden nur conträr sein für beliebige andere Subjecte, von denen noch nicht feststeht, ob in ihrem Begriffe das allgemeine P, Geschlecht oder Richtung, überhaupt vorkommt; für sie wird die Eintheilung ihrer möglichen Prädicate immer dreigliedrig, sie sind entweder männlich p^1 oder weiblich p^2 oder geschlechtslos p^3, entweder gerade p^1 oder krumm p^2 oder gestaltlos p^3. Der Satz des ausgeschlossenen Dritten oder des exclusi tertii inter duo contradictoria behauptet nun nichts, als was wir eben bemerkten: von zwei Prädicaten, welche für ein Subject S contradictorische sind, hat S immer das eine mit Ausschluß des andern, und wenn es das eine nicht hat, so hat es nothwendig das andere mit Ausschluß jedes dritten. So angesehen ist dieses Gesetz nur ein Sonderfall des allgemeineren, welches den Sinn des disjunctiven Urtheils bildet: von allen conträren Prädicaten, deren Allgemeines P in dem Gattungs-

begriff M eines Subjectes S liegt, hat S immer eines mit Ausschluß der übrigen, und wenn es das eine nicht hat, so bleibt ihm nur die nothwendige Wahl zwischen den übrigen; diese Wahl wird zur bestimmten Bejahung, wo sie nur noch auf ein Glied fallen kann, also in dem Grenzfall, wo die Zahl der conträren Prädicate nur zwei beträgt. Ohne Zweifel ist dieser Grenzfall, welcher den Inhalt des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten bildet, in den Anwendungen des Denkens von besonderer Wichtigkeit; die logische Systematik dagegen wird ihn doch nur als ein besonderes Beispiel des allgemeineren Satzes fassen können, den wir schon mehrfach aussprachen und kurz als disjunctives Denkgesetz bezeichnen wollen.

72. Man stellt dies gewöhnlich anders dar. Aus Beweggründen, die ebenfalls nur aus Zwecken des angewandten Denkens begreiflich sind, ist der logische Wunsch entstanden, die von uns stets festgehaltene Voraussetzung, eine nothwendige Beziehung des jedesmaligen Subjects S zu dem allgemeinen P stehe bereits fest, unerwähnt lassen und von zwei Prädicaten sprechen zu dürfen, welche für jedes beliebige Subject als contradictorische gelten. Man findet leicht, daß dies nur möglich ist, wenn man die Gesammtheit aller denkbaren Prädicate eintheilt in ein bestimmtes Q, und in die Summe aller derjenigen, welche nicht Q sind oder Non Q sind; von allen beliebigen Subjecten, was sie auch immer bedeuten mögen, ist dann sicher, daß sie entweder Q oder Non Q, entweder gerade oder nicht-gerade sind; denn der letzte Ausdruck begriffe dann nicht blos das Krumme, sondern auch das Verdrießliche, das Süße, das Zukünftige, kurz alles, was außerhalb des Geraden liegt. Ich wiederhole in Bezug hierauf, was ich bei dem limitativen Urtheil bemerkte: Non Q ist gar keine wirkliche Vorstellung, die sich als Prädicat eines Subjects behandeln ließe, sondern nur eine Formel, welche die im Denken unerfüllbare Aufgabe bezeichnet, alles Denkbare, was außerhalb des einen Begriffs liegt, in einen einzigen zweiten zusammenzuziehen. Man hat außerdem zur Stellung dieser unlösbaren Aufgabe keinen wirklichen Grund; alles, was man durch das bejahte Prädicat Non Q erreichen will, erreicht man durch die verständliche Verneinung von Q. Ich halte daher für ganz unschicklich, von contradictorischen Begriffen zu reden, d. h. solchen, die an und für sich in diesem Gegensatzverhältniß ständen und

deshalb in demselben blieben, wenn man sie als Prädicate eines und desselben Subjects behandelt, worin auch immer dieses bestehen möge; will man ein contradictorisches Verhältniß zweier Glieder, welches allgemein, immer und in Bezug auf jedes Subject gilt, so findet dies nur zwischen den zwei Urtheilen statt: S ist Q und S ist nicht Q. Demzufolge würde der genaue Ausdruck des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten sein: von jedem genau bestimmten Subject S gilt entweder die Bejahung oder die Verneinung eines ebenso bestimmten Prädicats Q, und es gibt keine dritte Möglichkeit; überall, wo eine solche stattzufinden scheint, ist S oder Q oder beide entweder von Anfang mehrdeutig und unbestimmt gefaßt oder ihre Bedeutung im Lauf der Ueberlegung unbewußt oder unwillkürlich verändert worden.

73. Noch eine Betrachtung füge ich hinzu. Niemand zweifelt, daß dasselbe Subject roth süß und schwer zugleich sein kann, daß es aber roth nur ist, wenn es weder grün noch blau noch andersfarbig ist, und daß es gerade und krumm nicht zugleich sein kann. Eine unmittelbare Deutlichkeit scheint mir nun aber doch die Behauptung nicht zu haben, daß zwei Prädicate p^1 und p^2 sich gerade dann an demselben Subject nicht vertragen, wenn sie übrigens als conträre Arten desselben Allgemeinen P mit einander vergleichbar sind, während an demselben Subject andere Prädicate p q r sich vertragen sollen, die als Arten ganz verschiedener Allgemeinen P Q und R mit einander unvergleichbar sind. Ich versuche hierüber folgenden Gedanken. Jedes Prädicat p^1 eines Subjectes S müssen wir nach dem Vorigen und nach der Formel $A + B = C$ als Folge einer in S enthaltenen Merkmalgruppe $A^1 + B^1$ ansehen, welche Gruppe überall, wo sie vorkommt, also auch in diesem S, dieselbe Folge C^1, hier p^1, hervorzubringen sucht. Sollte nun demselben S zugleich das mit p^1 vergleichbare Prädicat p^2 zukommen, so müßte es, wie leicht zu begreifen, von einer mit $A^1 + B^1$ ebenfalls vergleichbaren Merkmalgruppe $A^2 + B^2$ abhängen, welche neben $A^1 + B^1$ in demselben S vorhanden wäre und überall, wo sie vorkäme, also auch in S, die Folge C^2, hier p^2, begründen würde. Aber eben, weil $A^1 + B^1$ und $A^2 + B^2$ mit einander vergleichbar sein müssen, so kann es nicht fehlen, daß, nach einem neuen Satz von der allgemeinen Form $A + B = C$, nämlich nach dem Satze: $[A^1 + B^1] + [A^2 + B^2] = C^3$ das Zusammentreffen beider in dem-

selben S den zureichenden Grund einer neuen Folge C^3 bildet, in welche die beiden Einzelprädicate p^1 und p^2 zusammenschmelzen, und die wir, weil sie beiden ähnlich sein muß, mit p^3 bezeichnen wollen. Zwei conträre, vergleichbare Prädicate p^1 und p^2 würden also nur deshalb unvereinbar sein, weil aus ihnen immer ein drittes einfaches p^3 entstehen würde; zwei disparate, unvergleichbare Prädicate p und r dagegen, wie süß und warm, würden deshalb als zwei bleibende an S vereinbar sein, weil es für die unvergleichbaren Gründe $A + B$ und etwa $M + N$, von denen sie einzeln abhängen, keinen Satz $(A + B) + (M + N) = C$ gäbe, kraft dessen sie wie p^1 und p^2 ein drittes einfaches Prädicat bilden könnten. Ich will nicht gegen diejenigen streiten, die diese ganze Auseinandersetzung überflüssig finden; mir scheint sie nicht gegenstandlos, wenn ich von den Beispielen hinweg, welche die Logik herkömmlich braucht, auf andere blicke, deren sie sich billig erinnern sollte. Wer vom Golde sagt, es sei gelb, hat freilich keine Veranlassung, sich diese einfache Eigenschaft als Product zweier anderen nicht wahrnehmbaren zu denken, die aus zwei im Golde nebeneinander gegebenen Bedingungen eigentlich hätten gesondert entstehen müssen, aber gesondert nicht bleiben konnten. Wenn aber auf einen Massenpunkt S zwei der Richtung nach conträre oder auch contradictorische Bewegungsantriebe wirken, so ist das gegeben, was man vorhin keine Veranlassung hatte vorauszusetzen: man muß hier wirklich sowohl die Bedingung, welche die Bewegung p^1, als die andere, welche die Bewegung p^2 hervorzubringen strebt, als in dem Massenpunkt wirksam und die beiden Bewegungen selbst in jedem Augenblick als Prädicate dieses Punktes S auffassen, als Prädicate aber, die sich getrennt nicht erhalten können, sondern in das dritte p^3, die Bewegung nach der Diagonale zusammengehen. Und zuletzt gilt dies doch allgemein. Eine krumme Linie kann ebenso gut roth als grün erscheinen. Wirkten aber die Bedingungen zu beiden Erscheinungen gleichzeitig und gleich stark, so würde es uns wenig helfen, mit dem Satze der Ausschließung zu behaupten, das Bild der Linie könne diese beiden conträren Eigenschaften nicht haben; irgendwie muß es doch aussehen. Da aber jene beiden Bedingungen vergleichbar und zur Bildung einer Resultante fähig sind, so wird eine dritte Farbe erscheinen, und durch die Entstehung dieser werden einestheils die

Ansprüche jener beiden Bedingungen beide befriedigt sein, zugleich aber wird in ihr der Grund liegen, warum die beiden conträren Farben, welche sie einzeln erzeugt haben würden, nicht neben einander getrennt vorhanden sein können.

74. Hier schließt die Reihe der Urtheile mit innerer Nothwendigkeit ab. Je bestimmter das disjunctive seinem Subjecte die Wahl zwischen verschiedenen Prädicaten vorschreibt, um so weniger kann es bei diesem Entweder Oder sein Bewenden haben; die Wahl muß vollzogen werden. Die Entscheidung aber darüber, welches p^1 oder p^2 dem S gebühre, kann nicht aus seiner bisher allein gegebenen Unterordnung unter M fließen, denn eben als Art von M hat es noch die freie Auswahl; sie kann nur fließen aus der eigenthümlichen Differenz, durch welche sich S, als diese Art des M, von anderen Arten des M unterscheidet. Zu dem Satze: M (und jedes S, welches M ist) ist P, muß daher ein zweiter Satz treten, welcher die Eigenthümlichkeit des jedesmal in Rede stehenden besondern Subjects S zur Geltung bringt und uns zeigt, welche Art von M es ist; aus der Vereinigung beider Sätze muß ein dritter fließen, welcher lehrt, welche bestimmte Modification p des allgemeinen P diesem S zukomme, weil es nicht blos eine Art von M, sondern diese Art von M ist. Die Verbindung zweier Urtheile aber zur Erzeugung eines dritten ist im Allgemeinen die Denkform des Schlusses, und zu ihrer Darstellung sind wir daher nun aufgefordert überzugehen.

Anhang

über die unmittelbaren Folgerungen.

Dem Herkommen zu Liebe schalte ich hier Erörterungen ein, die ihre richtigere Stelle in der angewandten Logik haben würden.

Von demselben Subject S und demselben Prädicat P behauptet das allgemein bejahende Urtheil A: alle S sind P; das particular bejahende I: einige S sind P; das allgemein verneinende E: kein S ist P; das particular verneinende O: einige S sind nicht P. Es fragt sich nun, welche unmittelbare Folgerungen sich aus der Gültigkeit oder Ungültigkeit des einen dieser vier Urtheile in Bezug auf Gültigkeit oder Ungültigkeit der drei übrigen ziehen lassen. Aus dem Dictum de omni et nullo und dem Satze des ausgeschlossenen Dritten ergibt sich hierüber Folgendes.

75. Zwischen jedem allgemeinen Urtheile und dem gleichnamigen besondern, also zwischen A und I, und zwischen E und O, findet das Verhältniß der Subalternation statt. In der Richtung vom Allgemeinen zum Besondern, oder ad subalternatam, schließt man von der Gültigkeit des ersten auf die des letzteren, aber von der Ungültigkeit des Allgemeinen weder auf Gültigkeit noch auf Ungültigkeit des Besondern. Die Rechtmäßigkeit der ersten Folgerung leuchtet sofort, die Unmöglichkeit der zweiten nach Beseitigung eines Mißverständnisses ein. Wer den allgemeinen Satz: alle S sind P, leugnet, wird hierzu gewöhnlich durch die schon gemachte Beobachtung einiger S veranlaßt, die nicht P sind; aber er wird diese Beobachtung doch nicht an allen S gemacht haben. Seine Meinung pflegt daher die zu sein, nur die Allgemeingültigkeit jenes Satzes für alle S zu leugnen, seine Gültigkeit für einzelne S dagegen unbestritten zu lassen; und deshalb haben in gewöhnlicher Rede Aeußerungen wie diese: es sei nicht wahr, daß alle S auch P sind, geradezu die Nebenbedeutung, den particularen Satz: einige S sind P, als richtig zuzugestehen. Die Logik dagegen

kennt nicht diese unausgesprochenen Nebengedanken bei der Leugnung des allgemeinen Satzes, sondern nur das, was in der ausgesprochenen Verneinung selbst liegt. Aber eben dies ist an sich zweideutig. Denn die behauptete Ungültigkeit des Satzes: alle S sind P, besteht gleichmäßig zu Recht, sowohl wenn der Satz nur für einzelne S, als auch, wenn er für keines gilt. So lange diese Zweideutigkeit nicht durch Nebenaussagen gehoben wird, kann man daher aus der Verneinung des allgemeinen Satzes weder auf Gültigkeit noch auf Ungültigkeit des besonderen schließen.

76. In entgegengesetzter Richtung, vom Besonderen zum Allgemeinen oder ad subalternantem, schließen wir von der Ungültigkeit des besondern Urtheils auf die des allgemeinen, aber nicht von der Gültigkeit des besondern auf die des allgemeinen. Auch hier ist die erste Folgerung nach Vermeidung der berührten Zweideutigkeit klar. Wer den Satz verneint, einige S seien P, kann zwar die Absicht haben, nur die Beschränkung des P auf einige S zu leugnen, und aus dieser Meinung, nicht blos einige S seien P, flösse dann die Bejahung des allgemeinen Satzes: alle S sind P. Aber eben weil diese Folge ja grade die fortdauernde Gültigkeit auch des particularen Urtheils: einige S sind P, einschließen würde, kann die Logik unmöglich der Leugnung eben dieses particularen Satzes diese Auslegung geben. Für sie bedeutet diese Leugnung durchaus nur: es gibt gar keine einigen S, die P wären; was aber nicht einmal in einigen Fällen gilt, gilt noch weniger in allen. Folglich verneint die Verneinung des Besondern allemal auch das Allgemeine. Die Unmöglichkeit der zweiten Folgerung ist für sich klar; die Gültigkeit eines P für einige S kann nie seine Gültigkeit für alle S beweisen; nur weil diese widerrechtliche Verallgemeinerung einzelner Wahrnehmungen der gewöhnlichste logische Fehler ist, dem die Wissenschaft und die Bildung des Lebens ihre meisten Irrthümer verdanken, ist es der Mühe werth, das Verbot dieser falschen Folgerung ad subalternantem besonders zu betonen.

77. Allgemeine Urtheile stehen zu den ungleichnamigen besondern, A zu O und E zu I und umgekehrt, in contradictorischem Gegensatz; wir schließen ad contradictoriam sowohl von der Geltung des einen auf Nichtgeltung des andern, als von der Ungültigkeit des einen auf die Gültigkeit des andern. Die erste Folgerung bedarf keiner, die

zweite einer kurzen Erläuterung. Verneinen wir den Satz A, alle S sind P, so bestehen mit dieser Verneinung die beiden Annahmen E: kein S ist P, und O: einige S sind nicht P; die letzte aber, in der ersten eingeschlossen, ist in jedem Falle gültig; folglich fließt aus der Ungültigkeit von A die Gültigkeit von O gewiß. Verneinen wir ferner O: einige S sind nicht P, so heißt das nach dem vorhin Bemerkten: es gibt keine einigen S, die nicht P wären, und dies ist gleichbedeutend mit A: alle S sind P. Verneinen wir E: kein S ist P, so sind entweder alle S oder einige S, die letzteren also in jedem Falle, P, folglich gilt I: einige S sind P; verneinen wir I, so heißt dies: es gibt keine einigen S, welche P wären, gleichbedeutend mit der Bejahung von E: kein S ist P.

78. Die beiden ungleichnamigen allgemeinen Urtheile A und E haben nur conträren Gegensatz, und wir folgern ad contrariam aus der Geltung des einen die Nichtgeltung des andern, aber nicht aus der Ungültigkeit des einen die Gültigkeit des andern. Die erste Folgerung leuchtet ein; die Unmöglichkeit der zweiten ergibt sich nach dem Vorigen daraus, daß die Verneinung eines allgemeinen Urtheils zwar ad contradictoriam die Gültigkeit des ungleichnamigen besondern, diese aber nicht weiter ad subalternantem die Gültigkeit des übergeordneten allgemeinen Urtheils folgern läßt. Subconträren Gegensatz endlich nennt man das Verhältniß zwischen den beiden particularen Urtheilen I und O. Man folgert ad subcontrariam aus der Ungültigkeit des einen die Gültigkeit des anderen, aber nicht aus der Geltung des einen die Nichtgeltung des andern. In der That: die beiden Sätze: einige S sind nicht P, und: einige S sind P, können beide zusammen bestehen; wird aber der eine verneint, so folgt ad contradictoriam die Geltung des entgegengesetzten allgemeinen und aus dieser ad subalternatam die Bejahung des ihm untergeordneten particularen.

79. Ich erwähne ferner eine andere logische Operation von verwandter Absicht. Beobachtungen, welche sich zuletzt immer in der Form eines Urtheils: S ist P, ausdrücken lassen, stellen uns immer nur diejenige Verbindung von S und P vor Augen, die in dem Augenblick der Beobachtung wirklich stattfindet; sie sagen aber nichts darüber aus, ob in anderen Fällen S und P trennbar sein werden, oder nicht, ob es also S gibt, welche nicht P, oder P, welche nicht S sind. Man hat aber ein sehr begreifliches praktisches Interesse hieran; man will wissen, ob

ein P, welches an S vorgekommen ist, als ein Kennzeichen betrachtet werden darf, nach dem sich die Natur des Subjects bestimmen läßt, an dem es vorkommt; kurz, ob alles, was sich als ein P darstellt, auch allemal ein S ist. Die auf diese Frage zu erwartenden Antworten werden daher die Form haben: P ist S; man nennt sie deshalb Umkehrungen der ursprünglichen Urtheile, die zu ihnen Veranlassung gaben. Es versteht sich dabei, daß es von besonderem Interesse ist, zu wissen, ob P nothwendig und immer oder nur möglicherweise und zuweilen auf ein Subject S hindeutet, oder in gewöhnlicher Bezeichnungsweise, ob alle P oder ob nur einige auch S sind. Man achtet deshalb besonders auf die Quantität des gegebenen und des umgekehrten Urtheils und nennt die Umkehrung rein (conversio pura), wenn die Quantität des letzten die ungeänderte des ersten ist, unrein (conversio impura), wenn sie eine andere ist, und zwar namentlich. wenn zur Triftigkeit des umgekehrten Urtheils die Allgemeinheit des ursprünglichen in blos particulare Geltung abgeschwächt werden muß. Man findet Folgendes.

80. Das allgemein bejahende Urtheil: alle S sind P, versteht unter P entweder eine höhere Gattung, in welcher S neben andern Arten enthalten ist, oder ein allgemeines Merkmal, an dem S neben andern Subjecten theilnimmt. In beiden Fällen bleibt ein Theil von P übrig, der nichts mit S zu schaffen hat, und die Umkehrung kann daher nur unrein geschehen in das particulare Urtheil: einige P sind S. Diese Regel verdient bemerkt zu werden; denn zu den gewöhnlichsten Fehlern der Unaufmerksamkeit und zu den beliebtesten Mitteln der Täuschung gehört es, dieser particularen Folgerung die allgemeine unterzuschieben und zu behaupten: wenn allen S das P, so komme auch allen P das S zu. Man trifft allerdings allgemein bejahende Urtheile an, die diese reine Umkehrung gestatten; es sind diejenigen, in denen die Umfänge von S und P einander genau decken, mithin nicht blos allen S, sondern auch nur allen S und keinem andern Subjecte das P zukommt, folglich alle P auch S sind. Solche reciprocabel genannte Urtheile sind: alle Menschen sind von Natur sprachfähig; alle gleichseitigen Dreiecke sind gleichwinklige; sie gestatten die Umkehrung: alles von Natur Sprachfähige ist Mensch, jedes gleichwinklige Dreieck ist ein gleichseitiges. Aber daß jenes Verhältniß

zwischen S und P stattfindet, an dem diese Möglichkeit hängt, wird in jedem Einzelfalle dieser Art nur durch die sachliche Kenntniß des gegebenen Urtheilsinhalts verbürgt. Mit Recht verlangt daher die Mathematik, welche die reine Umkehrung allgemein bejahender Urtheile häufig vollzieht, für die Richtigkeit des umgekehrten jedesmal einen besonderen Beweis und schärft durch dies vorsichtige Verfahren die Regel ein, daß aus blos logischem Recht das allgemein bejahende Urtheil nur unreine Umkehrung in ein particular bejahendes verträgt. Es verhält sich anders mit dem allgemein verneinenden Urtheile: kein S ist P. Diese völlige Ausschließung beider Begriffe auseinander gilt offenbar wechselseitig und rechtfertigt die Behauptung, daß auch kein P ein S sei. Allgemein verneinende Urtheile erfahren daher reine Umkehrung in wieder allgemein verneinende.

81. Aus dem particular bejahenden Satze: einige S sind P, folgt einleuchtend die reine Umkehrung in den wieder particularen: einige P sind S. Und diese Folgerung befriedigt auch in allen Fällen, in welchen P ein allgemeines Prädicat ist, an welchem S neben andern Subjecten theilhat; so wird die Behauptung: einige Hunde sind bissig, mit Recht sich in die andere umkehren: einiges Bissige sei Hund. Wenn jedoch S die allgemeine Gattung ist, der P als Art gehört, wie in dem Satze: einige Hunde seien Möpse, wird die nach allgemein logischem Rechte allein zulässige Umkehrung: einige Möpse seien Hunde, unvortheilhaft gegen die sachlich richtige: alle Möpse sind Hunde, abstechen. Richtig freilich ist auch sie; aber sie drückt nur einen Theil der Wahrheit und zwar in einer Form aus, welche den andern Theil derselben, daß auch alle übrigen Möpse Hunde sind, eher zu verneinen als zu bejahen scheint. Dies wird noch fühlbarer, wenn man sich das Urtheil: alle Möpse sind Hunde, gegeben denkt und es zweimal convertirt. Aus der ersten Umkehrung: einige Hunde sind Möpse, kommt man durch die zweite Umkehrung nicht mehr zu dem gegebenen Satze zurück; die logischen Operationen haben also hier den Erfolg gehabt, einen Theil der Wahrheit aus dem Wege zu schaffen. Diese Unschicklichkeit wäre leicht zu vermeiden, wenn man die Quantitätsbezeichnungen, dem Sinne gemäß, als untrennbar von ihren Substantiven ansähe; man hätte dann gleich den gegebenen Satz so geformt: alle Möpse sind einige Hunde; umgekehrt: einige Hunde sind alle Möpse;

zweite Umkehrung: alle Möpse sind einige Hunde. Aber es lohnt nicht, diese doch unfruchtbaren Formeln zu verbessern.

Das particular verneinende Urtheil: einige S sind nicht P, behauptet an sich nur die Trennbarkeit des S von P, nicht aber auch die des P von S. Die reine Umkehrung: einige P sind nicht S, gilt daher nicht allgemein, sondern nur für solche P, die als gemeinschaftliche Prädicate verschiedener Subjecte nicht ausschließlich in der Natur des S Bedingungen ihres möglichen Vorkommens finden. Der Satz: einige Menschen sind nicht schwarz, gestattet aus diesem Grunde die Umkehrung: einiges Schwarze ist nicht Mensch; aber die Urtheile: einige Menschen sind nicht fromm, einige sind nicht Christen, würden ergeben: einiges Fromme ist nicht Mensch, einige Christen sind nicht Menschen, beides unzulässig, da Frömmigkeit und Christenthum zwar nicht allen, aber doch nur Menschen zukommen. Diese Unzuträglichkeiten werden nur dadurch allgemein vermieden, daß man in dem gegebenen Urtheil die Negation zum Prädicat schlägt und den nunmehrigen Satz: einige S sind Non P, nach Art der particular bejahenden umkehrt in: einige Non P sind S; einiges Nichtschwarze, einiges Nichtfromme, einige Nicht-Christen sind Menschen.

82. Dies hier nothwendige Verfahren hat man unter dem Namen der Umkehrung durch Contraposition auf alle Urtheile ausgedehnt: in den bejahenden soll die Bejahung des P durch Verneinung von Non P, in den verneinenden die Verneinung von P durch Bejahung von Non P ersetzt, die verwandelten Urtheile dann nach den gewöhnlichen Regeln umgekehrt werden. Man erhält auf diesem Wege zuerst für A: alle S sind P, kein S ist Non P; daraus: kein Non P ist S. Für das particular bejahende I dagegen: einige S sind P, würde die Transformation in: einige S sind nicht Non P, nach dem Obigen keine Conversion gestatten, für I also die Contraposition unausführbar sein; für E dagegen erhält man: kein S ist P, alle S sind Non P, einige Non P sind S; für O endlich: einige S sind nicht P, einige S sind Non P, einige Non P sind S. Die Durchführung dieser Operationen an Beispielen würde unförmliche, dem natürlichen Denken fremde Ausdrucksweisen erzeugen; was man mit diesen vier Fällen eigentlich sagen will, läßt sich einfacher mittheilen, wenn man die quantitativen Bestimmungen der vorkommenden

Urtheile durch die gleichgeltenden modalen ersetzt; auch die an sich unmögliche Contraposition von I wird dann noch benutzbar. Es würde nämlich die Umkehrung von A bedeuten: wenn allen Einzelnen einer Gattung S das Prädicat P zukommt, so ist es unmöglich, daß etwas ein S sei, dem dies Merkmal fehlt; die von I: wenn nur von einigen Arten des S feststeht, P komme ihnen zu, so ist nicht nothwendig, sondern nur möglich, daß etwas, dem P fehlt, kein S sei; die von E: wenn der Gattung S das Merkmal P allgemein fehlt oder widerspricht, so ist es nicht nöthig, sondern nur möglich, daß etwas, dem das P gleichfalls fehlt oder widerspricht, eine Art von S sei; und eben diese letzte Folgerung ist auch die von O: wenn einige S nicht P sind, so wird etwas, das gleichfalls nicht P ist, ein S sein können, aber nicht müssen.

Drittes Kapitel.

Die Lehre vom Schluß und den systematischen Formen.

Vorbemerkungen über die Aristotelische Syllogistik.

Ich habe die unerledigte Aufgabe angedeutet, die vom disjunctiven Urtheil weiter treibt. Ehe ich diesen systematischen Zusammenhang verfolge, halte ich für vortheilhaft, die Lehre vom Schlusse in der Gestalt vorzutragen, die sie durch Aristoteles erhalten hat. Doch folge ich nicht der originalen Darstellungsweise des großen griechischen Philosophen, sondern der bequemeren später üblich gewordenen. Die Schriften des Aristoteles sind erhalten; wer Antheil an der ersten Entstehung dieser Lehren nimmt, hat es leicht, sich an seiner meisterhaften Entwickelung zu erfreuen; wo es sich dagegen nicht um die Geschichte der Sache, sondern um die Sache selbst handelt, würde es nutzlose Coquetterie sein, die unbequemen Ausdrucksweisen des Erfinders den kleinen Erleichterungen vorzuziehen, welche die Folgezeit zu Gebote stellt.

83. Schluß oder Syllogismus nennen wir im Sinn des Aristoteles jede Verknüpfung zweier Urtheile zur Erzeugung eines gültigen dritten, das nicht in der bloßen Summirung jener beiden besteht. Unmöglich würde diese Erzeugung, wenn der Inhalt jener vorausgeschickten Urtheile, der beiden Prämissen, propositiones praemissae, völlig verschieden wäre; sie wird nur möglich, wenn beide einen gemeinsamen Bestandtheil M, den Mittelbegriff oder medius terminus enthalten, welchen die eine mit S, die andere mit P in Beziehung setzt. Durch diese Vermittelung untereinander in Zusammenhang gebracht, können die beiden Begriffe S und P in dem Schlußsatz, der

conclusio, zu einem Urtheil von der Form: S ist P, oder kürzer bezeichnet: SP, zusammentreten, aus welchem der Mittelbegriff, der zu seiner Erzeugung gedient hat, wieder verschwunden ist. In der Natur der Sache besteht kein Grund, einen Werthunterschied zwischen den beiden Prämissen SM und PM zu machen; ein Herkommen jedoch, das geachtet werden muß, wenn nicht alle festgesetzten Regeln eine verwirrende Umdeutung erheischen sollen, hat bestimmt, daß *Obersatz* oder prop. major diejenige Prämisse heißen soll, die außer M das Prädicat P, *Untersatz* oder prop. minor die, welche außer M das Subject S des künftigen Schlußsatzes enthält; dieser selbst wird immer in der Form SP, nicht in der umgekehrten PS gedacht. Unter dieser Voraussetzung entspringen aus den verschiedenen Stellungen, welche die drei Begriffe noch annehmen können, folgende vier verschiedene Anordnungen, deren drei erste die drei Aristotelischen Figuren darstellen, während die vierte die Figur des Galenus bildet.

I) MP	II) PM	III) MP	IV) PM
SM	SM	MS	MS
SP	SP	SP	SP

84. Fragen wir nun, ob und unter welchen Bedingungen diese zunächst nur combinatorisch angenommenen Anordnungen der Prämissen einen triftigen Schluß begründen, so finden wir sogleich die Berechtigung, S und P in diesem zusammenzubringen, von der völligen Identität des Mittelbegriffs abhängig; sie wird selbstverständlich hinfällig, sobald das M, welches in der einen Prämisse mit S verknüpft ist, ein anderes ist, als das M, welches in der andern mit P verbunden ist. Vier Begriffe würden durch diese Spaltung des M, anstatt der nothwendigen und hinreichenden drei, in den Prämissen auftreten; die Vermeidung dieser quaternio terminorum und die Sicherung der völligen Identität des Mittelbegriffs ist daher die gemeinsame Bedingung für die Schlußkraft aller Figuren. Um diese Bedingung zu erfüllen, ist es zuerst in allen Figuren nothwendig, jede Doppeldeutigkeit des Wortes auszuschließen, durch welches wir den von uns gemeinten Mittelbegriff M bezeichnen; außerdem aber machen zu gleichem Zweck die einzelnen Figuren je nach der Eigenthümlichkeit ihres Baues besondere, sogleich zu erwähnende Vorsichtsmaßregeln nothwendig.

85. *Die erste Figur* ordnet im Untersatz ihr S in den Umfang

von M, im Obersatz dies M in den Umfang von P, und um deswillen im Schlußsatz S in den Umfang von P. Der Gedanke, der dieser Folgerung zu Grunde liegt, ist sichtlich der der Subsumption: jedem Subject kommt das Prädicat seiner Gattung zu. Schon hieraus kann man ableiten, daß der Obersatz der ersten Figur allgemein sein muß; denn er soll die Regel aussprechen, welche auf das Subject des Untersatzes angewandt werden soll. Die Forderung der Identität des Medius terminus führt zu demselben Ergebniß. Denn das S des Untersatzes ist immer eine bestimmte Art, oder ein bestimmter Fall des M; die Form des Satzes sagt dies aber nicht, sondern läßt S nur überhaupt als eine unbestimmte Art des M erscheinen; soll nun dies unbestimmte M dasselbe sein, wovon der Obersatz behauptet, es sei P, so ist dies nur zu erreichen, wenn der Obersatz allgemein von allen M spricht, und so jenes unbestimmte mit umfaßt. Allerdings ist dann das ausgesprochene M des Obersatzes nicht identisch mit dem M des Untersatzes, welches nothwendig, als Prädicat des S, nur einen Theil vom ganzen Umfang des M bedeutet; allein diese anscheinende Schwierigkeit hebt sich durch die Ueberlegung, daß das zur Hervorbringung des Schlusses benutzte M des Obersatzes ebenfalls nur ein Theil des dort ausgesprochenen, nämlich genau dasjenige ist, welches im Untersatz gemeint ist. Da ferner die Folgerung des Schlußsatzes auf der Unterordnung des S unter M beruht, so muß diese Unterordnung auch bestehen, der Untersatz mithin, der sie ausspricht, muß bejahend sein; wäre er verneinend, so würde er einfach das Vorhandensein des Rechtsgrundes leugnen, aus dem die Gültigkeit des Schlußsatzes fließen könnte. Gleichgültig ist es dagegen für den logischen Zusammenhang des Schlusses und lediglich seinem jedesmaligen Inhalte zuzurechnen, ob das, was vom M des Obersatzes ausgesagt wird, Bejahung oder Verneinung des P ist, und ob das Anwendungsbeispiel, welches der Untersatz für dieses allgemeine Verhalten herbeibringt, alle S oder nur einige derselben umfaßt. Daher ist die Qualität des Obersatzes und die Quantität des Untersatzes unbeschränkt. Im Schlußsatz endlich soll die Beziehung, welche der Obersatz dem M zu P gibt, gleichviel ob Bejahung oder Verneinung, unverändert auf das unveränderte, gleichviel ob allgemeine oder particulare Subject des Untersatzes übertragen werden; der Schlußsatz hat daher die Qualität des Obersatzes und die Quan-

tität des Untersatzes. Denkt man sich jede Möglichkeit benutzt, welche diese Regeln übrig lassen, so entstehen vier gültige Arten oder Modi der ersten Figur. Ihre scholastischen Namen Barbara Celarent Darii und Ferio, in bekannter Weise durch die drei Vocale der Reihe nach Qualität und Quantität der Prämissen und der Conclusion bezeichnend, machen uns die Auszeichnung der ersten Figur deutlich, Schlußsätze jeder Art erzeugen zu können.

86. Die Prämissen der zweiten Figur zeigen uns zwei Subjecte S und P in Beziehung zu dem Prädicate M. Haben nun beide dies Prädicat oder haben sie es beide nicht, sind also beide Prämissen positiv oder beide negativ, so ist hieraus gar keine Folgerung in Bezug auf ein gegenseitiges Verhältniß zwischen S und P möglich. Denn an einem Merkmal M zugleich Theil haben oder zugleich von ihm ausgeschlossen sein können unzählige Subjecte, ohne daß außer dieser Gemeinsamkeit irgend eine andere zwischen ihnen zu bestehen braucht, namentlich ohne daß das eine S eine Art des andern P sein muß. Nur wenn das eine Subject immer oder allgemein das Merkmal M hat oder nicht hat, das andere aber sich zu M entgegengesetzt verhält, ist die Folgerung begründet, das zweite könne keine Art des ersten sein. Die Prämissen der zweiten Figur müssen daher von entgegengesetzter Qualität, und eine von ihnen allgemein sei. Da aber außerdem herkömmlicher Weise der Untersatz jenes zweite Subject liefert, so muß die Prämisse, in der das erste erwähnt wird, also der Obersatz, die allgemeine sein. Zusammengefaßt sind daher die Bedingungen der zweiten Figur: der Obersatz ist allgemein, aber seine Qualität unbeschränkt; der Untersatz hat die entgegengesetzte Qualität des Obersatzes und ist unbeschränkt in der Quantität; der Schlußsatz ist stets negativ und hat die Quantität des Untersatzes. Die möglichen Modi sind Camestres Baroco Cesare Festino.

87. Die dritte Figur bringt dasselbe Subject M in Beziehung zu zwei Prädicaten P und S. Hat nun M beide Prädicate, sind also beide Prämissen positiv, so müssen P und S vereinbar sein; es folgt mithin, nach dem gebräuchlichen logischen Ausdruck einer solchen Möglichkeit, der particular bejahende Schluß: einige S sind P. Die nöthige Identität des M wird in diesem Falle durch die Allgemeinheit schon einer Prämisse, gleichgültig welcher, hinlänglich gesichert; denn es ist offenbar kein Unterschied, ob alle M das Merkmal P und nur einige

das S, oder ob alle M das S und nur einige das P besitzen: so wie so gibt es immer einige M, die beide zusammen besitzen und hierdurch den stets particularen Schlußsatz: einige S sind P, rechtfertigen. Uebrigens könnte gerade hier, wo M in beiden Prämissen Subject ist, seine Identität auch leicht durch völlig individuelle Bedeutung, also durch den Eigennamen einer Person, verbürgt werden. Man begegnet solchen Schlüssen oft; um die Vereinbarkeit zweier Leistungen zu beweisen, die einander auszuschließen scheinen, führt man ein Beispiel an: Sokrates sei P gewesen, Sokrates auch S; folglich was S sei, könne auch P sein, oder: einiges S ist P. Die Logik rechtfertigt solche Schlüsse dadurch, daß sie dem singularen Urtheile, d. h. dem, dessen Subject nicht ein unbestimmter Theil eines Allgemeinbegriffs, sondern eine völlig bestimmte, nur einmal vorkommende Einzelheit ist, den syllogistischen Werth eines allgemeinen Urtheils zutheilt. So tritt dieser Fall unter die obige Regel, welche bei zwei positiven Prämissen eine allgemeine verlangt, einen particular bejahenden Schlußsatz vorschreibt und die Modi Darapti Datisi und Disamis zuläßt.

88. Hat ferner dasselbe Subject M das eine Merkmal, aber das andere nicht, ist also eine Prämisse positiv, die andere negativ, so müssen S und P t r e n n b a r sein, oder es folgt nach gewöhnlichem Ausdruck der particular verneinende Schluß: einige S sind nicht P. Zur Identität des M reicht auch hier die Allgemeinheit einer Prämisse hin, gleichgültig welcher, aber der Untersatz muß bejahend sein. Denn ein Merkmal, welches an einem Subject vorkommt, ist allerdings immer trennbar von dem andern, welches an demselben Subject n i c h t vorkommt; aber dies letztere braucht nicht trennbar von dem erstern zu sein; es bleibt denkbar, daß dies zweite nur entweder gar nicht oder doch blos in Verbindung mit dem ersten bestehen kann. So ist Lebendigkeit ohne Vernünftigkeit, aber nicht Vernünftigkeit ohne Lebendigkeit ein mögliches Merkmal eines Thieres. Nur das bejahte Merkmal ist mithin das trennbare; nur von ihm als Subject kann der Schlußsatz behaupten, es sei nicht immer mit dem andern als Prädicat verbunden; dies Subject des Schlußsatzes aber liefert herkömmlich der Untersatz; dieser also muß bejahend, nur der Obersatz darf verneinend sein. Unter dieser Bedingung geben gemischte Prämissen die Modi Felapton Ferison und Bocardo, auch sie wie die vorigen mit nur particularen Schlußsätzen.

89. Allgemein behauptet endlich die Logik: aus zwei negativen Prämissen gebe auch die dritte Figur keinen gültigen Schluß. Dies ist irrig; es kann mit Recht aus ihnen eine Folgerung gezogen werden, die ganz gleichartig und an Werth völlig ebenbürtig mit denen ist, welche aus positiven oder gemischten Vordersätzen fließen. Denn wenn jene beweisen, daß S und P vereinbar, diese, daß sie trennbar sind, so beweisen mit gleichem Recht zwei negative Prämissen, daß S und P nicht contradictorisch entgegengesetzt sind, daß mithin, was nicht S ist, darum nicht P zu sein braucht; nach gewöhnlicher Bezeichnungsweise: einige Nicht-S sind nicht P. Es ist durchaus nicht einzusehen, warum diese Folgerung an Werth jenen beiden nachstände; denn die erste ruft uns doch auch nur zu: wo ihr S findet, macht euch auf die Möglichkeit gefaßt, auch P zu finden; die zweite: wo ihr S antrefft, rechnet nicht darauf, daß auch P sein werde; ganz ebenso diese dritte: wo ihr S nicht beobachtet, hütet euch zu schließen, daß um so mehr P da sein werde. Im Leben aber begegnet man solchen Schlüssen oft; tausendfältig, wo aus dem Nichtvorhandensein einer Eigenschaft voreilig auf die Nothwendigkeit einer andern geschlossen worden ist, beruft man sich auf Beispiele, in welchen weder die eine noch die andere angetroffen wird, und berichtigt so ein falsches Vorurtheil durch einen Schluß nach der dritten Figur aus zwei negativen Prämissen. Gültig ist daher diese Folgerung ohne Zweifel; doch ist es nicht zeitgemäß mehr, nachträglich ihren möglichen Modis Namen zu erfinden.

90. Die Prämissen der vierten dem Claudius Galenus zugeschriebenen Figur geben formell ein Gegenbild der ersten Aristotelischen, ohne ihr jedoch an logischem Werth zu gleichen. Man unterscheidet die Modi Bamalip Calemes Dimatis Fesapo Fresiso. Die Prämissen von Bamalip: alle Rosen sind Pflanzen, alle Pflanzen bedürfen Luft, wird jedes natürliche Denken stillschweigend umstellen und dann aus ihnen nach Barbara der ersten Figur schließen: alle Rosen bedürfen Luft. Dieser Schlußsatz ist dann freilich von der Form PS, aber der andere von der Form SP, welchen die vierte Figur verlangt, ist aus ihm durch einfache Umkehrung zu erhalten: einiges Luftbedürftige ist Rose. Dagegen ist aus dieser letztern Folgerung nach der vierten Figur durch Umkehrung diejenige nicht wiederzugewinnen, die wir nach der ersten Figur aus denselben Prämissen zogen, vielmehr gibt

diese Conversion nur den particularen Satz: einiges, was Rose ist, ist luftbedürftig. Mithin geht in diesem Falle durch den Schluß nach der Galenischen Figur geradezu ein Theil der Wahrheit verloren, die in den Prämissen begründet ist; eine üble Empfehlung für ein Schlußverfahren, dessen Pflicht immer ist, aus Gegebenem so viel neue Wahrheit zu folgern als möglich. Dies Ungeschick zwar könnte man vermeiden, wie früher gezeigt, natürlicher würde jedoch auch hierdurch der Schluß nicht. Ebenso unnatürlich sind Calemes und Dimatis, deren Prämissen jedes unbefangene Denken umstellen und nach Celarent und Darii der ersten Figur benutzen wird; einen Wahrheitsverlust freilich verschulden sie nicht, da der negative Schlußsatz von Calemes reine Umkehrung erlaubt, anderseits der von Darii ebenso blos particular ist, wie der von Dimatis. Nur Fesapo und Fresiso lassen sich, wegen des entstehenden negativen Untersatzes in beiden, des particularen Obersatzes im zweiten, minder bequem auf die erste Figur zurückbringen; sie gehen dafür durch reine Umkehrung der Obersätze in Felapton und Ferison der dritten über und geben nach dieser Umformung ebenfalls natürlichere Schlußsätze. Nach allem ist daher die vierte Figur eine sehr entbehrliche Zugabe zu den drei Aristotelischen.

91. Aristoteles hielt die Folgerungen nach allen drei Figuren für triftig, aber nur die nach der ersten für vollkommen. Denn nur diese Figur lasse in der Gestaltung der Prämissen auch formell den Rechtsgrund klar hervortreten, der die Möglichkeit jeder Folgerung bedingt: die Unterordnung des Besondern unter sein Allgemeines. Auch in den beiden andern Figuren beruhe zwar der Schluß auf demselben Rechtsgrunde; auch seien die Unterordnungsverhältnisse, die zur Folgerung nach diesem Princip nothwendig und hinreichend sind, in den Prämissen enthalten und man bedürfe keiner nebenhergehenden Ergänzung derselben durch anderweitige Kenntniß, aber die Gestaltung der Prämissen lege sie doch nicht von selbst dar; man müsse sie in ihnen aufsuchen. Diesen formalen Mangel der beiden letzten Figuren suchte Aristoteles durch Angabe der Umformungen zu ergänzen, durch welche ihre Prämissen ohne Aenderung ihres Inhalts in solche nach der ersten Figur verwandelt werden können. Man hat dies überflüssig gefunden und eingewandt, daß auch die beiden andern Figuren nach eigenen für sich einleuchtenden Grundsätzen schließen; so sei der Grundgedanke der zweiten:

wenn zwei Dinge sich in Bezug auf dasselbe Merkmal entgegengesetzt verhalten, könne das eine keine Art des andern sein, für sich klar und unabhängig von dem Grundsatz der Unterordnung. Dies bezweifle ich, lasse es aber auf sich beruhen; denn wenn man überhaupt die beiden letzten Figuren nach irgend einem Grundsatze schließen läßt, so gibt man damit schon zu, daß der Rechtsgrund aller Folgerungen in der Unterordnung des Einzelnen unter das Allgemeine liegt; denn wozu nützten diesen Figuren ihre Grundsätze, außer um durch Unterordnung des Prämisseninhalts unter sie ihre Conclusion zu rechtfertigen? Mit seinem allgemeinen Gedanken über den Vorzug der ersten Figur hatte daher Aristoteles Recht; auch kann man das Interesse theilen, welches er daran nahm, ein für allemal durch jene Umgestaltungen die beiden andern zu rechtfertigen; in dem Gebrauch des Denkens aber hat freilich die wirkliche Ausführung dieser Umformungen selten erheblichen Werth; einen solchen Fall glaubten wir eben bei Betrachtung der vierten Figur zu finden; die Schlüsse der zweiten und dritten sind durchsichtig genug, um dies Hülfsmittel entbehren zu können.

92. Es reicht daher hin zu erwähnen, daß die scholastische Logik in den Namen der Modi der beiden letzten Figuren durch die Buchstaben m s p c die zu diesem Zwecke nöthigen Operationen angedeutet hat. Und zwar verlangt m (metathesis) die Umstellung der Prämissen; s und p befehlen rein (simpliciter) oder unrein (per accidens) denjenigen Satz umzukehren, hinter dessen charakteristischem Vocal sie stehen; nur die weniger einfache Bedeutung von c, die Zurückführung auf das Unmögliche (per impossibile ductio), ist sogleich durch das Beispiel Baroco zu erläutern. Die Prämissen sind hier: alle P sind M; einige S sind nicht M; der Schlußsatz: einige S sind nicht P. Angenommen nun, dieser Schlußsatz sei falsch, so folgt ad contradictoriam: alle S sind P. Verhielte sich dies nun so, und ordnete man dem gegebenen Obersatze: alle P sind M, diesen neuen Untersatz bei: alle S sind P, so würde nach Barbara der ersten Figur folgen: alle S sind M. Aber dieses Ergebniß widerspricht dem gegebenen Untersatz: einige S sind nicht M; mithin war die Leugnung der Richtigkeit des nach Baroco gefundenen Schlußsatzes unzulässig; er selbst: einige S sind nicht P, ist richtig. Die anderen Operationen bedürfen kaum der Beispiele. Wie Bamalip der vierten Figur durch Umstellung m der Prämissen und

unreine Conversion p des Schlußsatzes, der dann nach der ersten Figur gezogen worden war, auf diese zurückgebracht wird, haben wir vor kurzem gesehen; Camestres der zweiten: alle P sind M; kein S ist M; kein S ist P, erhält durch Umstellung m der Prämissen und durch reine Umkehrung s des Untersatzes die neuen Prämissen: kein M ist S; alle P sind M; hieraus folgt nach Celarent der ersten: kein P ist S; dieser Schlußsatz bedarf noch der reinen Umkehrung s, um den von Camestres verlangten: kein S ist P, zu ergeben. Darapti der dritten lautet: alle M sind P; alle M sind S; einige S sind P; die unreine Umkehrung p des Untersatzes gibt die Prämissen: alle M sind P; einige S sind M; der hieraus nach Darii der ersten folgende Schlußsatz: einige S sind P, bedarf keiner weitern Umformung, sondern ist unmittelbar mit dem von Darapti entspringenden identisch.

93. Bisher dachten wir uns die Prämissen als kategorische Urtheile von der Form: S ist P. Aber die Veranlassungen unseres Denkens können sie auch in hypothetischer oder disjunctiver Form darbieten. Diese Unterschiede, wichtig für die Urtheile als solche, sind es nicht für den Zusammenhang des Schlusses; sie gehören hier stets zu dem Inhalt und erfordern nur Beachtung, nicht Aenderung der gewöhnlichen Schlußregeln. Am einfachsten ist dies klar für den Fall zweier hypothetischen Prämissen, deren jede zwei von den drei Sätzen M S P als Vorder- und Nachsatz verknüpft. Genau wie bei kategorischen Prämissen, wo M S P drei Begriffe bedeuten, schließt man hier nach Darii: immer wenn M gilt, gilt P; zuweilen wenn S gilt, gilt M; also zuweilen wenn S gilt, gilt P; nach Camestres: immer wenn P gilt, gilt M; niemals wenn S gilt, gilt M; folglich niemals wenn S gilt, gilt P; nach Disamis: zuweilen wenn P gilt, gilt M; immer wenn S gilt, gilt M; folglich zuweilen wenn S gilt, gilt P. — Eigenthümlicher sind die Fälle, in welchen ein hypothetischer Obersatz an einen Grund G, welcher den Inhalt seines Vordersatzes bildet, allgemein eine im Nachsatz ausgesprochene Folge F knüpft, ein kategorischer Untersatz aber für alle oder einzelne Fälle der Art S entweder G oder F bejaht oder verneint. Man schließt diese Fälle am einfachsten den unmittelbaren Folgerungen aus dem Urtheil an, denn Grund und Folge verhalten sich wie subalternans und subalternata. Man kann nun zuerst ad subalternatam aus der Ungültigkeit der Bedingung G für bestimmte Fälle von S nicht

auf das Nichtgelten der Folge F in denselben Fällen schließen; denn dieselbe Folge kann aus andern äquivalenten Gründen dennoch bestehen. Aber man schließt aus der Geltung des Grundes auf die Geltung der Folge. Hieraus entspringen, da G sowohl Geltung als Nichtgeltung von F begründen kann, zwei Schlüsse: 1) wenn G gilt, gilt immer F; in allen oder einzelnen Fällen von S gilt G; also in allen oder einzelnen Fällen von S gilt F; dies ist ein modus ponendo ponens, der durch Setzung der Bedingung die Folge setzt; er entspricht sichtlich den Modis Barbara und Darii der ersten Figur; 2) wenn G gilt, so gilt niemals F; in allen oder einzelnen Fällen von S gilt G; folglich in allen oder einzelnen Fällen von S gilt F nicht; ein m. ponendo tollens, sofern er die Folge F durch Setzung der Bedingung ihres Gegentheils aufhebt; übrigens offenbar ein Gegenbild von Celarent und Ferio der ersten Figur. In der entgegengesetzten Richtung ad subalternantem fließt aus der Gültigkeit des Satzes F in bestimmten Fällen von S nicht die Gültigkeit der einzelnen Bedingung G, von welcher er in andern Fällen abhängig gefunden wurde; denn dieselbe Folge F kann aus mehreren äquivalenten Gründen entspringen. Aber aus der Nichtgeltung des Satzes F für bestimmte Fälle von S folgt die Ungültigkeit jeder, mithin auch der einzelnen Bedingung G, von der er begründet werden könnte. Zulässig sind daher die Schlüsse: 3) wenn G gilt, gilt F immer; in allen oder einzelnen Fällen von S gilt F nicht; also in allen oder einzelnen Fällen von S gilt G nicht; ein m. tollendo tollens, der durch Aufhebung der Folge den Grund aufhebt, der sie nothwendig begründet haben würde, wenn er gegolten hätte; übrigens offenbar Camestres und Baroco der zweiten Figur entsprechend; 4) wenn G gilt, gilt F niemals; in allen oder einzelnen Fällen von S gilt F; folglich in allen oder einzelnen Fällen von F gilt G nicht; ein m. ponendo tollens, der durch Setzung einer Folge die Bedingung leugnet, unter der sie unmöglich gewesen wäre; er wiederholt Cesare und Festino der zweiten Figur. Man kann endlich erwägen, daß auch die Nichtgeltung des Satzes G Grund für Gültigkeit oder Ungültigkeit des Satzes F sein kann, und erhält dann die Schlüsse: 5) wenn G nicht gilt, gilt allemal auch F nicht; in allen oder einigen Fällen von S gilt G nicht; in denselben Fällen mithin auch F nicht; ein m. tollendo tollens ohne Eigenthümlichkeit, der nur ins Negative den ponendo po-

nens übersetzt; 6) wenn G nicht gilt, gilt allemal F; nun aber in allen oder einigen Fällen von S gilt F nicht; folglich gilt in diesen Fällen G; ein m. tollendo ponens, der uns zur Vollständigkeit aller Combinationen von Setzung und Aufhebung noch fehlte; er setzt die Gültigkeit eines Grundes durch Aufhebung der nothwendigen Folge seiner Ungültigkeit. Eine leichte Umformung des Ausdrucks zeigt, daß auch diese letzten beiden Fälle der zweiten Figur angehören; der zweite würde lauten können: wenn Non G gilt, gilt immer F; nun gilt immer oder zuweilen F nicht, also gilt immer oder zuweilen Non G nicht. — Da hiermit alles erschöpft ist, was aus dem Verhältniß der Subalternation fließt, so gibt es keine Folgerungen dieser Art, welche sich der dritten Figur anreihen ließen.

94. Wichtiger als diese syllogistischen Künste ist mir ein Umstand, dessen ich bei dieser Gelegenheit nirgends eindringlich gedacht finde: alle diese Schlüsse beziehen sich nur auf ein Verhältniß zwischen dem Grunde G und seiner Folge F, nicht auf das einer Ursache G zu ihrer Wirkung F. Nur in der Welt der Gedanken hat eine Bedingung G, wenn sie einmal als gültig gesetzt wird, die ihr zustehende denknothwendige Folge F immer; in der Wirklichkeit kann der Ursache G, auch wenn sie besteht und wirkt, ihr Erfolg F stets durch eine Gegenkraft U vereitelt werden. In ihrer Uebertragung auf wirkliches Geschehen bedürfen daher alle diese Schlüsse Modificationen, welche die angewandte Logik lehren wird; so ist es nicht zulässig zu schließen, überall wo die Ursache G wirke, müsse ihr Erfolg F wirklich sein; nicht zulässig, wenn G eine Hemmungsursache von F ist, zu behaupten, wo diese Hemmung G wirklich sei, könne F nicht in Wirklichkeit vorkommen; auch G kann seinerseits durch ein U gehemmt sein oder F dennoch durch eine dritte Ursache V verwirklicht. Es ist deshalb in der reinen Logik ganz unschicklich, die behandelten Fälle so zu bezeichnen: ihr Untersatz spreche die Wirklichkeit von G oder F aus; diese beiden einfachen Buchstaben bedeuten ja hier Urtheile von der Form: S ist P; nur die logische Zulässigkeit oder Nothwendigkeit dieser Gedankenverbindung zwischen S und P behauptet der Untersatz in Bezug auf gewisse Fälle von S, während der Obersatz sie mit einer andern ähnlichen Beziehung zwischen S und Q zu einem hypothetischen Urtheil von allgemeiner Geltung verbindet. Ich verfolge dies hier nicht weiter; meine in den Bezeichnungen

etwas weitläufigere Darstellung hat dies wirkliche Verhalten anzudeuten versucht.

95. Gilt von einem Subject Z: es sei entweder P oder Q oder R, oder: es sei sowohl P als Q als R, oder: es sei weder P noch Q noch R, so ersetzen wir zunächst dies dreigliedrige Prädicat durch das einfache U, und nennen dies U im ersten Falle disjunctiv, im zweiten positiv, im dritten negativ. Wer sich nun die nicht unerläßliche Mühe gibt, die Verwendung solcher disjunctiven copulativen und remotiven Prämissen im Schlusse zu verfolgen, wird finden: 1) ist der Obersatz ZU, und ordnet der Untersatz SZ ein S dem Z unter, so folgen die gewöhnlichen Conclusionen SU der ersten Figur; in ihnen hat U stets dieselbe Bedeutung, wie im Obersatze; 2) ist der allgemeine Obersatz ZU, der Untersatz SU, und U in dem einen von beiden positiv oder disjunctiv, im andern negativ, so entstehen die negativen Schlußsätze SZ der zweiten Figur mit der Quantität ihres Untersatzes; 3) aus dem Obersatze UZ mit positivem oder negativem U, und dem Untersatze US mit gleichem oder entgegengesetztem U folgen die stets particularen Conclusionen SZ der dritten Figur; 4) in den beiden letzten Fällen, in welchen das zum Medius terminus gewordene U aus dem Schlußsatz verschwindet, ist seine Mehrgliedrigkeit ganz bedeutungslos; was folgt, folgt ebenso gut, wenn man nur eins seiner Glieder P oder Q nach seinem Verhalten in beiden Prämissen in Betracht zieht. Ebenso wenig Neues entsteht, wenn zu dem allgemeinen Obersatz ZU ein Untersatz tritt, der für das einzelne Subject Z eines der Glieder von U behauptet oder leugnet. Sagt der Obersatz mit blos zweigliedriger Disjunction: alle Z sind entweder P oder Q, der Untersatz aber: dieses Z ist P oder dieses Z ist nicht P, so folgt: dieses Z ist nicht Q oder dieses Z ist Q. Diese Folgerungen verstehen sich aus der Natur des contradictorischen Gegensatzes von selbst; auf die erste Figur sind sie, ohne denkbaren Nutzen, durch die Reduction zu bringen: jedes Z, welches nicht P ist, ist Q; nun ist dieses Z ein Z, welches nicht P ist, also ist dieses Z ein Q. Dieselben unfruchtbaren Betrachtungen lassen sich auf mehrgliedriges U des Obersatzes ausdehnen, denn immer kann man eine beliebige Anzahl seiner Glieder zum Subject ziehen und mit blos zweigliedrigem U sagen: jedes Z, welches nicht P und nicht Q ist, ist entweder R oder T. Polylemmen endlich (Dilemmen, Trilemmen)

sind Schlüsse mit vielgliedrigem disjunctiven U des Obersatzes ZU und einer gleichen Anzahl von Untersätzen, die zusammen für jedes der Glieder von U dieselbe weitere Folge T behaupten. Auf diese Fälle, nicht neue logische Formen, sondern nur eigenthümliche Verwendungen der bekannten, mag uns die angewandte Logik zurückführen.

96. Gar nicht denke ich dagegen auf die Lehre von den Schlußketten zurückzukommen. Begreiflich kann jede Conclusion eines Schlusses Obersatz eines zweiten werden; Prosyllogismus des zweiten heißt dann der erste, Episyllogismus des vorigen jeder folgende. Die bloße Vergleichung der Namen der Schlußmodi lehrt sogleich manche Eigenschaften der so entstehenden Kette. Soll ihr Endglied allgemein sein, so muß der letzte Schluß einer der beiden ersten Figuren angehören, und da in diesen der Obersatz ebenfalls allgemein sein muß, so muß die ganze Reihe der Prosyllogismen, also die ganze Kette in den beiden ersten Figuren verlaufen; jede Einmischung eines Gliedes nach der dritten bringt einen particularen Schlußsatz hervor, der nie wieder zu allgemeinen Conclusionen zurückleitet. Hat einer der Schlüsse eine negative Conclusion, so werden auch die aller Episyllogismen negativ; mit positivem und zugleich allgemeinem Endglied kann nur eine Kette schließen, die durchweg in Barbara verläuft. Man pflegt nun nach Analogie des einfachen Schlusses noch weiter zu verlangen, daß der Obersatz des ersten Prosyllogismus das Prädicat P, der Untersatz des letzten Episyllogismus das Subject S des endlichen Schlußsatzes liefere; die Regeln aufzufinden, die dann die Bildung dieser Schlußkette bedingen, wäre nur Sache der Geduld; ihren Nutzen wüßte ich nicht anzugeben. Verschweigung des Schlußsatzes eines Prosyllogismus, der zugleich Obersatz des Episyllogismus ist, erzeugt aus den Ketten die beiden Formen des Sorites. Der Aristotelische: A ist B, B ist C, C ist D, also A ist D, ordnet jeden Begriff in den Umfang des folgenden, schreitet also vom niederen zum höheren fort und entsteht durch Unterdrückung der Schlußsätze, die man aus je zwei Gliedern so fände: B ist C, A ist B, also A ist C; dann C ist D, A ist C, also A ist D. Der andere, späte Erfindung des Professor Goklenius in Marburg [1547—1628] nimmt den entgegengesetzten Gang: seine Prämissen: B ist A, C ist B, D ist C . . . unter-

drücken die Conclusion: C ist A, der beiden ersten Glieder, die als Obersatz zu dem dritten nach der ersten Figur den Schluß der Kette liefert: D ist A.

A. Der syllogistische Schluß.

Der Schluß durch Subsumption. — Der Schluß durch Induction. — Der Schluß durch Analogie.

97. Die logischen Wahrheiten, deren sich das Denken in seiner Behandlung des Vorstellungsinhalts nach und nach bewußt geworden war, hatte das disjunctive Urtheil vorläufig dahin zusammengefaßt: jedem S, welches eine Art von M sei, komme von jedem der allgemeinen Prädicate des M eine besondere Modification mit Ausschluß aller übrigen als sein Prädicat zu. Die Aufgabe, die nun zu lösen blieb, war die Auffindung der Denkhandlungen, durch welche dies geforderte eigenthümliche Merkmal für ein gegebenes S bestimmbar wurde. Die Aristotelischen Syllogismen lösen diese Aufgabe nicht; sie begnügen sich, das Subject ihres Schlußsatzes nur mit der allgemeinen Form des Prädicats in Beziehung zu setzen, die ihr Obersatz erwähnt hatte; sie sind daher ungeachtet der reichen Verzweigung, die ihnen und ihren möglichen Verschiedenheiten der Scharfsinn der früheren Logiker gegeben hat, doch nur der formell erweiterte und ausführliche Ausdruck der logischen Wahrheit, die in dem disjunctiven Urtheil bereits niedergelegt war. Aehnlich dem impersonalen Urtheile, welches eine im Begriffe bereits angedeutete Spaltung nur formell durch die Auseinandersetzung des Subjects und Prädicats zum Ausbruch brachte, ohne über die gegenseitige Beziehung der beiden geschaffenen Glieder Neues zu lehren, ganz ähnlich setzt in seiner vollkommensten ersten Figur, auf die wir uns die andern zurückgeführt denken, auch der Aristotelische Schluß nur in zwei gesonderten Prämissen die allgemeine Regel und den Fall der Anwendung auch äußerlich auseinander, die in dem Sinne des disjunctiven Urtheils bereits in denselben gegenseitigen Verhältnissen gedacht waren. Sämmtlich auf die unbestimmte Einordnung eines Begriffes in den Umfang eines andern gebaut, lassen sich daher die Aristotelischen Syllogismen, unter dem Namen des Schlusses durch Subsumption zusammengefaßt, als die erste und elementarste Form

der neuen Gruppe von Denkhandlungen betrachten; und wir versuchen, sogleich zu zeigen, zu welchem weiteren Fortschritte sie nöthigen.

98. Als das sprechendste Beispiel des Gedankens, der dem Schlusse durch Subsumption zu Grunde liegt, wähle ich den Modus Darii, der ausdrücklich dem allgemeinen Gesetze im Obersatze ein besonderes Beispiel der Anwendung im Untersatze unterordnet. Alle Menschen sind sterblich, sagt dieser Modus; Cajus aber ist ein Mensch; und hieraus schließt er: also ist Cajus sterblich; offenbar in der Meinung, durch diese Folgerung eine Wahrheit festgestellt zu haben, die vorher noch nicht feststand, nun aber durch die Wahrheit der beiden Prämissen und ihre Beziehung auf einander gesichert ist. Schon die Skepsis des Alterthums hat jedoch eingewandt, daß nicht die Prämissen die Richtigkeit des Schlußsatzes verbürgen, sondern daß der Schlußsatz bereits gültig sein muß, damit es die Prämissen sein können. In der That, wo bliebe die Wahrheit des Obersatzes: alle Menschen seien sterblich, wenn es in Bezug auf Cajus noch nicht gewiß wäre, daß er an dieser Eigenschaft Theil hat? Und wo bliebe die Wahrheit des Untersatzes, daß Cajus ein Mensch sei, wenn es noch zweifelhaft wäre, ob er außer andern Eigenschaften des Menschen auch die der Sterblichkeit hat, die ja der Obersatz als allgemeines Merkmal jedes Menschen aufführt? Anstatt mithin durch ihre für sich feststehende Wahrheit die des Schlußsatzes zu beweisen, sind vielmehr beide Prämissen nur unter Voraussetzung seiner Wahrheit richtig, und dieser doppelte Cirkel scheint zunächst jede logische Leistung des Syllogismus unmöglich zu machen.

99. Das Gewicht dieses Einwurfs ist nicht hinwegzuleugnen; wir verfolgen ihn in Bezug auf verschiedene Fälle. Wenn wir uns den Obersatz MP als ein analytisches Urtheil denken, wenn wir also annehmen, P sei ein festes Merkmal, ohne welches sich überhaupt der Inhalt des Begriffs M nicht vollständig denken lasse, so steht allerdings dann die Allgemeingültigkeit des Obersatzes für sich fest; aber der Untersatz kann dann ein S nicht dem M unterordnen, ohne dem S dies unentbehrliche P bereits zuzuschreiben, also den Schlußsatz vorauszusetzen, der diese Behauptung erst aussprechen sollte. Wer z. B. es zu dem Begriff des Körpers rechnet, schwer zu sein, bildet unangefochten den Obersatz: alle Körper sind schwer; aber er kann die Luft dann im Untersatze nicht einen Körper nennen, ohne schon mitzudenken, was erst

der Schlußsatz lehren soll, daß auch die Luft schwer ist. Allgemein: der Grundsatz der Subsumption verlangt, daß das untergeordnete Einzelne die Merkmale seines Allgemeinen theile; aber umgekehrt läßt sich nichts einem Allgemeinen unterordnen, ohne bereits die Merkmale zu haben, die dieses ihm vorschreibt. Es würde sich aber anders verhalten, wenn wir uns den Obersatz MP als ein synthetisches Urtheil von allgemeiner Geltung dächten. Dann würde der Inhalt des Begriffes M sich vollständig fassen lassen, ohne in ihm P mitgedacht zu haben, aber eine Gewißheit von irgend welchem Ursprung lehrte uns zugleich, daß überall mit diesem M auch P verbunden sei. Darauf würde der Untersatz an S nur die Merkmale nachzuweisen haben, durch die es ein M ist, und nun erst der Schlußsatz das noch nicht mitgedachte P hinzufügen, welches dem S um seiner Unterordnung unter M willen gebührt. Im wirklichen Gebrauche der Subsumptionsschlüsse macht man diese Voraussetzungen immer. Wer behauptet, daß alle Menschen sterblich seien, denkt sich den naturgeschichtlichen Charakter der Menschheit durch ihre übrige gegebene Organisation vollständig bestimmt und sieht die Sterblichkeit als ein Merkmal an, welches nicht ausdrücklich von unserem Denken in der Charakteristik des Menschen mitgedacht zu werden braucht, weil es als unvermeidliche Folge ohnehin an jener Organisation hängt, durch die wir den Begriff des Menschen bestimmen. Darum reicht es nun im Untersatz aus, auch von Cajus nur diese wesentliche Organisation festzustellen, um im Schlußsatze ihm jene unvermeidliche Folge derselben zuzuerkennen. Noch deutlicher wird dies, wenn wir uns den Obersatz hypothetisch vorstellen, unter P also nicht ein festes, bleibendes, sondern ein fließendes Merkmal des M, überhaupt eine Folge denken, die aus M unter einer gewissen Bedingung x hervorgeht, ein Merkmal, welches M unter dieser Bedingung annimmt oder verliert, einen Zustand, in den es geräth, oder eine Wirkung, die es ausübt. Dann reicht es hin, im Untersatz S dem M allein unterzuordnen, um im Schlußsatz zu folgern, daß auch S, wenn die gleiche Bedingung x einwirkt, das Merkmal P zeigen müsse. Und auf diese Form laufen in der That die meisten in der Wissenschaft wirksamen Anwendungen der Syllogismen zurück; sie zeigen fast alle, daß S, weil es eine Art von M ist, unter der Bedingung x im Allgemeinen dieselbe Wirkung P entfalten oder erfahren werde, die wir an M kennen. Allein, wenn es sich

vorhin bei analytischem Obersatz fragte, mit welchem Rechte der Untersatz ausgesprochen werden könne, so fragt es sich hier bei synthetisch angenommenem Obersatz, mit welchem Rechte dieser selbst als allgemeingültig behauptet werden dürfe? Wenn die Sterblichkeit als neues Merkmal zu der übrigen Organisation des Menschen nothwendig hinzukommen soll, so kann doch diese Allgemeingültigkeit nur unter Voraussetzung der Richtigkeit des Schlußsatzes bestehen, und sie wird hinfällig, wenn es nun doch einen eigensinnigen Cajus gibt, der nicht stirbt. Was man hierauf antworten wird, ist klar: natürlich sei jeder allgemeine Obersatz falsch, der sich in einem einzelnen seiner untergeordneten Fälle nicht bestätigt, und diese Gefahr liege überall nahe, wo jener allgemeine Satz nur durch eine unberechtigte Verallgemeinerung vieler beobachteten Einzelfälle entstanden sei; wo jedoch die nothwendige Verknüpfung des M und P an sich nachweisbar sei, da sorge eben diese gültige Allgemeinheit dafür, daß kein eigensinniger Einzelfall vorkommen könne, welcher ihr widerspräche. In dem angeführten Beispiel liege die Sache zweifelhaft; für die gemeine Meinung sei die allgemeine Sterblichkeit der Menschen nur eine Voraussetzung, aus dem überwältigenden Eindruck unzähliger Beispiele entsprungen, zu denen sich noch kein Gegenbeispiel gefunden hat; für den Physiologen stehe sie zwar, als Folge der gegebenen Organisation, in seiner Ueberzeugung fest, aber auch ohne sich mit der wünschenswerthen Genauigkeit darthun zu lassen. In andern Fällen jedoch sei die Allgemeingültigkeit des synthetischen Obersatzes entweder durch eine unmittelbare Anschauung oder durch Beweise verbürgt, die einen gegebenen Inhalt einer solchen Anschauung unterordnen, und in allen diesen Fällen reiche der Syllogismus zur sicheren Gewinnung einer besonderen neuen Erkenntniß hin; denn nichts sei zu ihr nöthig, als die ausführbare Unterordnung eines S unter ein M, welches hier wahrhaft den Dienst eines Mittelbegriffs leiste, S mit einem vorher ihm fremden P zu verknüpfen.

100. Ich lasse hier dahingestellt, ob und in welcher Ausdehnung überhaupt die unmittelbare Anschauung der allgemeingültigen Wahrheit eines synthetischen Urtheils möglich sei; denn ganz unmittelbar klar ist so viel, daß wir jedenfalls nur sehr selten uns in der Lage befinden werden, den Inhalt eines allgemeinen Obersatzes auf diesen Rechtsgrund stützen zu können; unzählige allgemeine Urtheile werden von uns

ausgesprochen und zu Folgerungen benutzt, ohne selbst als unmittelbare Anschauungen gelten zu können, und ohne daß die Beweise ausführbar wären, durch welche ihr Inhalt auf solche Quellen der Wahrheit sich zurückleiten ließe. Diese ganze ausgebreitete Thätigkeit unseres Denkens kann weder einfach als untriftig bei Seite gesetzt werden, noch kann sie bestehen ohne logische Regeln ihrer Gültigkeit. Diesen Regeln haben wir nachzuforschen, und zwar sind es ihrer zwei, die wir bedürfen. Zu dem wirksamen Gebrauche des Schlusses ist es zuerst nöthig, daß wir allgemeine Obersätze finden lernen, deren Gültigkeit weder auf einer unmittelbaren Gewißheit, noch auf der schon gemachten Erfahrung ihrer Richtigkeit in jedem Einzelfalle beruht; es muß möglich sein, die allgemeine Sterblichkeit der Menschen zu behaupten, sowohl bevor man sie als nothwendige Folge aus ihren Gründen begreift, als auch bevor man jeden Einzelnen darauf geprüft hat, ob er umzubringen sei oder nicht. Der Untersatz aber macht eine zweite Regel nothwendig. Denn möglich ist es zwar in vielen Fällen, ein S dem M deswegen unterzuordnen, weil man an S alle Merkmale gefunden hat, welche das M jeder seiner Arten vorschreibt; ausführbar ist aber dennoch in den meisten Fällen diese Leistung nicht; Niemand wird es für nothwendig oder für vollendbar halten, auch nur den Cajus unseres Untersatzes in Bezug auf alle Organisationseigenheiten zu prüfen, um sich das Recht zu nehmen, ihn der Gattung Mensch unterzuordnen. Wenn der wirkliche fruchtbare Gebrauch des Denkens möglich sein soll, muß es daher ein Verfahren geben, nach welchem Untersätze sich finden lassen, die ein gegebenes Subject einer Gattung unterordnen, noch bevor von ihm erwiesen ist, daß es vollständig alle Merkmale dieser Gattung besitze. Die beiden Verfahrungsweisen, die ich hier verlange, lassen sich nun, ohne daß dies indessen von wesentlicher Bedeutung wäre, an eine etwas veränderte Auffassung der zweiten und dritten Aristotelischen Figur anschließen.

101. Die allgemeine Aufgabe jedes Schlußverfahrens besteht naturgemäß darin, aus gegebenen Datis oder Prämissen so viel neue Wahrheit zu entwickeln als möglich; wie dies geschieht, ist an sich völlig gleichgültig; das Verfahren wird sich nach der Gestalt der Prämissen richten, die wir nehmen müssen, wie sie uns die Erfahrung, innere oder äußere, darbietet. Nun ist es ein häufiges Vorkommen, daß nicht

nur an zwei, sondern an sehr vielen verschiedenen Subjecten P S T V W dasselbe Prädicat M vorkommt oder nicht vorkommt, und es fragt sich, welche Folgerung aus diesen Prämissen PM, SM, TM, VM... möglich ist, die sich ihrer Form nach der zweiten Aristotelischen Figur anschließen. Es ist klar, daß sie in ihrer Vielzahl nicht zu einem Schlusse auffordern, welcher zwei einzelne dieser Subjecte in ein gegenseitiges Verhältniß brächte; so weit diese Folgerung beabsichtigt wird, ist sie nur durch die Aristotelische Beschränkung auf zwei Prämissen und mit Beachtung der Regeln der zweiten Figur möglich. Aber es ist ebenso erlaubt zu versuchen, ob nicht dies gemeinsame Vorkommen des M an so verschiedenen Subjecten uns etwas über die Bedeutung dieses M selbst lehre, das mithin im Schlußsatze nicht verschwinden würde. Diesen Versuch nun macht das natürliche Denken, wo ihm die Erfahrung solche Prämissen gibt, unfehlbar und wird dabei durch den allgemeinen Grundsatz geleitet, der alle seine Handlungen beherrscht: vorgefundenes Zusammensein der Vorstellungen in Zusammengehörigkeit ihrer Inhalte zu verwandeln. Wo wir dasselbe Merkmal an verschiedenen Subjecten wahrnehmen, haben wir das Vorurtheil, daß diese Uebereinstimmung keine zufällige, daß mithin die verschiedenen Subjecte nicht jedes einzeln für sich durch einen besonderen Umstand mit demselben Prädicate zusammengerathen sei, daß vielmehr alle untereinander einen gemeinschaftlichen Stamm gleiches Wesens haben, von dem jene gleiche Beziehung zu demselben Merkmal die Folge ist. P S T V werden mithin zwar verschiedene sein, aber doch unter einen höheren Begriff Σ als Arten desselben coordinirt; nicht sie als verschiedene Einzelne, sondern nur sofern sie Arten des Σ sind, tragen das gemeinsame Merkmal M als nothwendiges Merkmal dieser ihrer Gattung. Unser Schlußsatz lautet demnach: alle Σ sind M; und in ihm bedeutet Σ das höhere Allgemeine, dem wir die einzelnen Subjecte unterordnen, und das wahre Subject für jenes M, das wir vorher gemeinsam an jenen einzelnen vorkommen sahen. Dies Schlußverfahren ist der einfachste Fall der I n d u c t i o n und bildet für uns unter diesem Namen das z w e i t e Glied dieser Gruppe von Folgerungen, die sich auf Unterordnung des Mannigfachen unter die Einheit eines Allgemeinen gründen.

102. Die Aufgabe, die wir diesem Verfahren stellten, allgemeine Obersätze für Schlüsse der Subsumption zu erzeugen, scheint es nun

dennoch nur unvollkommen zu erfüllen. Denn übereinstimmend wirft man der Induction vor, daß sie Gewisses aber nicht Neues lehre, wenn sie vollständig, Neues aber nicht Gewisses, so lange sie unvollständig sei. Sind P S T U alle Arten des Σ, die es gibt, und hat von jeder dieser Arten eine Prämisse schon gelehrt, daß sie M sei, so kann der Schlußsatz nur als universales Urtheil: alle Σ sind M, diese Aussagen der Vordersätze summiren; aber er kann nicht einmal mit logischem Recht sich in das generelle Urtheil verwandeln: jedes Σ als solches ist M; es bleibt vielmehr ganz zweifelhaft, ob nicht blos thatsächlich alle Arten des Σ, und zuletzt doch jede Art aus einem besonderen Grunde, dasselbe M haben oder erleiden, oder ob wirklich in der allgemeinen Natur des Σ selbst der immer gleiche Grund liegt, der dies Prädicat allen seinen Arten nothwendig macht. Gibt es aber außer den Subjecten, welche in den Prämissen mit M verbunden vorkommen, noch andere Arten des Σ, von denen sie nichts aussagen, so ist der Schlußsatz eine unberechtigte Folgerung ad subalternantem aus der Gültigkeit einer beschränkten Anzahl von Einzelfällen auf die Gültigkeit des allgemeinen Falles, eine Folgerung, die verschiedene Grade der Wahrscheinlichkeit mag haben können, Gewißheit aber niemals erlangt. Es scheint mir jedoch, daß diese an sich richtigen Bemerkungen die reine Bedeutung einer logischen Form mit den Schwierigkeiten ihrer wirksamen Anwendung verwechseln und daß derselbe Fehler auch schon in dem Tadel lag, den man gegen den Werth des Aristotelischen Syllogismus erhob. Der Gedanke, dem dieser folgte, jedes Einzelne sei zum Besitz seiner Prädicate durch seine Abhängigkeit von seinem Allgemeinen berechtigt und verpflichtet, ist ohne Zweifel ein logisch durchaus gültiger Grundsatz, welcher den inneren Zusammenhang des jedesmaligen Denkinhaltes in seine richtige Beleuchtung rückt. Diese logische Bedeutung verliert er dadurch gar nicht, daß die Wahrheit des Allgemeinen, um zu bestehen, die Gültigkeit desselben in allen Einzelfällen einschließt, oder wenn man lieber will, voraussetzt; es ist ja vielmehr der eigene Sinn des Grundsatzes, daß beide unzertrennlich von einander sind. Mag man daher im Gebrauche des Denkens zu der Wahrheit der Prämissen gekommen sein, auf welchem Wege man will; nachdem man sie gefunden hat, drückt die Unterordnung, welche die erste Aristotelische Figur ausspricht, die Gliederung aus, die dem inneren Zusam-

menhange des fertigen Denkinhalts entspricht, obgleich vielleicht gar nicht die Gliederung der Gedankenarbeit, durch welche wir ihn gewonnen haben. So betrachtet ist der Schluß der Subsumption das logische Ideal, in dessen Form wir unsere Erkenntniß bringen sollen, aber nicht zugleich allgemein die instrumentale Methode, durch deren Befolgung wir den gegebenen Stoff zu jener Erkenntniß zusammenschließen. Aehnliches habe ich nun von der Induction zu sagen; der logische Gedanke, der ihr zu Grunde liegt, ist gar nicht blos wahrscheinlich, sondern gewiß und unanfechtbar. Er besteht in der auf dem Satze der Identität beruhenden Ueberzeugung, daß jede bestimmte Erscheinung M auch nur von einer bestimmten Bedingung Σ abhängen könne, und daß mithin, wo unter anscheinend verschiedenen Umständen oder an verschiedenen Subjecten P S T U dasselbe M vorkommt, es ganz unvermeidlich in diesen etwas Gemeinsames Σ geben müsse, welches die wahre identische Bedingung des M oder das wahre Subject zu M sei. Man würde ganz mit Unrecht einwenden, es sei eine gewöhnliche Erfahrung, daß dieselbe Folge M von verschiedenen äquivalenten Bedingungen erzeugt werden, dasselbe Prädicat M an äußerst verschiedenen Subjecten vorkommen könne. Eben in diesem Einwurf zeigt sich die Verwechselung, die wir oben rügten, der logischen Regel mit ihren Ausführungsbedingungen. Gibt es für eine Folge M zwei verschiedene äquivalente Bedingungen, so sind diese beiden eben nicht durch das, wodurch sie verschieden, P oder S, sind, sondern durch das, worauf ihre Aequivalenz beruht, wirklich die Bedingungen dieser gleichen Folge M; so lange man diesen gemeinsamen Grundzug beider nicht absondern kann, so lange hat man eben das richtige Σ des Schlußsatzes nicht gefunden, mithin die Induction nicht in der Weise ausgeführt, in welcher sie ausgeführt zu werden verlangt. Findet sich dasselbe M als Prädicat an sehr vielen höchst verschiedenen Subjecten und zwar, wie es gewöhnlich in der wirklichen Anwendung zu begegnen pflegt, an solchen Subjecten, von deren jedem nur ein Theil seines ganzen Merkmalbestandes bekannt ist, so kann man sich natürlich sehr irren, wenn man das, was in diesen bekannten Merkmalen aller Subjecte gemeinsam ist, zu dem Σ zusammenfaßt, dem man nun, als dem wahren Subjecte, das fragliche Merkmal M zutheilen könnte. Ich leugne nicht, daß im Gebrauch der Induction wir sehr häufig unter solche ungünstige Bedingungen gestellt

sind; aber alle diese Schwierigkeiten, welche sich der Ausführung entgegenstellen, ändern die allgemeine logische Gültigkeit des Grundsatzes der Induction nicht, der behauptet, überall, wo verschiedene Bedingungen dieselbe Folge M oder verschiedene Subjecte dasselbe Prädicat M haben, müsse sich ein und nur ein ganz bestimmtes Σ auffinden lassen, welches die einzige immer gleiche Bedingung oder das einzige wahre Subject sei, dem allgemeingültig und nothwendig das Prädicat M oder die Folge M in einem Schlußsatz von der Form: jedes Σ ist M, zuzuschreiben sei. Der angewandten Logik aber überlassen wir die Beachtung der Regeln, durch welche die Auffindung dieses Σ gelingen kann.

103. Die dritte Form dieser Gruppe führe ich unter dem etwas willkürlich gewählten Namen des Schlusses der Analogie ein. Die Prämissenstellung der dritten Aristotelischen Figur MP, MS enthält, bei der völligen Gleichheit des Baues beider Vordersätze, wiederum keinen Grund zur Unterscheidung von Ober- und Untersatz, und auch keinen, die Prämissen auf zwei zu beschränken. Sehr häufig wird im Gegentheil uns die Erfahrung eine größere Anzahl derselben, MP, MS, MT, MU . . ., also die Thatsache vor Augen stellen, daß an demselben Subject eine Vielheit verschiedener Merkmale entweder vorkomme oder nicht vorkomme. Diese Data darf das Denken nicht zurückweisen und es benutzt sie zu einer Folgerung, die, nur in umgekehrter Richtung, der vorigen völlig ähnlich ist. Auch hier läßt es sich durch die Voraussetzung leiten, daß nicht durch viele zusammenhanglose Zufälle die verschiedenen Prädicate sich an demselben Subjecte M vereinigt haben, sondern daß es einen Grund geben müsse, der sie alle, als zusammengehörige, versammelt hat; sie gehören dem M, weil M ein Π ist, zu der Natur des Π aber gehört es, diesen vollzähligen Merkmalbestand zu haben, der seinen Inhalt ausmacht; als eine Art des Π hat M darauf Anspruch, alle diese Prädicate an sich zu vereinigen. So bilden wir aus diesen Prämissen den Schlußsatz: M ist ein Π, und haben mit ihm die zweite Aufgabe erfüllt, für den Schluß der Subsumption jenen Untersatz zu finden, durch welchen ein Begriff M, das dortige S, unter den Umfang eines andern Π, des dortigen M, untergeordnet wird.

104. Auch diese Aufgabe scheint aber schlecht erfüllt zu sein; denn wie die Induction, so unterliegt auch die Analogie dem Tadel, nichts

Neues zu lehren, wenn sie vollständig, und nichts Sicheres, wenn sie unvollständig ist. Geben die Prämissen bereits dem M alle Merkmale, die nöthig sind, damit es ein Π sei, so gewinnen wir an sachlicher Erkenntniß nichts durch die wirkliche Unterordnung desselben unter diesen Begriff; nur die Form unserer Auffassung des gegebenen Inhalts ändert sich. Aber in den allermeisten Fällen geben die Prämissen nur einen Theil der zu Π nothwendigen Prädicate an, und wir schließen ohne Sicherheit von ihrer Gegenwart auch auf die aller übrigen, durch welche an M erst der ganze Inhalt eines Π verwirklicht wird. Wo unsere Betrachtung Gegenständen der Wirklichkeit gilt, deren ganzes Wesen aus unzähligen uns zum großen Theil unbekannten zum Theil schwer beobachtbaren Merkmalen besteht, ist dies immer der Fall; aus wenigen Eigenschaften, die wir an einem Gegenstande wirklich beobachten, schließen wir darauf, er sei ein Metall, ein Thier bestimmter Gattung, ein Werkzeug zu bestimmtem Zweck. Daß hieraus im Gebrauch der Analogie zahlreiche Irrthümer entstehen, bedarf keines Wortes weiter; aber die Schwierigkeit der Anwendung beeinträchtigt auch hier den Werth des logischen Grundsatzes nicht. Dieser Grundsatz behauptet: kein Inhalt eines Begriffes, der richtig gedacht sei, bestehe in einem zusammenhanglosen Haufen von Merkmalen, den man beliebig vermehren könne durch Hinzufügung gleichviel welcher neuen Bestandtheile; zwar nicht durch ein Merkmal, aber durch eine Verbindung mehrerer, welche gegeben ist, sei vermöge der durchgängigen gegenseitigen Determination aller auch schon darüber entschieden, welche anderen noch unbeobachteten sich mit den beobachteten verknüpfen können, welche nicht; deshalb sei es möglich, aus dem angefangenen Bilde des M, welches uns die Prämissen geben, auch die weitere Vervollständigung und Fortsetzung desselben zu folgern; es gebe mithin allemal ein und nur ein Π, welches die Vereinigung der gegebenen Merkmale an M zugleich mit der Hinzufügung nicht gegebener rechtfertige und möglich mache. Dieses an sich richtige Ideal des Denkens verlangt nur, wie jede Denkform, nicht durch unpassenden, sondern durch passenden Inhalt realisirt zu werden. Nicht jede beliebigen paar Prädicate eines M reichen hin, um auf alle seine übrigen zu schließen; manche solche Combination mag nicht nur einem Π, sondern auch einem andern Begriffe Π^1 oder Π^2 zukommen; man wird im Gegensatz zu diesen unwesentlichen andere

wesentliche Merkmale in den Prämissen verlangen, eine Forderung, die man in der Anwendung wirklich allenthalben macht, und deren Erfüllung man der sachlichen Kenntniß des behandelten Inhalts überläßt. Aber die wichtigste Quelle der Ungenauigkeit ist der Mangel aller bishergenannten Schlußformen: die Prädicate nur in allgemeiner Fassung, ohne Angabe ihres Maßes ihrer specifischen Modification und ihrer gegenseitigen Determination anzugeben. So lange die Prämissen nur sagen: M ist schwer, M ist gelb, M ist schmelzbar u. s. w., so findet man in diesen Datis freilich keinen Entscheidungsgrund, um M entweder für Schwefel oder für Gold zu erklären; aber solche Prämissen haben dafür auch ihre Heimat nur in der abstracten Logik; im wirklichen Gebrauche des Denkens wird vielmehr immer zugleich auf Größe eigenthümliche Schattirung und Verbindungsweise der Prädicate geachtet und aus diesem angefangenen charakteristischen Grundrisse auf seine Fortsetzung zu dem Ganzen *Π* geschlossen. Was nun das natürliche Denken allenthalben wirklich ausübt, das eben ist durch neue logische Formen, zu denen wir überzugehen haben, auch für die Theorie seines Thuns festzustellen.

B. Die mathematischen Folgerungen.

Der Schluß durch Substitution. — Der Schluß durch Proportion. — Constitutive Gleichung.

105. Ich stelle noch einmal, und von verschiedenen Gesichtspunkten aus, die Veranlassungen zusammen, welche uns über die Syllogismen hinaus zur Aufsuchung neuer Denkformen treiben, und berühre zu diesem Zweck zuerst die Natur der Urtheile, welche die gewöhnliche Lehre sich als Glieder des Schlusses denkt. Wie ich früher schon erwähnte, drückt die Sprache in den Urtheilen von der Form: S ist P, das Prädicat in einer Allgemeinheit aus, in welcher es seinem wirklichen Subjecte nicht zukommt, und die Logik pflegt dies durch den Satz einzugestehen, daß nicht nur das Prädicat zur Bestimmung des Subjctes, sondern auch dieses zur Bestimmung jenes beitrage. Wer da sagt, diese Rose ist roth, meint nicht, daß ihr ein unbestimmtes Roth überhaupt, oder daß ihr jede beliebige Farbenschattirung zukomme, die unter dem Sammelnamen des Rothen begriffen wird; es ist immer nur das Rosenroth, das er im Sinne hat, ja genauer das ganz bestimmte Roth

dieser Rose. Wollte er mithin seinen Gedanken genau ausdrücken, so würde er sagen müssen: diese Rose ist so roth, wie es diese Rose ist. In diesem scheinbar ganz unfruchtbaren Satze würde die logische Arbeit darin bestehen, daß die wahrgenommene Eigenschaft der Rose nicht mehr als eine Einzelheit gefaßt wird, die sonst heimatlos in der Welt wäre; indem das Denken sie als Art eines allgemeinen Roth betrachtet, das auch sonst vorkommt und abgesehen von diesem Beispiel gilt, vollzieht es die früher erwähnte Objectivirung der Wahrnehmung: es gibt dem Wahrgenommenen eine bestimmte Stelle in dem Weltinhalt, durch die es für sich etwas und nicht blos subjective Erregung des jedesmal Vorstellenden ist. Hierin liegt der logische Gewinn, der allemal gemacht wird, wenn der besondere Inhalt einer Wahrnehmung im Urtheil durch das Allgemeine ersetzt wird, dessen Beispiel er ist. Aber zugleich wird natürlich auch ein logischer Verlust eintreten, wenn es bei dem Ausdruck dieses Allgemeinen bleibt, und wenn nicht der andere Theil der Wahrnehmung auch sein Recht erhält durch Hinzufügung der Besonderung, die dem genannten Allgemeinen nöthig ist, um dem gemeinten Einzelnen gleich zu sein. Diesen Verlust machen nun die gewöhnlichen Urtheile der angeführten Form alle; auch die Aristotelischen Syllogismen beschränken sich darauf, mit dem allgemeinen M oder dem allgemeinen P zu rechnen.

106. Hierdurch lassen sie die Aufgabe ungelöst, die schon das disjunctive Urtheil aufstellte, und befriedigen überhaupt die Bedürfnisse des Denkens in seiner lebendigen Anwendung nicht. Denn schon das disjunctive Urtheil behauptete, dem Einzelnen komme nicht das allgemeine Prädicat seiner Gattung, sondern eine bestimmte Modification p desselben mit Ausschluß jeder andern zu. Dieses p hätte der Schluß zu ermitteln gehabt; er hätte es nur gekonnt, wenn er dem allgemeinen Obersatze, der die Gattung mit dem allgemeinen P verbindet, einen Untersatz gegeben hätte, welcher die Eigenthümlichkeit des S gelten machte, durch die es, als diese und nicht eine andere Art der Gattung, auch nur dieses Prädicat p, nicht eine andere Modification des allgemeinen P, erhalten mußte. Das ist nicht geschehen; auch der Untersatz erwähnte nur die Unterordnung des Einzelnen unter die Gattung überhaupt, aber nicht seine specifische Differenz von andern Arten derselben; daher konnte der Schlußsatz auch nur sagen, was dem Einzelnen

zukommt, sofern es überhaupt eine Art seiner Gattung, aber nicht, was ihm zukommt, sofern es diese Art derselben und keine andere ist. Daß wir mit einer solchen Leistung hinter den Bedürfnissen unseres wirklichen Denkens zurückbleiben, bedarf kaum weiterer Verdeutlichung. Wenn wir schließen: die Wärme dehnt alle Körper aus, das Eisen ist ein Körper, also dehnt die Wärme auch das Eisen aus; oder: alle Menschen sind sterblich, Cajus ist ein Mensch, also ist Cajus sterblich, so wird jeder die Unfruchtbarkeit dieses Verfahrens fühlen und antworten: freilich dehnt die Wärme alle Körper aus, aber jeden in anderem Maße, als den anderen; freilich sterben alle Menschen, aber die Sterblichkeit des einen ist von anderem Maße, als die des andern; wie das Eisen sich als Eisen ausdehnt, im Unterschied vom Blei, wird die Technik zu wissen verlangen; wie die Sterblichkeit des Cajus als Cajus im Unterschied von der anderer Menschen zu veranschlagen ist, der Verwaltungsrath einer Lebensversicherung. Dies ist also das, was die neuen Formen zu leisten haben; sie müssen das Einzelne als bestimmte Art des Allgemeinen gelten machen, und aus diesem seinem Unterschiede von andern Arten desselben eine Folgerung auf sein eigenthümliches Prädicat ermöglichen.

107. Man kann von anderer Seite her daran erinnern, daß überhaupt die Logik sich etwas einseitig gewöhnt hat, Urtheile von kategorischer Form als Beispiele zu brauchen und darum auch die Unterordnungen eines Begriffs in den Umfang eines andern als die häufigsten und wichtigsten logischen Operationen erscheinen zu lassen. Im lebendigen Gebrauch des Denkens sind sie das gar nicht; es handelt sich selten darum, ein Merkmal zu bestimmen, welches als festes Prädicat zu dem Inhalt eines Begriffs ein für alle Mal gehört, oder in dessen Umfang jener Begriff einzureihen ist; am häufigsten wollen wir wissen, welches veränderliche Merkmal P an einem Subject S auftreten wird, wenn auf S die Bedingung x einwirkt; Fragen dieser Art stellt das Leben die Wissenschaft die Technik jeden Augenblick. Es ist nun zuzugeben, daß die gewöhnliche Syllogistik diese Fälle nicht ganz übersieht; aber sie behandelt sie doch nur unvollkommen dadurch, daß sie in einem Obersatze eine allgemeine Folge P an das Zusammensein des x mit einem M knüpft, und dann einem S durch Unterordnung unter M oder unter Mx wieder nur im Allgemeinen jene Folge P zuschreibt.

Was hilft es zu sagen: wenn ein Mensch beleidigt wird, so erzürnt er sich; Cajus ist ein Mensch, also: wenn er beleidigt wird, wird er sich erzürnen; was wir wissen wollen, ist, *wie* Cajus als diese Persönlichkeit sich erzürnen wird, und wie viel man ihm folglich bieten kann. Um diese Frage zu beantworten, nützt die Unterordnung unter den Begriff der Menschheit wenig; man muß die eigenthümlichen Charakterzüge aufsuchen, welche Cajus von andern Personen unterscheiden, und muß nun Mittel haben, den Erfolg zu berechnen, den die Beleidigung auf diese Züge haben wird. Man kann dies kurz so ausdrücken: unsere Folgerungen können nicht aus Umfangsverhältnissen der gegebenen Begriffe, sondern aus ihrem Inhalt fließen; ohne den unfruchtbaren Umweg durch die allgemeine Gattung zu nehmen, müssen wir unmittelbar aus den gegebenen Merkmalen eines Subjects und aus der hinzutretenden Bedingung x die neuen Merkmale bestimmen, welche sich zeigen, oder die Veränderungen der alten, welche stattfinden werden.

108. Von diesem Gesichtspunkt betrachtet reihen sich die aufzusuchenden neuen Formen den Folgerungen der Analogie an. Denn auch diese schlossen von der Gegenwart, Abwesenheit und Verbindungsweise gewisser Merkmale an einem S auf die nothwendige Gegenwart, Abwesenheit und Anlagerungsweise anderer Merkmale an demselben Subject. Man kann nun den Zweifel erheben, ob solche Folgerungen von Inhalt zu Inhalt, von Merkmal zu Merkmal, überhaupt aus blos logischen Gründen möglich seien, und ob nicht die wenigen wirklich möglichen doch durch die bekannten Lehren der Logik von der Vereinbarkeit der disparaten, der Unvereinbarkeit der conträren, der nothwendigen Wahl zwischen contradictorischen Prädicaten bereits vorausgenommen seien; Behauptungen darüber, daß wo p sei, auch q sein müsse, werde doch immer nur die Erfahrung liefern, den einzigen Fall ausgenommen, von dem wir hier nichts mehr wissen wollen, daß q in den Inhalt des p schon eingeschlossen sei, oder p im Umfange von q liege. Dieser Zweifel ist an sich richtig; alle Behauptungen über die nothwendige Verknüpfung oder Ausschließung zweier Prädicate werden, diese letzten Fälle ausgenommen, immer nur auf das Zeugniß der Beobachtung gestützt werden können; aber es fragt sich doch, ob mit den bisherigen Mitteln die Logik auch nur diesen vorauszusetzenden Thatsachen alle die Folgerungen abgewonnen hat, die möglich sind; daß es

nicht der Fall ist, zeigen wir kürzer durch die Darstellung der Schlußformen selbst, die wir meinen, und die, übrigens dem natürlichen Denken sehr bekannt und geläufig, hier nur eben die ihnen in der systematischen Logik gebührende Stelle erhalten.

109. Lassen wir dem Obersatze unserer neuen Figur die Form: alle M sind P, oder M = P; dem Untersatze aber geben wir nicht die unbestimmte Gestalt: S ist ein M überhaupt, sondern die bestimmte: S = sM, d. h. S ist diejenige Art von M, welche man erhält, wenn man das ganze Gefüge der in M enthaltenen Merkmale sich durch den Einfluß einer specifischen Bedingung s determinirt oder modificirt denkt. Der Schlußsatz wird dann lauten müssen: S ist σP und sagt, dem S, sofern es diese durch den charakteristischen Zug s bestimmte und von andern unterschiedene Art des M ist, komme nicht das allgemeine Merkmal P, sondern diejenige besondere Ausprägung σP desselben zu, welche unter dem Einfluß jenes s auf das Gefüge des M entstehen muß. Zur Vermeidung von Mißverständnissen ist zu beachten, daß die Einwirkung einer Bedingung s auf den gesammten Bau eines M die verschiedenen Merkmale des M in äußerst verschiedener Weise umformen kann; jede dieser Umformungen ist eine Folge von s, und deswegen habe ich die hier erwähnte σP durch den verwandten Buchstaben σ bezeichnet; dagegen hat es im Allgemeinen nicht, wenn auch in besondern Fällen, Sinn, die Modification eines Merkmals der modificirenden Bedingung gleich zu setzen; daher konnte der Schlußsatz nicht durch sP angedeutet werden. In dieser Gestalt aber, die wir hier dem Schlusse gegeben haben, würde er die bloße Bezeichnung einer Aufgabe sein, nicht ihre Auflösung. Darauf kommt es vielmehr an, dieses σP namhaft zu machen und zu zeigen, wie sich P durch das Einwirken des s auf M verändert. Dies ist so lange unausführbar, als man M nur unter dieser einfachen Form eines mit einem Namen versehenen Allgemeinbegriffs aufführt; um zu wissen, wie s auf M einwirkt, müssen wir den Inhalt des M in seine einzelnen Theile, mit Beachtung ihrer gegenseitigen Verbindungsweise, zerlegen. Wie z. B. der Gang einer Maschine sich ändern wird, wenn man auf sie eine Kraft s wirken läßt, wird Niemand zu beurtheilen unternehmen, so lange er die Maschine nur als ein anschauliches Ganze M, als Dampfmaschine überhaupt, vor Augen hat; man muß den inneren Bau, die Verknüpfung der Theile,

die Lage eines möglichen Angriffspunktes für die Kraft s und die Rückwirkung der hier erzeugten Erstwirkung auf die mit dem Angriffspunkte verbundenen Theile zuvor kennen gelernt haben. Nur dadurch mithin, daß man dem geschlossenen Ausdruck oder Begriff M die entwickelte Gesammtzahl aller Inhaltstheile mit Beachtung ihrer wechselseitigen Determinationen substituirt, kann man hoffen, den Einfluß des s so zu verfolgen, daß man daraus erst die Gesammtnatur des S, welche $= sM$ ist, und folgeweis auch die Modification σP des Prädicats P bestimmen kann, welche diesem S zugehört. In der That ist nämlich stets diese letzte Aufgabe in der ersten eingeschlossen; die specifische Modification eines einzelnen Prädicates für S läßt sich gar nicht finden, ohne die durch s erzeugte Gesammtänderung des M, von der sie abhängig ist, vorher gefunden zu haben; denn dieselbe Bedingung s würde auf ein P, welches in dem Gefüge eines andern Begriffes N enthalten wäre, anders wirken, als auf das, welches sie in dem M antrifft. Aus diesem Grunde beachte ich fernerhin diese Folgerung auf σP nicht mehr, sondern betrachte als Aufgabe der neuen Form, sM zu bestimmen, und gebe ihr darum die Gestalt

Obersatz: $M = a \pm bx \pm cx^2 \ldots$
Untersatz: $S = sM$
Schlußsatz: $S = s(a \pm bx \pm cx^2 \ldots)$

woraus dann in Bezug auf einzelne Prädicate, z. B. b, anstatt des unbestimmten Schlusses: S ist bx, der bestimmte folgen würde: S ist s. bx.

110. Es hat immer sein Mißliches, sehr verschiedenartige und dennoch zusammengehörige Fälle durch ein möglichst einfaches Symbol auszudrücken; ich bemerke daher zur Vermeidung von Mißverständnissen noch Folgendes. Unter a b c x will ich im Allgemeinen verschiedene Merkmale eines Begriffs M verstanden wissen, welche, wenn sie vollständig aufgezählt werden, den Gesammtinhalt von M ausmachen. In jedem Begriffe aber stehen diese Merkmale in den allerverschiedenartigsten Beziehungen zu einander, welche Beziehungen in meiner Formel nicht ausgedrückt sind; als schwache Andeutung ihrer möglichen Mannigfaltigkeit ist die Doppelheit der Zeichen + und — angewandt. Zum wirklichen Ausdruck reichen diese Zeichen nicht einmal dann hin, wenn M nicht einen Begriffsinhalt aus qualitativ verschiedenen Merkmalen, sondern ein bloßes Größenganzes aus den vergleichbaren Größentheilen

a b c x bedeutet. Ein erschöpfenderes Symbol würde nur das früher gebrauchte der mathematischen Function überhaupt sein: $M = \mathfrak{F}(a, b, c, x..)$; aber es hätte den Nachtheil, alle Verbindungsweisen der Theile blos in Gedanken zu fordern und gar keine durch ein anschauliches Schema zu verdeutlichen. Auch die Form der Reihe $a + bx + cx^2$ ist willkürliches Symbol; die Einführung des x bedeutet nur wieder die mögliche Ungleichwerthigkeit der Merkmale, von denen eines, eben x, nur ein anderes, a, völlig freiläßt, zu den übrigen aber selbst als eine bestimmende Bedingung hinzutritt. Das s des Untersatzes und Schlußsatzes tritt hier als multiplicirender Factor auf; ebenfalls nur, um an dem allereinfachsten und bekanntesten Verhältniß, in welchem eine Größe auf andere einwirken kann, die unzählig verschiedenen zu veranschaulichen, in welchen irgend eine concrete Bedingung auf den mannigfachen Inhalt irgend eines Gegebenen ihren Einfluß ausüben kann. Drücken wir durch einen rechts untergesetzten Buchstaben die Aenderung irgend welcher Art aus, welche eine Bedingung in irgend einem Gegebenen hervorbringt, und bezeichnen wir M als Function von a b c x, also $M = \varphi(a, b, c, x)$, so würden wir allgemein den Schlußsatz nur bezeichnen können durch $S = \varphi_s(a_s, b_s, c_s, x_s)$, nicht durch $S = \varphi(a_s, b_s, c_s, x_s)$; denn es ist an sich deutlich, daß der Einfluß von s nicht immer nur, nach dem zweiten Ausdruck, die einzelnen Merkmale mit Beibehaltung ihrer allgemeinen Verbindungsweise φ, sondern auch, nach dem ersten, diese Verbindungsweise selbst ändern kann, so daß die auf einen Begriff wirkende Bedingung dessen ganzen Bau hinlänglich umgestalten kann, um das neue Ergebniß nicht mehr dem vorigen Begriffe M, sondern einem andern M^1 oder N subsumirbar zu machen. Hierauf weiter einzugehen, macht ein Zugeständniß unnöthig, welches wir nun hinzuzufügen haben.

111. Der Gewinn nämlich, den wir uns von dieser unserer Schlußfigur durch Substitution, der ersten dieser zweiten Gruppe, versprechen, hängt doch schließlich davon ab, daß wir wissen, was die einzelnen Theile der Conclusion bedeuten, welches also der Werth von a_s oder bx_s ist, der durch die Einwirkung des s auf den entwickelten Ausdruck des M entspringt. Dies aber ist, wenn es nicht einfach aus Erfahrungen bekannt werden soll, im Denken nur dann zu ermitteln, wenn alle diese aufeinander bezogenen Theile reine Größen und die

zwischen ihnen bestehenden Beziehungen solche der mathematischen Verknüpfung und Sonderung sind. Hierdurch wird der wirksame Gebrauch unserer Figur auf das Gebiet der Mathematik, und zwar zunächst auf die Verhältnisse reiner Größen beschränkt. Nur die besondere Natur der Zahlen, deren jede ein angebbares Verhältniß zu jeder andern hat, gestattet, durch Substitution der Größentheile eines Ganzen, den vorher verschlossenen Inhalt des M so aufzuschließen, daß die einwirkende Bedingung s ihre Macht wirklich ausüben kann, und daß nach den Regeln der Rechnungsarten, durch Aufhebung entgegengesetzter und durch Zusammenziehen sich addirender Bestandtheile, die mit jener Bedingung nothwendig geforderte Veränderung dieses Inhalts von M sich wirklich ausführen und die Gestalt des herauskommenden neuen Ergebnisses darstellen läßt. Setzen wir dagegen an die Stelle vergleichbarer Größentheile die unvergleichlich verschiedenen Merkmale eines Begriffes, so verschwinden diese Vortheile wieder; der Inhalt des M wird durch eine solche Substitution nur unvollkommen aufgeschlossen; denn wir besitzen hier nicht, wie bei den unter sich vergleichbaren Zahlen, eine Regel, nach welcher sich der Erfolg einer auf diese ungleichartigen Bestandtheile einwirkenden Bedingung bemessen ließe. Zwar wenden wir auch in solchen Fällen den allgemeinen Gedanken der Substitution an; wenn wir wissen wollen, wie eine Bedingung s auf ein Ding wirken werde, das uns nur durch seinen naturgeschichtlichen Begriff M gegeben ist, so zergliedern wir auch M in seine Merkmale; aber die Schätzung des Erfolgs, den s auf jedes einzelne derselben und auf die Gesammtheit aller haben werde, erfolgt doch hier nur noch auf Grund mehr oder minder unbestimmter Analogien, welche uns die Erfahrung oder ein irgend woher entstandenes Gefühl des Wahrscheinlichen darbietet.

112. Die Beschränkung auf mathematischen Gebrauch kann uns nicht hindern, den Schluß durch Substitution in der systematischen Reihe der Denkformen aufzuführen. Denn zunächst muß man doch nicht ganz vergessen, daß jedenfalls das Rechnen auch zu den logischen Thätigkeiten gehört und daß nur eine praktisch begründete Spaltung des Unterrichts die vollkommene Heimatsberechtigung der Mathematik in dem allgemeinen Reiche der Logik übersehen läßt. Aber nicht nur deshalb haben diese Formen hier ihren Platz, weil sie einem Theile unserer Denkarbeit

unentbehrlich sind; sie bleiben vielmehr auch für diejenigen Fälle, in denen das nicht ausführbar ist, was sie verlangen, die Ideale unserer logischen Bestrebung. Denn wenn sie sich nur auf Größenverhältnisse unmittelbar anwenden lassen, so ist es auch anderseits wahr, daß überall da, wo wir einen Gegenstand unserer Untersuchung in keiner Weise auf Größenverhältnisse zurückzuführen im Stande sind, unsere Erkenntniß desselben mangelhaft bleibt, und daß keine andere logische Form im Stande ist, uns dann zur Beantwortung der Fragen zu verhelfen, welche uns die mathematische Behandlung der Sache liefern würde, wenn sie möglich wäre. Es ist kaum nöthig, in unserer Zeit darauf aufmerksam zu machen, wie Naturwissenschaft nur durch Mathematik zu Stande gekommen ist; hat man doch längst auch in anderen Gebieten die wesentliche Hülfe schätzen gelernt, welche die statistischen Erhebungen der Größenverhältnisse für die Auffindung der Gesetze bieten, nach denen die Zusammenhänge der Gesellschaft bestehen; selbst in den Wissenschaften, die am weitesten durch die Natur ihres Gegenstandes von der Mathematik abstehen, empfindet man häufig sehr deutlich das Bedürfniß ihrer Verknüpfung mit Größenbetrachtungen. Die Sittenlehre mag jedes Verbrechen strafbar finden, ohne zu diesem Ausspruch einer mathematischen Berechtigung zu bedürfen; aber jede wirklich zu verhängende Strafe muß ein Maß haben, und dieses muß sich nach dem Maße der zu strafenden Bosheit des verbrecherischen Willens richten; wäre es nur bisher ausführbar, so würde auch das Strafrecht nach unserer Figur schließen; es würde jedes gegebene Verbrechen durch Substitution in seine einzelnen Bestandtheile auflösen und aus dem sM, aus der besonderen Größenbestimmtheit, in welcher in diesem Einzelfalle die einzelnen Merkmale des Verbrechens und mithin dessen Gesammtwerth auftreten, das σP, die Art und Größe der Strafe, ableiten, die diesem Einzelfalle gebührt.

113. Nun aber gibt es doch nicht blos reine Mathematik, sondern es ist der Wissenschaft allerdings gelungen, auch zwischen Erscheinungen oder Merkmalen, die unter einander unvergleichlich sind, Vermittelungen herzustellen, welche von dem einen dieser Glieder auf das andere zu schließen erlauben. Die Formen aufzusuchen, nach denen dies möglich ist, muß anderseits die nächste Aufgabe der Logik sein, welche so die Unvollkommenheit des Substitutionsschlusses zu ergänzen sucht.

Zum Theil nun scheint jener Uebergang zwischen dem Unvergleichbaren nur dadurch der Wissenschaft gelungen, daß sie diese Unvergleichbarkeit aufhob, und nachwies, daß zwei Thatbestände a und b, die unserer Wahrnehmung zunächst als qualitativ völlig verschieden erscheinen, in Wahrheit doch nur auf Größenverschiedenheiten vergleichbarer Umstände beruhen; ich erinnere daran, wie die Physik die qualitativen Unterschiede unserer sinnlichen Empfindungen der Farbe des Tones und der Wärme auf nur mathematische Differenzen vergleichbarer Bewegungen vergleichbarer Elemente zurückführt. Sieht man jedoch näher zu, so findet man, daß in diesen Fällen doch nicht in der That unsere Empfindungen a und b auf unter sich und mit ihnen vergleichbare Bewegungen α und β zurückgebracht werden, sondern nur das wirkliche Eintreten von α oder β und sein Einwirken auf uns wird als Bedingung bezeichnet, unter welcher uns die Empfindung a oder b entstehen muß. Die empfundene Farbe a bleibt nach wie vor völlig unvergleichbar mit der Schwingung α des Aethers, die man als ihre Entstehungsbedingung angibt, und wenn uns die Erfahrung nicht lehrte, daß a die Folge des α ist, so würden wir durch kein logisches Mittel aus a die Natur dieser seiner Ursache α errathen. Was also in diesen Fällen die Wissenschaft leistet, besteht in der That in einer Verknüpfung unvergleichbarer Glieder, die von dem einen auf das andere zu schließen erlaubt. Dieser erste Satz nun, daß überhaupt a und α, b und β in diesem Verhältniß gegenseitiger Hinweisung auf einander stehen, wird, wie ich eben erwähnte, der Erfahrung verdankt, und aus den Thatsachen derselben zwar durch Anwendung der Gesetze des Denkens, aber nicht durch eine besondere Form des Denkens gewonnen, die zu der an sich unmöglichen Lösung der Aufgabe bestimmt wäre, wirklich Unvergleichbares in Vergleichbares umzuwandeln. Aber nachdem die Erfahrung das Zusammengehören zweier solcher Glieder, a und α, einmal gelehrt hat, schließt das Denken, daß diese Zusammengehörigkeit sich auch in der Veränderung beider erhalten werde, und daß mithin einer bestimmten Aenderung des α in α^1 allemal eine und nur eine bestimmte Aenderung des a in a^1 entsprechen müsse. Auch diese Aenderungen $\alpha - \alpha^1$ und $a - a^1$ sind unmittelbar weder ihrer Art noch ihrer Größe nach vergleichbar; nimmt die Schwingungsanzahl der Schallwelle um die Größe $\delta = \alpha - \alpha^1$ zu, so hängt von ihr allerdings eine bestimmte Zunahme $d = a - a^1$ des gehörten Tones ab;

aber diese Aenderung d der Tonhöhe ist der Art nach ein ganz anderer Vorgang, als die Zunahme δ einer Anzahl von Schwingungen, und mit einer solchen nicht zu vergleichen; jede dieser Größen kann noch immer nur nach ihrem eigenen Maßstab gemessen, ihr wechselseitiges Zusammengehören nur als eine Thatsache ausgesprochen werden. Aber unter einander sind die Aenderungen der Tonhöhe, und ihrerseits untereinander sind auch die Aenderungen der Schwingungszahlen vergleichbar; beziehen wir beide Aenderungen auf d und δ als ihre bezüglichen Einheiten, so läßt sich fragen, um welche Anzahl m von Einheiten der Art d sich die Tonhöhe ändert, wenn die Schwingungszahl sich um μ Einheiten der Art δ ändert; m und μ stehen dann in einem reinen Zahlenverhältniß. Dies Verhältniß kann unendlich verschieden sein; aber wie schon früher, deuten wir diese mögliche Mannigfaltigkeit in der Form nicht weiter an, die wir diesem Schlußverfahren geben; wir wählen als Namen und als Schema derselben die einfachste Gestalt der Proportion: $E:e = T:t$, welche zwar nur den Fall ausdrückt, in welchen $m:\mu$ eine constante Größe ist, aber doch, als Symbol, hinlänglich den logischen Gedanken dieses Verfahrens verdeutlicht.

114. Ich erläutere noch einmal diesen Gedanken an dem elementarsten Beispiele. Zwei Winkel E und e sind unter einander vergleichbar; zwei Kreisbögen T und t sind es unter sich gleichfalls; aber ein Winkel und ein Kreisbogen sind unvergleichbar und unmittelbar nach keinem gemeinsamen Maßstab zu messen; auch die Differenz zweier Winkel, die wieder einen Winkel darstellt, bleibt unvergleichbar mit der Differenz zweier Bögen, die wieder einen Bogen bildet. Steht jedoch einmal fest, daß zu einem Centriwinkel e eines Kreises von gegebenem Halbmesser eine Bogenlänge t gehört, bilden wir ferner aus einer mfachen Wiederholung von e den Winkel E und aus einer nfachen Wiederholung von t den zu E gehörigen Bogen T, so sind die reinen Zahlen m und n vergleichbar, welche angeben, wievielfache Wiederholungen der beiden an sich unvergleichbaren Einheiten t und e nöthig sind, um zwei zusammengehörige Glieder der Reihe der Winkel und der Reihe der Bögen zu finden. Für den Kreis lehrt die Geometrie, daß $m = n$. Sind uns also die beiden Einheiten e und t gegeben, so bedürfen wir nur der Angabe einer bestimmten Vielheit E von e, um nach der Proportion $E:e = T:t$ den zugehörigen Werth von T zu

ermitteln. Als Schlußfigur ausgedrückt würde daher das ganze Verfahren dem Schema entsprechen:

$$\begin{array}{ll} \text{Obersatz:} & E : e = T : t \\ \text{Untersatz:} & E = \mathfrak{F}(e) \\ \hline \text{Schluß:} & T = \mathfrak{F}(e) . \dfrac{t}{e} \end{array}$$

115. Ich brauche kaum anzudeuten, daß auf diesem Schlusse durch Proportion, in dessen einfachem Schema ich alle verwickelteren Verhältnisse zwischen den obigen m und n mitbegreife, zuletzt alle Möglichkeit beruht, qualitativ verschiedene Ereignisse in eine gegenseitige Abhängigkeit zu bringen, welche die Berechnung der einen durch die andern gestattet. Auch bedarf es kaum der Erwähnung, daß eine völlige Wirksamkeit dieser Figur nur so weit zu erwarten ist, als die Zurückführung der Verhältnisse des Wirklichen auf reine Größenbestimmungen gelingt; die Rechtfertigung dieser Beschränkung würde dieselbe sein, wie für die ähnliche des Substitutionsschlusses. In schlafferer Weise wenden wir zur Beurtheilung der Dinge auch im gewöhnlichen Leben alltäglich ungenaue Proportionen an, die meist in bloße Gleichnisse übergehen; indem sie ein Verhältniß zwischen a und b einem andern zwischen α und β nur überhaupt ähnlich finden, ohne jedoch den gleichen Exponenten beider genau anzugeben, folgern sie mit meist sehr geringer Ueberzeugungskraft: wenn das eine dieser Verhältnisse unter einer gewissen Bedingung c eine gewisse Folge γ begründe, werde unter derselben Bedingung auch aus dem andern eine überhaupt ähnliche Folge entspringen. Nur eine Bemerkung füge ich noch einmal, mich wiederholend, hinzu: die Form der Proportion bezeichnet eine Grenze des Erkennens. Wir finden in ihr die Abhängigkeit zweier Glieder E und T nur als Thatsache ausgesprochen und als solche weiter benutzt; dagegen bleibt ganz unerwähnt und unerörtert die Frage, auf welche Weise, durch welche Mittel, durch welchen Mechanismus, so zu sagen, das eine Glied E es anfängt, um das andere T zu sich überhaupt in irgend eine, und namentlich in diese bestimmte Art der Abhängigkeit zu bringen. Natürlich läßt sich auch diese Frage, in Bezug auf allerhand zusammengesetzte Erscheinungen, häufig noch beantworten; hat doch, wie erwähnt, die wissenschaftliche Untersuchung manche zwei disparat erscheinende Eigenschaften oder Ereignisse auf nur quantitative Verschiedenheiten

vergleichbarer Bestimmungen zurückgebracht, und dann läßt es sich einsehen, wie es zugeht, daß T überhaupt mit E, und ein bestimmter Zuwachs des einen mit einem bestimmten des andern zusammenhängen müsse. Allein dies gelingt nicht endlos; die letzten auffindbaren Gesetze der Erscheinungen werden jederzeit schon bestimmte Beziehungen zwischen disparaten Bestandtheilen enthalten, die man nur als Thatsachen hinnehmen und in der Form der Proportion benutzen kann, ohne doch den Grund aufzeigen zu können, welcher die beiden Glieder zwingt, sich zu einander proportional zu verhalten. Viele Erscheinungen führen wir auf das Gesetz der Gravitation zurück, deren Intensität sich umgekehrt wie die Quadrate der Entfernung verhalte; bis jetzt wenigstens ist jedoch jeder Versuch mißlungen, zu zeigen, wie diese Entfernung es anfängt, jene Kraft zu schwächen. Wir zeigen, wie mit der steigenden Schwingungszahl die empfundene Tonhöhe steigt, wie überhaupt unsere Empfindungen, ja alle unsere geistigen Thätigkeiten sich proportional physischen Bewegungen unserer Organe ändern; dabei bleiben aber Töne und Schwingungen, geistige Verrichtungen und physische Bewegungen, ewig an sich unvergleichbar und wir erfahren nie, wie die einen es anfangen, die andern zu correspondirenden Aenderungen zu nöthigen. Von Disparatem zu Disparatem gibt es für unser Denken keinen Uebergang: alle unsere Erläuterung des Zusammenhangs der Dinge geht nur bis auf Gesetze zurück, die sich in der Form der Proportion aussprechen lassen, und die keinen Versuch machen, die beiden Glieder in ein unauffindbares Drittes zu verschmelzen, sondern beide in ihrer völligen Verschiedenheit bestehen lassen und nur anzeigen, daß dies gegeneinander Undurchdringliche dennoch thatsächlich einem gemeinsamen Gesetze gegenseitiger Bestimmung unterliegt.

116. In der wirklichen Anwendung der Schlüsse aus Proportionen wird ein anderer bisher nur kurz angedeuteter Mangel durch Beachtung eines nothwendigen Nebengedankens stillschweigend ergänzt; in der systematischen Reihe der Denkhandlungen ist diese Ergänzung als eigenthümliches Glied, das letzte dieser Gruppe, ausdrücklich aufzuführen. Unsere schematische Bezeichnung stellte das Verhältniß zwischen den Aenderungen zweier Merkmale E und T so dar, als bestände es immer zwischen beiden Merkmalen an sich, gleichgültig, an welchem Subject sie vorkommen. Nun gibt es wohl Prädicate, die aus logischen

Gründen, um ihres conträren oder contradictorischen Gegensatzes willen, oder weil das eine das andere ohnehin in sich einschließt, an jedem Subject entweder zugleich vorhanden sein müssen oder nicht zugleich vorhanden sein können; aber es gibt keine Merkmale, deren Größen und Größenänderungen immer in demselben Verhältniß zu einander stehen müßten, gleichviel, welches die Natur des Subjects sei, an welchem sie vereinigt sind. Diese Natur vielmehr ist es, welche den Exponenten ihres Verhältnisses bestimmt, und dieselben allgemein ausgedrückten Merkmale E und T, die an dem einen S nur in dem Verhältniß n : m möglich sind, sind an einem zweiten S^1 nur in der andern Proportion $n^1 : m^1$ zulässig. Die Wärme dehnt jeden Körper aus, aber für verschiedenartige Körper sind auch die Verhältnisse verschieden, in denen das Maß der Ausdehnung zu einem gleichen Zuwachs der Temperatur steht. Die Anwendung, indem sie sich immer auf bestimmte einzelne Subjecte bezieht und nur diese bei ihrem ganzen Verfahren im Sinne hat, braucht diese Beschränkung nicht besonders auszusprechen; die Logik dagegen muß hervorheben, daß nur unter ihrer Voraussetzung überhaupt von einem Gebrauch der Proportionen die Rede sein kann. Nur der eigenthümliche Charakter eines gegebenen Subjectes, durch den es die wechselseitige Determination aller seiner Merkmale beherrscht, berechtigt uns, von einem bekannten Werthe des einen derselben nach einer nur für dieses Subject gültigen Proportion auf den entsprechenden Werth eines anderen zu schließen. Wir kommen hiermit nur auf den Gedanken zurück, der schon der Analogie zu Grunde lag; denn nur um der Zusammengehörigkeit aller einander bestimmenden Merkmale eines Begriffes willen glaubten wir, aus einer beschränkten Gruppe derselben, wie aus einem angefangenen Muster auf dessen Fortsetzung, auf die nothwendige Gegenwart oder Abwesenheit anderer Merkmale schließen zu dürfen. Der vollständige Ausdruck eines Schlusses aus Proportionen würde daher die Hinzufügung dieser mitgedachten Bedingung erfordern und sein Obersatz müßte lauten: wenn S ein M ist, so ist für dies S immer $T : t = E : e$. Unsere logische Aufgabe aber bestände nicht darin, uns den Inhalt dieses Obersatzes lediglich durch Erfahrung geben zu lassen, um ihm dann einen besondern Fall in dem Untersatze: S ist M, unterzuordnen, sondern darin vielmehr, nachzuweisen, wie überhaupt sich ein Begriff M finden läßt, aus welchem man die

Proportionen ableiten kann, die zwischen je zweien seiner Merkmale stattfinden müssen.

117. Die Mittel zur Entdeckung eines solchen gesetzgebenden oder constitutiven Begriffes sind durch Früheres bereits angedeutet; sie liegen in der durchgängigen, aber sehr verschiedenartigen Determination jedes Merkmals durch jedes andere; diese Verschiedenartigkeit wird bewirken, daß in einzelnen Fällen der Besitz einer einzigen Proportion zwischen zwei beliebigen Merkmalen zur Bestimmung aller andern hinreicht, daß in anderen dagegen die Kenntniß der Verhältnisse gewisser wesentlichen Merkmale nöthig wird, um aus ihnen die unwesentlichen zu bestimmen, nicht aber die der letzteren zulänglich ist, um den ganzen Merkmalbestand des Begriffsinhaltes unzweideutig festzustellen. Aber ich werde deutlicher sein, wenn ich diesen Betrachtungen ein Beispiel der wirklichen Ausführung dessen, was wir verlangen, eine sehr bekannte und einfache mathematische Gedankenform, voranschicke. Die analytische Geometrie besitzt in den *Gleichungen*, durch welche sie die Natur einer krummen Linie ausdrückt, ganz den constitutiven Begriff ihres Gegenstandes, welchen wir suchen. Nur sehr wenige Beziehungsstücke, die unbestimmten Abscissen und Ordinaten in ihrer Verbindung mit constanten Größen, enthalten hier, als eine Urproportion, eingeschlossen in sich und aus ihnen ableitbar alle Verhältnisse, die zwischen irgend welchen Theilen der Curve stattfinden müssen. Aus dem Gesetze, welches die Proportionalität zwischen den Aenderungen der Ordinaten und Abscissen ausdrückt, läßt sich jede andere Eigenschaft der krummen Linie entwickeln: der Verlauf ihres Zuges, ihre Geschlossenheit oder Offenheit, die Symmetrie oder Unsymmetrie ihrer Theile, die Gleichförmigkeit oder das Maß der Veränderlichkeit ihrer Krümmung in jedem ihrer Punkte, die Richtung, nach welcher ihre Concavität oder Convexität sieht, die Größe des Flächeninhalts, den sie zwischen beliebig angenommenen Grenzen einschließt. An diese Entwicklungen, deren weiterer mathematischer Gang zu einfach ist, um hier der Erwähnung zu bedürfen, wollen wir uns halten, wenn wir dem hier behandelten Verfahren den Namen des *Schlusses aus constitutiven Gleichungen* geben. Das Verfahren selbst ist nicht auf diese geometrischen Aufgaben beschränkt; aber die anderen zum Theil weit interessanteren Beispiele, welche andere Gebiete der Mathematik, unter

ihnen die Variationsrechnung, liefern würden, lassen sich weniger leicht auf eine so einfache Anschauung bringen, wie sie zur schematischen Bezeichnung unserer Denkform erwünscht ist. Auch die Naturwissenschaft könnte wenigstens Annäherndes darbieten. Für analog zusammengesetzte Körper, in denen die verschiedenen chemischen Elemente die Stelle der Coordinaten und der Constanten vertreten, würde die Chemie constitutive Gleichungen besitzen, wenn es ihr gelänge, durch ihre Formeln nicht nur die Mengenproportionen der Bestandtheile, sondern auch genauer, als es jetzt ihre schematischen Andeutungen thun, die Regel der Gruppirung der Atome und das allgemeine Verhalten ihrer Wechselwirkungen auszudrücken.

118. Den Einwand nun, daß auch dieses ganze Verfahren volle Wirksamkeit nur in der Mathematik habe, geben wir zu, wie früher, weisen den damit versuchten Tadel ebenso zurück und beleuchten ihn näher nur zu dem Zweck, den Hinweg zu neuen Ergänzungen des noch Vermißten zu finden. Es ist wahr, daß der scheinbare Reichthum der Entwicklung aus geometrischen Gleichungen logisch betrachtet mehr blendend als wahrhaft ist. Wir bestimmen die Gestalt der Curve, indem wir der einen Coordinate x beliebige Werthe geben, die zugehörigen Werthe von y aus der Gleichung berechnen und dann die Endpunkte der rechtwinklig auf den Endpunkten der x aufgerichteten y durch einen stetigen Zug zu einer Linie verbinden; die Curve ist daher nur der geometrische Ort, in welchem die unzähligen Ergebnisse einer unzähligemal wiederholten Proportion zwischen verschiedenen Werthen der Coordinaten sich zusammenfinden. Die neuen Eigenschaften aber, die wir nun daraus schließen: Concavität, gleichförmige oder ungleichförmige Krümmung, Geschlossenheit oder Offenheit, Neigung oder Steigung der Curve nach dieser oder jener Seite, diese alle sehen zwar zunächst aus wie neue Merkmale, sind aber doch im Grunde auch nur Größen- und Lagenverhältnisse von Raumgebilden, zwischen andern Beziehungspunkten zwar, aber sonst von derselben Natur, wie die vorausgesetzten zwischen den Coordinaten. Man gelangt hier nicht von einer Proportion zwischen zwei Merkmalen x und y zur Bestimmung wahrhaft neuer, qualitativ mit jenen unvergleichlicher Merkmale, sondern man schreitet nur von gleichartigen gegebenen Verhältnissen zu gleichartigen neuen fort, deren Ableitbarkeit aus jenen ebenso wie

ihre scheinbare Neuheit nur auf der Natur des Raumes und auf den Regeln beruht, nach denen die geometrische Anschauung die Beziehungen zwischen den Elementen des Raumes der allgemeinen Gesetzlichkeit der arithmetischen Größen unterworfen hat. Diese Folgerungen decken daher lange nicht unser Bedürfniß. Wo es sich nicht um bloße Größengebilde, sondern um wirkliche Gegenstände handelt, die eine Menge qualitativ nicht vergleichbarer Merkmale an sich vereinigen, und wo es ferner der Wissenschaft nicht gelingt, diese zunächst unvergleichbaren Bestandtheile auf bloße Zusammensetzungsverschiedenheiten vergleichbarer zurückzuführen, da wird das Denken, unter diesen erschwerenden Umständen, dennoch eine Form suchen müssen, die annähernd wenigstens hier dieselben Vortheile verspricht, welche in Bezug auf ihre leichtere Aufgabe die Mathematik vollständig darbietet.

---

119. Die Gruppe der mathematischen Schlußformen endet hier naturgemäß, nachdem das, was sich mathematisch nicht bewältigen läßt, das Disparate der Merkmale, als das nothwendig in Betracht zu ziehende Element ausdrücklich hervorgehoben ist. An die Stelle der Gleichung wird äußerlich die Form der Definition treten, welche eine Anzahl verschiedenartiger Merkmale zu einem Ganzen verbindet, zwischen ihnen aber eine Gruppe wesentlicher von einer andern unwesentlicher unterscheidet, in der ersten das Gesetz für die Verbindung des Ganzen als gegeben betrachtet, die andern aber nach Maßgabe dieses Gesetzes von ihnen abhängig und bestimmbar. Gefunden werden kann endlich diese bevorzugte Gruppe der wesentlichen Merkmale nur durch Vergleichung des gegebenen Begriffs mit seines Gleichen; so werden wir zu systematischen Formen der Zusammenstellung des Verschiedenen und zunächst zur Classification getrieben.

C. Die systematischen Formen.

Die Classification. — Die erklärende Theorie. — Das dialektische Ideal des Denkens.

120. Am Eingange des Weges, auf den wir jetzt verwiesen sind, standen wir schon einmal, bei der ersten Erwägung der Bildung unserer Begriffe. Schon damals sahen wir in dem Inhalt einer Vorstellung ein Ganzes verschiedener Merkmale, die durch eine bestimmte Regel ihres Zusammenhanges verbunden sind; schon damals glaubten wir diese Regel nur in demjenigen Merkmalbestande zu finden, der verschiedenen vergleichbaren Vorstellungsinhalten gemeinsam zukam, und vorgreifend haben wir bereits dort der aufsteigenden Stufenreihe immer höherer Allgemeinbegriffe gedacht, welche aus der Fortsetzung dieser Vergleichung des Vergleichbaren entspringt. Vorgreifend, denn die später entwickelten Formen der logischen Thätigkeit haben das dort Angedeutete noch nicht benutzt. In den Urtheilen und in den Schlüssen, die sich auf Subsumption gründen, ist stets nur das eine Verhältniß in Betracht gezogen worden, welches zwischen einem Begriffe S und seinem nächsthöheren Allgemeinen M besteht; dies M selbst in seine Beziehungen zu den höheren Stufen der ihm übergeordneten Begriffsreihe zu verfolgen, war keine Veranlassung. Denn immer kam es nur darauf an, ein Prädicat P, welches aus irgend einem Grunde einem M zugehört, auch jedem S zu sichern, welches in den Umfang des M fällt. Für diesen Zweck war die logische Bildung des M selbst in großer Ausdehnung gleichgültig; man nannte es zwar Mittelbegriff, aber es brauchte in nichts das Gepräge eines Begriffs zu tragen; jedes einfache Merkmal, jede Summe mehrerer, gleichviel ob nach einer bestimmten Regel verbunden, oder nur überhaupt zusammengedacht, war gut genug, um jenen Mittelbegriff zu bilden. Erst die letzten Betrachtungen, die ich hier nicht wiederhole, haben uns auf die Nothwendigkeit zurückgeführt, unter dem Mittelbegriff, aus dem wir die Berechtigung und Verpflichtung eines Subjects zum Besitz seiner Merkmale herleiten, nur jenen schon damals im Sinne gehabten Begriff zu verstehen, der in Wahrheit die vollständige Regel der Zusammengehörigkeit und Gliederung des ganzen in jenem Subject vorliegenden Inhalts bildet.

121. Wir kehren hiermit nicht einfach zu einem früheren Standpunkte zurück. Wenn die Logik die ursprünglichsten und einfachsten Formen des Denkens überlegt, kann sie die Ergebnisse derselben fast immer nur an Beispielen verdeutlichen, welche bereits mehr logische Arbeit enthalten, als sie an ihnen veranschaulichen will. Denn der Schatz, aus dem sie diese Beispiele entnehmen muß, ist die Sprache, und diese ist nicht der Ausdruck eines in seinem Beginn stehen gebliebenen, sondern des ausgebildeten Denkens, welches durch eine Menge nacheinander gethaner Schritte über die unvollkommenen Ergebnisse seiner ersten Anstrengungen hinausgekommen ist und nun die Erinnerung an sie unter der erlangten vollkommneren Fassung seiner Gegenstände verbirgt. Deshalb kann es scheinen, als wäre bereits an jener früher erwähnten Stelle das, was wir hier suchen, die Bildung eines wesentlichen Begriffs, geleistet; aber was wir dort als Beispiel brauchten, war nicht schon durch diejenigen logischen Handlungen entstanden, die wir damals, sondern entsteht erst durch die, welche wir hier, im Uebrigen freilich sehr bekannte Verfahrungsweisen, an ihrem systematischen Ort zu betrachten haben. Der unermeßlichen Mannigfaltigkeit zusammengesetzter Bilder, welche die Wahrnehmung darbietet, stand damals das Denken mit dem Verlangen gegenüber, jedes Einzelne als ein Ganzes nach bestimmtem Gesetz verknüpfter Theile zu fassen, und mit dem Bewußtsein, dies Gesetz nur durch Vergleichung vieler vergleichbaren Einzelnen und durch Festhaltung des ihnen allen Gemeinsamen finden zu können. Aber der nützliche Erfolg dieser Vergleichung hing davon ab, ob die vergleichende Aufmerksamkeit auf eine Anzahl von Gegenständen S R T gelenkt wurde, deren Gemeinsames wirklich in dem durchdringenden Gesetz ihrer ganzen Bildung bestand, und nicht auf eine Anzahl anderer, U V W, die in allem Uebrigen völlig verschieden, nur eine beschränkte Merkmalgruppe mit einander theilen. Für diese auswählende Richtung der Aufmerksamkeit gab es an jenem Anfang des Denkens keine logische Regel; sie wurde dagegen sehr wirksam schon damals durch den psychischen Mechanismus gesichert, welcher ganz überwiegend diejenigen zusammengesetzten Vorstellungen, die in der Totalform ihres Zusammenhangs ähnlich sind, einander in der Erinnerung reproduciren läßt, und vorzugsweise sie, nicht aber die unähnlich gebildeten

und nur in einzelnen Merkmalgruppen übereinstimmenden, jener vergleichenden Aufmerksamkeit empfiehlt.

122. Im Laufe seiner Ausbildung nimmt daher das Denken in der That seine Richtung zuerst auf solche Allgemeinbegriffe, welche wirklich das durchdringende Bildungsgesetz der Einzelnen enthalten, für die sie gesucht werden; Allgemeinheiten dagegen, welche sonst Unähnliches unter eine Minderheit gleicher Bestandtheile unterordnen, pflegen erst für gewisse Zwecke der Untersuchung aufgestellt zu werden. Als wir von der ersten Bildung der Begriffe sprachen, schienen uns deshalb die landläufigen Beispiele, die Unterordnung des Cajus und Titus unter den Begriff des Menschen, die der Eiche und Buche unter den der Pflanze, vollkommen natürlich und selbstverständlich; es war, als wenn nichts außer der bloßen Anweisung, das Gemeinsame von Einzelheiten festzuhalten, dazu gehöre, um die Richtung auf diese wirklich gesetzgebenden Gattungsbegriffe M von selbst zu finden. Gleichwohl hätte nichts gehindert, nach derselben Anweisung für Neger Kohle und schwarze Kreide einen Gesammtnamen N zu erfinden, welcher die Vereinigung von Schwärze Ausdehnung Theilbarkeit Gewicht und Widerstand ausgedrückt hätte; die Antriebe des psychischen Mechanismus begünstigten aber nur die erste und hinderten die zweite dieser Anwendungen der logischen Vorschrift.

123. Unsere jetzige Aufgabe geht nun dahin, eben diese Antriebe, welche bisher unbewußt uns auf den Weg des Richtigen brachten, in logische Thätigkeit zu verwandeln, uns also der Gründe bewußt zu werden, durch welche wir uns rechtfertigen, wenn wir ausschließlich einen bestimmten Allgemeinbegriff M als die gesetzgebende Regel für die Bildung einer Anzahl von Einzelnen aufstellen, nicht aber einen andern N, auf den uns eine anders geleitete Vergleichung derselben Einzelnen auch hätte führen können. Nun hat uns die Logik verschiedene Verhältnisse einer nur einseitigen Abhängigkeit zwischen mehreren Beziehungspunkten kennen gelehrt; aus der Geltung des Allgemeinen floß die des Besondern, nicht aus der des Besondern auch die des Allgemeinen; von einem bestimmten Grunde ließ sich stets auf eine bestimmte Folge schließen, aber eine gegebene Folge führte nicht nothwendig nur auf einen Grund zurück, sondern möglicherweise auf verschiedene gleichwerthige. Wenden wir dies auf die Gliederung eines Begriffsinhaltes

an, so gibt es in ihm Merkmale a b c, deren Vorhandensein einen bestimmenden Einfluß auf Gegenwart Abwesenheit oder Modification anderer ausübt; das Vorkommen dieser andern aber, $\alpha\ \beta\ \gamma$, bedingt seinerseits nicht nothwendig jene, sondern ist verträglich auch mit andern, p q r. Hierauf beruht der früher schon eingeführte Unterschied der *wesentlichen* Merkmale a b c von den *unwesentlichen* $\alpha\ \beta\ \gamma$; nur in der Vereinigung der ersten könnte der gesetzgebende Begriff der verglichenen Einzelnen gesucht werden, denn nur diese Vereinigung bestimmt auch die übrigen Merkmale und schließt daher nur solche Einzelne ein, die in ihrem ganzen Bau einander verwandt sind; die Gruppe der letzteren Merkmale dagegen ließe die ersten unbestimmt und würde deshalb, als Allgemeines gedacht, eine Menge sonst in jeder Rücksicht verschiedener Einzelheiten unter sich befassen.

124. Darauf käme es mithin an, jene wesentlichen von diesen unwesentlichen Merkmalen zu unterscheiden. Dies ist leicht, so lange wir mit Gegenständen zu thun haben, die wir in verschiedenen Zuständen beobachten können; von selbst sondern sich hier die veränderlichen Eigenschaften, die unter wechselnden Bedingungen kommen und gehen, von dem bleibenden Bestand des Wesentlichen ab. Es ist anders, wenn die Möglichkeit solcher Beobachtungen fehlt, und mit Ausschluß veränderlicher Zustände sich unser Verlangen darauf richtet, zwischen bleibenden und unveränderlichen Merkmalen desselben Begriffsinhaltes einen Unterschied wesentlicher von unwesentlichen zu finden; wir müssen dann die Beobachtung der Veränderungen durch Vergleichung verschiedener Beispiele ersetzen. Sei nun abcd der Merkmalbestand des einen gegebenen Begriffes, so kann in einem zweiten Beispiel d nicht fehlen oder durch ein ganz anders gestaltetes δ nicht ersetzt werden, ohne daß, bei der vorauszusetzenden Zusammengehörigkeit aller Theile des Begriffsinhaltes, auch die übrigen Merkmale eine Veränderung erfahren; ich bezeichne nun das zweite Beispiel mit $a^1\ b^1\ c^1\ \delta$, um anzudeuten, daß durch die Variation des d in δ keines der allgemein ausgedrückten anderen Merkmale ganz zu Grunde, jedes vielmehr nur aus einer seiner möglichen Modificationen in eine andere übergeht, die Form der Verbindung aller aber die nämliche bleibt. In diesem Falle gehört d nicht zu den wesentlichen Merkmalen, sondern die Gruppe ABC, welche abc und $a^1 b^1 c^1$ als Modificationen unter sich befaßt,

ist diejenige, welche die Gliederung des Begriffsinhaltes beherrscht. Aber dieser erste Schritt lehrt uns nur das thatsächliche Zusammenbleiben, nicht das innerliche Zusammengehören der in ABC vereinigten Merkmale; der Werth, den die einzelnen Bestandtheile dieser Gruppe haben, kann sehr verschieden sein; möglich, daß nur AB oder AC oder BC das eigentliche Bildungsgesetz des Ganzen enthalten, das dritte Merkmal dagegen nur die nothwendige Folge oder ein zulässiger Zusatz zu den beiden andern ist. Zur Entscheidung dieses Zweifels bleibt dem Denken, das hier noch nicht auf die sachliche Untersuchung des Gegenstandes mit allen Hülfsmitteln der Erkenntniß eingehen kann, nur die Fortsetzung desselben Verfahrens übrig. Auch ABC haben wir mit Beispielen der Form ABΓ zu vergleichen; ist mit dem Unterschied des letzten Merkmals auch hier nur das obengedachte Maß der Abweichung in den übrigen verbunden, und bleibt die Verknüpfungsweise des Ganzen dieselbe, so wird das Zusammensein und das Verhältniß von A und B die beherrschende Regel des ursprünglich gegebenen abcd sein, oder die Vereinigung der wesentlichen Merkmale darstellen, von denen das Vorhandensein der übrigen entweder zugelassen oder gefordert, in jedem Falle ihre Größe Verknüpfung und Verhalten zu dem Ganzen bedingt wird. Denkt man sich dies Verfahren fortgesetzt, so ist es der Weg der Classification, auf den wir verwiesen sind. Nicht mehr die Betrachtung des Einzelnen reicht uns hin, um seinen Begriff festzustellen, sondern nur diese erste der systematischen Formen, durch welche wir seine Natur in ihren Verhältnissen zu anderen untersuchen und aus der Stelle, welche es in einer geordneten Reihe einnimmt, den Grad der bedingenden Kraft beurtheilen, welche seine einzelnen Merkmale auf die Gestaltung seiner ganzen Natur und seines Verhaltens ausüben. Derjenige innere Kreis von Merkmalen erscheint uns als das gesetzgebende Princip seiner Gestaltung, der am längsten und unverändert in seiner allgemeinen Form beisammen bleibt, wenn wir durch das nächstliegende Allgemeine zu immer höheren Allgemeinheiten aufsteigen, und wir begreifen die Natur des Besonderen nur dann vollständig, wenn wir uns in einer umgekehrten Reihenfolge, die der Stufenleiter dieser Allgemeinheiten entspricht, zu jenem höchsten Gestaltungsprincip neue Bestimmungsstücke hinzutreten denken, auf welche dies seine rückwirkende Kraft ausdehnt.

125. Das Verlangen, durch diese systematische Zusammenordnung Aufklärung über das innere Gefüge des Zusammengestellten zu erhalten, liegt jeder wissenschaftlichen Classification zu Grunde, doch wird es nicht von jeder Form derselben gleichmäßig befriedigt; ehe ich zu der Gestalt derselben übergehe, die unseren Zwecken hier allein dient, erwähne ich deshalb kurz als eine Vorstufe die künstlichen oder combinatorischen Classificationen, die mehr dem allgemeinen Bedürfniß nach Klarheit und Uebersicht und einzelnen besonderen Aufgaben des angewandten Denkens entsprechen. Den Inhalt eines gegebenen Allgemeinbegriffs M zerfällen wir durch Partition zunächst in seine allgemeinen Merkmale A B C ... und jedes von diesen durch Disjunction in seine verschiedenen, an demselben Subject einander ausschließenden Modificationen, A in a^1 a^2 a^3..., B in b^1 b^2 b^3..., C in c^1 c^2 c^3. Nach dem Grundsatz des disjunctiven Urtheils muß nun jede Art des M von jedem der allgemeinen Merkmale des M eine Modification mit Ausschluß der übrigen besitzen; beschränken wir uns der Einfachheit halber auf zwei Merkmale, deren eines A nur in zweigliedrige Disjunction a und b, das andere B in die dreigliedrige α β und γ zerfällt, so werden die in bekannter Weise erhaltenen binären Combinationen $a\alpha$ $a\beta$ $a\gamma$ $b\alpha$ $b\beta$ $b\gamma$ alle denkbaren Arten des M einschließen. Wir stellen endlich ihre Gesammtheit übersichtlicher dar, wenn wir die Modificationen des einen Merkmals, welches dann den Eintheilungsgrund der Classification bildet, so wie oben geschehen oder in der Form $M = a(\alpha + \beta + \gamma) + b(\alpha + \beta + \gamma)$ den übrigen Merkmalen vorangehen lassen. Man hat das einfachste Beispiel dieser Classification in der Anordnung der Wörterbücher; die unveränderliche Reihenfolge der Buchstaben im Alphabet liefert hier nicht nur den ersten, sondern immer wiederholt auch die untergeordneten Eintheilungsgründe für die zahlreichen Combinationen, die in jeder durch den Anfangsbuchstaben eingeführten Gruppe enthalten sind. Der an sich deutliche Nutzen dieser lexicalischen Classification, nicht nur alle Worte der Sprache, mithin alle Glieder des einzutheilenden Gegenstandes vollständig zu umfassen, sondern auch ihre Auffindung leicht zu machen, dieser erste Nutzen der Uebersichtlichkeit ist allen gelungenen Versuchen combinatorischer Classification gemeinschaftlich; über diese Leistung hinaus dagegen tragen sie in

sehr verschiedenem Maße zur Kenntniß der eigentlichen Natur ihrer Objecte bei.

126. Man bemerkt zuerst, daß dies combinatorische Verfahren die Merkmale des gegebenen Begriffs nur vereinzelt, nicht aber die wechselseitige Determination berücksichtigt, in welcher sie erst den Begriff wirklich bilden. Die Gesammtheit der gefundenen Combinationen schließt daher zwar alle Arten des M ein, kann aber außer ihnen noch andere enthalten, die nur gültig sein würden, wenn der Begriff blos eine Summe seiner Merkmale wäre, aber ungültig sind, weil er eine bestimmte Form der Vereinigung derselben befiehlt, welcher sie widersprechen. Der Begriff des Dreiecks besteht nicht darin, daß wir drei Winkel und drei Seiten denken, sondern darin, daß drei Seiten sich zur völligen Begrenzung eines ebenen Raumes schneiden und eben hierdurch jene Winkel erzeugen. Durch diesen Zusammenhang der Seiten und Winkel werden gleichwinklig ungleichseitige und rechtwinklig gleichseitige Dreiecke unmöglich; die blos combinatorische Classification würde sie neben den gleichwinklig gleichseitigen, den rechtwinklig gleichschenkligen und den übrigen möglichen Arten mit aufgeführt haben. Ist der Inhalt des M vollständig bekannt, wie in diesem Beispiele, und einer genauen Construction zugänglich, so scheidet die Kenntniß der Sache diese unmöglichen Glieder aus; ihre vorläufige Aufstellung hätte nur den Nutzen gehabt, die Aufmerksamkeit auf die Natur des M und auf die Gründe zu schärfen, welche die gültigen Arten möglich, diese ungültigen unmöglich machen. Ist dagegen M ein der Erfahrung verdankter Gattungsbegriff, dessen innere Gliederung nur unvollständig durch Beschreibung, nicht genau durch Construction angebbar ist, so bleiben die in Wirklichkeit nicht beobachteten Arten, auf welche das combinatorische Verfahren geführt hätte, nur zweifelhaft; der Fortschritt der Beobachtung kann sie noch entdecken, der Fortschritt der sachlichen Erkenntniß ihre Unmöglichkeit nachweisen; zu einem von beiden angeregt zu haben, kann auch hier der Nutzen ihrer vorläufigen Aufstellung sein.

127. Ist nun das combinatorische Verfahren in Bezug auf Erfahrungsgegenstände diesem zweifelhaften Ueberschuß seiner Ergebnisse über das Wirkliche ausgesetzt, so hat es anderseits in seiner gewöhnlichen Anwendung auch keine Bürgschaft der Vollständigkeit. Es ist für menschliche Einbildungskraft unausführbar, alle Modificationen, denen ein

Merkmal p unterworfen sein kann, vollständig im Voraus zu unterscheiden; unsere Aufmerksamkeit wird sich immer auf diejenigen p^1 p^2 p^3 beschränken, die uns in irgend einer Beobachtung gegeben sind; eine andere Modification p^m, die in unserem Erfahrungskreise nicht vorkommt, wird sammt allen den Arten, an denen sie vielleicht bestehen kann, auch in unserer Classification fehlen, und späterer Zuwachs der Erfahrung erst wird diese Lücke füllen. Dieser Umstand ist der Grund einer logischen Regel, die von Werth ist, wo es sich zur Entscheidung einer Frage um erschöpfende Kenntniß aller Fälle handelt, die es in Bezug auf irgend ein Z geben kann: man führt ihre Eintheilung und Aufstellung durch lauter contradictorisch entgegengesetzte Eintheilungsglieder hindurch. Die Summe aller möglichen Fälle von Z ist immer von der Natur Q oder der entgegengesetzten Non Q; die Fälle von der Form Q immer entweder R oder Non R, die Fälle Non Q immer entweder S oder Non S, so daß diese Eintheilung an jeder Stelle, wo man ihre weitere Fortsetzung abbricht, die Anzahl aller möglichen Fälle vollständig enthält. Fruchtbar freilich wird dies Verfahren nur dann, wenn man entweder die ersten Gegensätze Q und Non Q, oder alle in gleichem Abstand ihnen untergeordneten, also S, Non S, R, glücklich genug zu wählen im Stande ist, um für jeden dieser Fälle einzeln das Stattfinden oder Nichtstattfinden des fraglichen Verhaltens Z aus leicht zugänglichen Gründen zu beweisen.

128. Es ist ferner ersichtlich, daß es keine logische Regel geben kann, nach welcher die combinatorische Classification bestimmte Merkmale als oberste Eintheilungsgründe für die Unterscheidung der Hauptgruppen, andere nur als untergeordnete für die Unterabtheilungen der Hauptgruppen benutzen müßte. So lange der einzutheilende Begriff M nur als eine Summe seiner Merkmale ohne Rücksicht auf deren gegenseitige Beziehungen angesehen wird, hat jedes von diesen das Recht, durch seine Modificationen die Haupteintheilung zu geben, jedes andere kann ihm als Nebeneintheilungsgrund untergeordnet werden. Die offenbaren Unzuträglichkeiten dieser Unbestimmtheit werden in der wirklichen Anwendung der Classification durch nebenhergehende Ueberlegung, durch eine Schätzung des verschiedenen Werthes der Merkmale vermieden, welche auf Kenntniß der Sache, auf richtigem Gefühl, oft nur auf einem errathenden Geschmacke beruht; die Logik kommt diesen Bemühun-

gen nur durch die allgemeine Vorschrift zu Hülfe, nicht notiones communes, nämlich nicht solche Merkmale zu Eintheilungsgründen zu wählen, welche bekanntermaßen an den allerverschiedenartigsten Gegenständen vorkommen, ohne einen erkennbaren Einfluß auf deren übrige Natur zu äußern. Aber was zu diesem Verbote als bejahende Anweisung gehören würde, wie man nämlich die entscheidenden Eintheilungsgründe zu finden habe, überläßt sie doch völlig der jedesmaligen sachlichen Kenntniß. Und diese hat, wenigstens in Bezug auf mannigfach zusammengesetzte Gegenstände der Wirklichkeit, so lange sie einzelne Merkmale zu maßgebenden Eintheilungsgründen machte, niemals den Vorwurf vermeiden können, nächstverwandte Arten zuweilen an verschiedene oft sehr entlegene Stellen des Systems auseinander gerissen, andere in ihrem ganzen Verhalten auffallend verschiedene in eine befremdliche Nachbarschaft aneinander gerückt zu haben. Dies ist sehr begreiflich bei der Verschiedenwerthigkeit der Merkmale für den Bau des ganzen Begriffsinhaltes. Nichts hindert z. B., daß das Merkmal B, so lange es in der Modification b vorkommt, einen vorwiegenden Einfluß auf die Bildung des Ganzen ausübt, und dann werden alle diesem Index b untergeordneten Arten unter einander formverwandt bleiben; aber dasselbe Merkmal kann diesen bestimmenden Einfluß ganz verlieren, sobald es in der Modification β in die übrige Merkmalgruppe eintritt; dann folgen die dem β als Index untergeordneten Arten allen den Schwankungen, welche die jetzt einflußreich gewordene Verschiedenheit der anderen Bestandtheile A C D mit sich führt, und die sonst unähnlichsten Beispiele des einzutheilenden M finden sich nun in nächster Nachbarschaft vereinigt. So ist es dem botanischen System Linné's begegnet, welches die Anzahl der Staubfäden zum Eintheilungsgrunde wählte; da wo der ganze Organisationsplan der Pflanze diesem Bestandtheil Wichtigkeit gab, fanden sich auch nach dieser Auffassung die verwandten Arten zusammen; sie wurden zerrissen im entgegengesetzten Fall und das Verschiedenartige verbunden. Der sachkundige Geschmack begegnet auch diesem Uebelstande theilweis dadurch, daß er für verschiedene Abtheilungen des ganzen Systems verschiedene Eintheilungsgründe wählt. Nur eine übel angebrachte logische Pedanterie könnte verlangen, daß in einem Systeme, welches seinen ganzen Gegenstand zuerst nach den Modificationen a b c des einen Merk-

mals A gespalten hätte, dann jede der durch a oder b oder c eingeführten Gruppen nach den Modificationen eines und desselben zweiten Merkmals B weiter gegliedert werde; vielmehr können für die Gruppe mit a die Variationen eines Merkmals C, für die mit b die Variationen eines vierten Merkmals D ausschließlich wichtig werden, und die Classification, welche nach diesem Gesichtspunkt verfährt, nähert sich dadurch nur dem wirklichen Wesen der Sache. Die Gefahr, so nur unvollständig alle Arten zu finden, ist auf andere Weise zu vermeiden; die Classification schafft nicht das vollständige Material, sondern setzt seine anderweit verbürgte Vollständigkeit voraus.

129. Die Classificationen würden ganz der angewandten Logik angehören, wenn sie nur jene Uebersichtlichkeit und Vollständigkeit bezweckten, welche entweder eine praktische Behandlung ihrer Gegenstände oder eine nur erst beginnende logische Betrachtung derselben verlangen muß. Aber sie sind mehr als solche Vorbereitungen; sie stellen selbst ein logisches Ideal dar, welches in der systematischen Reihenfolge der Denkformen seine nothwendige Stelle hat; dadurch, daß eine Mannigfaltigkeit in den Zusammenhang eines Classensystems gebracht ist, dadurch allein schon soll etwas über die Natur aller und jedes Einzelnen gesagt und nicht blos einer künftigen Untersuchung vorgearbeitet sein. Wir bemerken dies an den Vorwürfen, welche wir gegen gezwungene Classificationen richten; nicht allein der Weg, den unsere Aufmerksamkeit nehmen muß, um eine bestimmte Art des eingetheilten Allgemeinen aufzufinden, soll durch eine genau vorgezeichnete Reihe von Begriffen hindurchgehen, sondern die Orte selbst, an denen wir die einzelnen Arten antreffen, sollen in ihren Lagenbeziehungen den eigenen Verwandtschaften derselben entsprechen. Für jene praktischen Absichten genügt jede beliebige Ordnung, welche handgerecht ist für den, der sich ihrer bedienen will; das logische Verlangen des Denkens geht auf eine solche, die sachgerecht ist. Nun können wir die vollständige Vorstellung eines zusammengesetzten Inhalts immer hervorbringen, gleichviel von welchem seiner Theile wir beginnen, so lange wir nur die Hinzufügungen jeder neuen Theilvorstellung zu den vorigen zweckmäßig nach dem gewählten Anfangspunkte abändern. Jede so geordnete Vorstellung bildet einen Begriff des gegebenen Denkinhaltes, hinlänglich, um ihn von anderen zu unterscheiden und seinen eigenen Bestand deutlich zu

machen. Unter diesen mancherlei Begriffen desselben M suchen wir nun jenen bevorzugten, welcher von dem herrschenden Gesetze ausgeht, dessen Sinn die Anordnung aller übrigen Merkmale bestimmt. Constitutiven Begriff haben wir diesen bevorzugten genannt; man könnte ihn im Gegensatz zu der Form des bloßen Begriffs überhaupt die logische Idee des Gegenstandes oder deutsch seinen Gedanken nennen; denn so unterscheidet unser Sprachgebrauch allenfalls den Gedanken der Pflanze oder des Organismus überhaupt als das bildende Gesetz von dem bloßen Begriffe, welcher den vollen Bestand der nothwendigen Merkmale und ihrer thatsächlichen Verknüpfungsform zusammenfaßt.

130. Es wird der Anschaulichkeit dienen, hier sogleich zweier Nebenvorstellungen zu gedenken, welche sich an diese Aufsuchung des Gedankens oder der Idee eines Gegenstandes überall leicht anknüpfen, am deutlichsten aber in jenen naturgeschichtlichen Classificationen, welche die künstliche Anordnung der Pflanzen und Thiere durch Berücksichtigung der natürlichen Verwandtschaften zu verbessern suchen. Die allgemeine Idee des Thieres oder der Pflanze erscheint uns hier leicht als eine thätige lebendige Kraft; stets sich selbst gleich und in demselben Sinne wirksam führt sie zu einer Reihe verschiedener Gestaltungen, je nachdem außer ihr liegende Bedingungen einen oder mehrere ihrer Angriffspunkte feststellen und sie so nöthigen, nach diesem gegebenen Anfangspunkte die Gesammtheit ihrer Thätigkeit abzuändern. Sie erscheint uns ferner ebenso leicht als ein sich stets gleichbleibender Zweck, der seine Verfahrungsweisen nach diesen gegebenen Beziehungspunkten abmißt und in den verschiedenen Formen, zu denen er durch sie getrieben wird, eine und dieselbe Absicht theils überhaupt vielgestaltig, theils mehr oder minder dem Maße nach erreicht. Die verschiedenen Arten, welche die Classification zusammenordnet, sind dann die Ausdrücke dessen, was aus der Wechselwirkung des allgemeinen Gedankens mit den besonderen Beziehungspunkten werden muß, die ihm als Allgemeinem fremd sind. Man wird zugeben, daß diese Auffassungsweisen der Sache eine große und anschauliche Deutlichkeit verleihen, aber man wird hinzufügen, daß beide Gesichtspunkte der Logik völlig fremd sind. Dieser Einwurf ist unbestreitbar; allein unsere Absicht geht nicht darauf, die Vorstellungen des wirkenden Triebes und des Zweckes für die Logik zu verwenden, sondern auf den Nachweis, daß eben diese beiden Vorstellungen auch da,

wo sie hingehören, nur unter Voraussetzung eines rein logischen Gedankens etwas bedeuten, den wir an dieser Stelle verdeutlichen wollen. Soll es möglich sein, daß derselbe Zweck unter wechselnden Umständen in verschiedenartigen Formen erfüllt werde, so muß es auch möglich sein, den Inhalt desselben durch eine Vorstellungsgruppe Z zu bezeichnen, deren Gefüge diese verschiedenen Erfüllungsformen als mögliche Arten ihrer selbst enthält und als nothwendige Folge dann hervorbringt, wenn man der Reihe nach jedem einzelnen Merkmale des Z und jeder Beziehung zwischen mehreren alle Veränderungen ertheilt, die jenes und diese innerhalb der gegebenen Gesammtform des Z erfahren können. Soll ein thätiger Trieb unter wechselnden Bedingungen seine Wirksamkeit ändern und in neuen Erzeugnissen sich äußern, so muß die Combination von Kräften, in denen er selbst besteht, durch Gleichungen ausdrückbar sein, aus welchen alle diese neuen Gebilde als nothwendige Ergebnisse entspringen, sobald man den in jene Gleichungen eingehenden Größen nacheinander alle mit ihrer Natur verträglichen Werthe gibt. Absichtliche und unabsichtliche Wirksamkeit bringt mithin nie etwas anderes hervor, als das an sich Denkbare, das denknothwendig wird, sobald man einen Beziehungspunkt bejaht, von dem die übrigen abhängen; und dies ist eben, was wir hier im Auge haben. Wir betrachten den Gedanken, den wir suchen, weder als denkende Absicht eines Bewußtseins, welche nach Erfüllung strebt, noch als wirkende Kraft, welche ihre Erfolge hervorbringt, sondern nur als den gedachten oder denkbaren Grund, dessen Folgen im Denken, unter Voraussetzung bestimmter Bedingungen, dieselben sind, welche als Wirklichkeiten aus einer zwecksetzenden Absicht oder aus der Ursächlichkeit einer Kraft unter denselben Bedingungen entspringen müssen. Behält man diese Bemerkung im Auge, so kann man duldsam sein gegen eine Ausdrucksweise, welche die Vorstellung eines Zweckes oder eines Entwicklungstriebes in die Logik einführt; aber nützlicher wird es dennoch sein, diese Bezeichnungen zu vermeiden und das, was nur die Wirklichkeit kennt, nicht zur Benennung des bloßen Denkgrundes zu verwenden, auf dem das Wirkliche beruht.

131. Noch einen Punkt, auf den sich hier unsere logische Aufmerksamkeit richten muß, führe ich sogleich im Verfolg dieser Nebenvorstellungen ein. Von einem Triebe, der sich selbst verwirklicht, überrascht es uns nicht, wenn er unter bestimmten Bedingungen in seinen

Bemühungen scheitert; von einem Zwecke begreifen wir, daß er unter verschiedenen Umständen mit verschiedener Vollkommenheit zu erreichen ist. An beide Vorstellungen schließt sich daher sehr natürlich die Voraussetzung, daß verschiedene Verwirklichungen oder Beispiele der gestaltenden Idee von verschiedenem Werth sind, und daß sie nicht blos unter dem Allgemeinbegriff ihrer Idee als Arten überhaupt coordinirt sind, sondern innerhalb dieser Coordination eine auf- oder absteigende Reihe bilden, in welcher jede ihren unvertauschbaren Platz zwischen bestimmten andern hat. Von diesem Nebengedanken sind die Versuche natürlicher Classification, die unsere jetzigen Bedürfnisse zu befriedigen streben, allenthalben beherrscht; es ist zu zeigen übrig, daß diese bekannte Neigung, aus der blos combinatorischen Classification in die Form einer Entwicklungsreihe überzugehen, ihre allgemeine logische Berechtigung, und zwar eben an dieser Stelle, besitzt. Betrachten wir einen Begriff M, wie es leider in den Anfängen der Logik häufig zu geschehen pflegt, nur als ein Ganzes aus einer Anzahl allgemein ausgedrückter Merkmale, so hat es keinen Sinn, eine seiner Arten für besser zu halten, als die andere. Jedes S enthält entweder alle Merkmale seines Allgemeinen M und ist dann eine Art desselben, oder es enthält irgend eines dieser Merkmale nicht, und dann ist es nicht eine unvollkommene, sondern gar keine Art des M. Mit diesem trockenen Gegensatz ist das lebendige Denken in seinem wirklichen Gebrauch gar nicht einverstanden; es unterscheidet Arten, die ihrem gemeinsamen Gattungsbegriffe mehr oder weniger entsprechen oder adäquat sind. Der erste Grund der Möglichkeit solcher Unterscheidung liegt nun in den Größenbestimmungen, denen die einzelnen Merkmale und ihre Wechselbeziehungen entweder zugänglich oder gar nicht entziehbar sind. Das Gefüge der Gattungsbegriffe, unabsehbar verschieden im Einzelnen, enthält im Ganzen doch immer eine Mehrheit von Bestandtheilen oder Beziehungspunkten, an deren jedem eine Gruppe einfacher Merkmale vereinigt ist, und die unter einander in allerhand Beziehungen stehen. Ich nenne hier einfache Merkmale nicht nur die sinnlichen Eigenschaften roth, süß, warm, sondern auch solche, welche, wie schwer, ausgedehnt, reizbar, allerdings den Ertrag vorangegangener Beobachtungen zusammengesetzter Verhaltungsweisen, diesen aber doch in so einfacher Gestalt enthalten, daß unsere logische Phantasie sich längst daran gewöhnt hat, jeden dieser Ausdrücke als

ruhendes einfaches Prädicat seinem Subjecte hinzuzufügen. Die Unterschiede der Größe erstrecken sich nun auf alle diese Elemente des Gattungsbegriffs. Kein Merkmal irgend eines seiner Bestandtheile ist überhaupt ohne bestimmten Grad der ihm eigenthümlichen Art der Intensität denkbar, und die Grade können unendlich verschieden sein; die Anzahl der Bestandtheile selbst ist, wie jede Zahl, vermehrbar und verminderbar und jeder einzelne Bestandtheil kann außerdem seinen logischen Werth dadurch verändern, daß er, dem der Gattungsbegriff einfach zu sein erlaubt, sich dennoch innerlich zu einem wiederum gegliederten System mannigfacher Elemente ausdehnt; jede Beziehung endlich, die zwischen den verschiedenen Inhaltspunkten des Begriffs stattfindet, ist verschiedenwerthig je nach dem Werth dieser oder selbst nach eigenthümlichem Maßstabe einer größeren oder geringeren Engigkeit fähig. Aus dem Zusammenwirken aller dieser Veränderlichkeiten entspringt nun eine Vielheit von Arten, zwischen denen ein bemerklicher Unterschied ist. Nehmen wir an, daß ein Merkmal P des Gattungsbegriffs M die bestimmende Kraft, welche es stets auf alle übrigen Merkmale äußert, dann, wenn es den Werth p annimmt, bis zu völliger Umgestaltung des ganzen Begriffsinhaltes M steigert, so wird die so entstehende Art nicht mehr Art des M, sondern Art einer andern Gattung N sein. Diejenigen Werthe von P aber, welche sich diesem entscheidenden Grenzwerthe nur nähern, ohne ihn zu erreichen, werden Bildungen bewirken, die zwar noch unter die Gattung M fallen, aber sich stufenweis dem Gefüge anähnlichen, welches die andere Gattung N kennzeichnet. Hierauf beruht nun der Unterschied von Arten, welche ihrem gemeinsamen Gattungsbegriffe mehr oder minder angemessen oder adäquat sind; jede Art ist in einer bestimmten Beziehung um so vollkommener, je weiter sie von dem Uebergang in eine andere Gattung absteht, und diejenige ist die logisch vollkommenste, für welche die Summe ihrer Abstände von allen nächstverwandten Gattungen ein Größtes wird.

132. Ich glaube behaupten zu dürfen, daß dieser Gesichtspunkt ein völlig logischer und unabhängig von den Ansichten ist, die wir uns aus anderweitiger Kenntniß der Sache über den Werth die Bedeutung und Bestimmung dessen bilden, was an irgend einem bestimmten Gattungsbegriff das Gesetz seines Daseins hat. Ich erläutere daher durch

Beispiele, für welche diese Nebengedanken keinen Sinn haben. Die Gleichung der Ellipse $a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2$ läßt die Wahl der beiden Axen a und b willkürlich, und es wird nach ihrer Aussage immer eine Ellipse entstehen, welchen Werth man auch für a und b einsetzen mag; sie wird daher auch entstehen, wenn eine der beiden Axen zu Null wird. Aber dann geht die Curve in eine gerade Linie über; das Ergebniß, welches dieser Werth liefert, ist daher einem Allgemeinbegriff N, dem der geraden Linie, untergeordnet, welcher von dem der Ellipse verschieden ist. Aber dies Beispiel zeigt zugleich, was wir oben nicht allgemein anführen wollten, daß die äußerste Art einer Gattung M, welche auf solche Weise entsteht, nicht blos zu einer neuen Gattung N gehören muß, sondern auch fortfahren kann, der früheren M untergeordnet zu sein. Denn die Mittelpunktsgleichung der Ellipse kann uns zwar in diesem Fall, für $b = o$, da sie aufhört, eine Curve zu bedeuten, nichts lehren; aber ein anderer Ausdruck der wesentlichen Bildung der Ellipse bleibt gültig, der nämlich, daß die Summe der Fahrstrahlen, die von zwei festen Punkten der großen Axe nach demselben Punkt der Peripherie gehen, eine constante Größe und gleich dieser Axe ist. In der geraden Linie, auf welche sich in unserem Fall die Ellipse zusammengezogen hat, sind ihre beiden Endpunkte jene zwei festen Punkte, die Brennpunkte, geworden, und für jeden Zwischenpunkt c, den wir auf der geraden Linie ab annehmen, hat man die Summe der Entfernungen $ac + cb$, die Summe der beiden Fahrstrahlen also, gleich der Länge ab. Wenn ein schwerer Stab von der unveränderlichen Länge ab mit dem Endpunkt a auf einer glatten reibungslosen Horizontalebene steht, mit dem andern b an einer glatten reibungslosen Verticalwand lehnt, so macht der Antrieb seiner Schwere ihm das Gleichgewicht unmöglich und er sinkt. Eine leichte Rechnung lehrt, daß die Bahn, welche jeder beliebige Punkt c seiner Länge während dieses Sinkens beschreibt, ein Ellipsenbogen ist. Zugleich aber ist klar, daß der Endpunkt b senkrecht in gerader Linie an der Wand herabgleiten, der Punkt a dagegen horizontal und geradlinig sich auf dem glatten Boden verschieben muß. Da nun auf alle Punkte dieselbe Gruppe von Bedingungen einwirkt, so müssen auch diese geradlinigen Bewegungen als Arten der von diesen Bedingungen allgemein geforderten elliptischen Bahn angesehen werden. Sie sind in der That die beiden Grenzfälle, welche man erhält, wenn man einmal die eine,

dann die andere Axe = Null setzt; der Endpunkt bewegt sich in der andern Axe geradlinig. Ein anderer ausgezeichneter Fall findet für den Mittelpunkt des Stabes statt; für ihn werden die Axen seiner elliptischen Bahn einander gleich und er beschreibt einen Kreisbogen. Die Natur der vorliegenden Aufgabe nöthigt daher, auch den Kreis als eine Art der Ellipse aufzufassen, wovon die angeführte Mittelpunktsgleichung die Möglichkeit sogleich deutlich macht. Dies Beispiel lehrt uns also, daß die Arten einer Gattung M durch Größenveränderungen eines ihrer Bestandtheile sich allmählich dem Bildungsgesetze einer andern Gattung N nähern, daß es Grenzglieder geben kann, welche sowohl Arten von M als solche von N sind, weil sie den Forderungen beider Gattungsbegriffe genugthun; dem bloßen Thatbestand von Inhalt, der in einem solchen Grenzgliede vorliegt, ist gar nicht anzusehen, von welchem gestaltenden Gattungsbegriffe er eigentlich bestimmt ist; hierüber entscheiden vielmehr, bis jetzt, Nebenrücksichten irgend welcher Art.

133. Dagegen lassen diese Beispiele eine noch zu hebende Zweideutigkeit in Bezug auf den Maßstab übrig, nach welchem wir den Grad der Vollkommenheit, sagen wir kurz: die Höhe jeder Art bestimmen. Die mathematischen Gebilde haben keine Lebens- und Entstehungsgeschichte; als bloße gesetzliche Denkbarkeiten ohne Wirklichkeit lassen sie sich auf den verschiedensten Wegen für unsere Einbildungskraft erzeugen, und es ist im Allgemeinen gleichgültig, im besondern Fall von der Natur der Aufgabe, die auf sie führt, abhängig, von welchem Anfangspunkt aus wir ihre Construction beginnen, oder welchem Gattungsbegriff, welcher allgemeinen Constructionsregel wir sie unterordnen. Für unsere nicht geometrische, sondern ästhetische Anschauungsweise, ich meine für die, welche den ganzen Eindruck des fertigen Gebildes, nicht seine Entstehung beachtet, sondern sich Kreise und gerade Linien von der Ellipse entschieden ab; zu dem E i n d r u c k e der Ellipse gehört für unsere Anschauung die Ungleichheit der Axen nothwendig; anderseits freilich, je größer diese wird, um so mehr nähert sich die Curve den Grenzgliedern, die wir ausschließen möchten, den beiden geraden Linien, die in die Richtung der einen oder der andern Axe fallen. Den charakteristischen Eindruck ihrer Gattung würde uns diejenige Ellipse am meisten machen, die gleichweit von der Gleichung $a - b = o$, die dem Kreise, sowie von der andern $a - b = a$ entfernt wäre, die einer Geraden zu-

kommen würde. Man könnte aus der Verbindung beider die Bedingung dieses Eindrucks dahin bestimmen, daß eine Axe das Doppelte der andern sein müsse, und dies würde leidlich zutreffen; nur läßt sich überhaupt etwas nicht mathematisch feststellen, was nicht einfach von mathematischen Gründen abhängt. Von ähnlichen Neigungen wird nun unsere logische Einbildungskraft allenthalben beherrscht. Nichts ist gewöhnlicher, als daß, wer vom Viereck spricht, eigentlich das Parallelogramm meint, ja oft genug das Quadrat; eine sehr natürliche Ungenauigkeit des Ausdrucks; denn die Phantasie, welche zu dem Begriff eine Anschauung wünscht, aber doch nur ein Bild auf einmal festhalten kann, wählt das logisch vollendetste; und in der That, sowohl durch wachsende Ungleichheit der Seiten als durch die der Winkel nähert sich allmählich immer mehr das Parallelogramm der Endform der geraden Linie, in welche alle vier Seiten zusammenfallen. Die Betrachtung natürlicher Gegenstände bezeugt dieselbe Neigung; als typische und ausdrucksvollste Beispiele jeder Gattung erscheinen uns immer diejenigen Arten, in welchen alle einzelnen Merkmale die höchsten Werthe erhalten, welche ihre von der Gattung vorgeschriebene Verknüpfungsweise ihnen erlaubt, in denen mithin kein Merkmal einseitig hervortritt, keines bis zum Nullwerth herabgedrängt ist, alle vielmehr so viel als möglich in gleichmäßiger Stärke ausgebildet sich zu dem Eindruck eines festen Gleichgewichts des Ganzen vereinigen.

134. Ich wiederhole hier eine frühere Bemerkung: ich besorge nicht, daß man diese Schätzung der Höhe der Arten als der Logik fremd tadeln werde; ihr Mangel besteht vielmehr darin, daß sie von unzureichenden logischen Gesichtspunkten aus sich nicht hinlänglich an die Natur ihrer Gegenstände anpaßt. Fassen wir uns kurz: dieses Gleichgewicht der Merkmale, welches wir eben schilderten, für die Bedingung der größten Vollkommenheit einer Art zu halten, ist die Meinung, auf die wir aus rein logischen Gründen kommen müssen, so lange uns eine sachliche Kenntniß fehlt, welche aus der wesentlichen Bestimmung der classificirten Gattung einen anderen Maßstab für den steigenden Werth ihrer Arten ableiten könnte. In der Natur der Dinge kann es liegen, daß eine Gattung M dazu bestimmt ist, eben jenes Gleichgewicht der Merkmale nicht festzuhalten, sondern durch Verminderung des einen und Uebersteigerung des andern in eine andere Gattung N überzugehen;

dann werden ihre Arten um so vollkommener sein, je näher sie diesem Uebergange liegen, der sie ihrer eigenen Gattung entzieht. Diesen Gedanken einer zu erreichenden Bestimmung, durch welche die Gattungen über ihr eigenes Wesen fortwährend hinausgetrieben werden, findet man in die bedeutendsten Versuche natürlicher Classificationen tief verflochten; ich führe ihn deshalb absichtlich hier ein, um seine Bedeutung für die Logik, welcher er an sich ganz fremd ist, zu erwähnen. Von dem Begriffe des Triebes haben wir früher die Vorstellung der hervorbringenden Wirksamkeit, von dem des Zweckes die der Absicht abgesondert; wir sondern ebenso hier von dem Begriffe der Bestimmung die Vorstellung der Verpflichtung ab. Es entgeht Niemand, daß durch diese Abtrennung der ganze eigenthümliche Sinn dieser drei Begriffe sich überhaupt verflüchtigt; aber eben dies ist es, was wir beabsichtigen. Gar nicht jenen Begriff der Bestimmung selbst führen wir in die Logik ein, sondern eben nur den des logischen Verhältnisses, das seinem wesentlichen Inhalt zu Grunde liegt, und zu dessen bildlicher Bezeichnung er selbst, als ausdrucksvollstes Beispiel, sich unserem Sprachgebrauch aufdrängt. Eine Bestimmung nun, welche erreicht werden soll, unterscheidet sich von einem Endzustande, der nur thatsächlich durch eine Veränderung erreicht wird; dort enthält der Merkmalbestand, welcher das erreichte Ziel kennzeichnet, auch für alle früheren Stufen der Entwicklung den gesetzgebenden Grund für den Zusammenhang der Merkmale und für die Richtung, in der sie sich verändern; ein Endzustand dagegen läßt möglich, daß die zu ihm führenden Vorgänge bunt abwechselnd, rechtläufig und rückläufig, kreuz und quer verlaufen. Achtet man hierauf, so ist es nicht mehr zweifelhaft, welchen rein logischen Sinn es hat, wenn wir von einer Bestimmung sprechen, welcher die einzelnen Gattungen sich zu nähern haben. Bisher haben wir als das letzte gesetzgebende Formprincip, welches in einer Reihe von Arten herrscht, den eigenen Gattungsbegriff M dieser Arten angesehen, und diejenige Art mußte dann die vollkommenste sein, welche diesen Gattungsbegriff im schönsten Gleichgewicht seiner Merkmale darstellt; jetzt hat eine der Logik ursprünglich fremde Betrachtung erinnert, daß es auch anders sein kann, daß der wahrhaft bestimmende Grund für die Bildung der Artenreihe von M nicht in dem Gattungstypus von M selbst liegen muß, so daß man ihn in M entdecken könnte, wenn man dies M allein,

in dem bloßen Bestande seiner Merkmale, ins Auge faßt; daß vielmehr die Bildung dieser Gattung ihre richtige Deutung erst dann erhalte, wenn man sie selbst mit einer andern N, in welche sie übergeht, und einer dritten L, aus welcher sie durch ähnlichen Uebergang entstanden ist, endlich diese wieder mit ihren Vorgängern und Nachfolgern vergleicht; erst aus dieser Vergleichung ergebe sich die Richtung, nach welcher innerhalb einer höheren Gattung Z, die jene alle, L M N, als Arten einschließt, der Fortgang vom Unvollkommenen zum Vollkommenen stattfinde; in der Artenreihe jeder einzelnen Gattung M werden dann diejenigen Glieder die höchsten sein, die am weitesten in dem Sinne der Richtung fortgeschritten sind, in welcher sich der ganze Typus der Gattung M innerhalb der höheren Z nach dem vollständigsten Ausdruck dieses Z hin entwickelt. Es bleibt übrig zu zeigen, daß diese Gedankenreihe, auf welche wir jetzt durch einen äußerlichen Anstoß uns bringen ließen, ohnehin an dieser Stelle aus den einheimischen Bedürfnissen der Logik entspringt.

135. Aber dieser Nachweis ist kaum noch nöthig. Wir haben gesehen, daß wir den Allgemeinbegriff, der eine Anzahl Einzelner unter sich befaßt, nur aus der Vereinigung ihrer bleibenden und gemeinsamen Merkmale erzeugen konnten; dann: daß diese beständige Merkmalgruppe Bestandtheile von sehr verschiedenem Werthe enthalten konnte; um diejenigen auszusondern, welche nicht nur thatsächlich bleiben, sondern die bedingende Regel für die Fügung aller einschließen, mußten wir das gefundene Allgemeine mit anderen Allgemeinen vergleichen, Arten mit Arten; was dann in diesem größeren Wechsel dennoch fest bei einander blieb, das erschien uns als das wahre Wesen einer Gattung M, nach dessen mehr oder minder vollkommener Verwirklichung die Höhe der Arten von M abzumessen war. Aber dieses Verfahren hat keinen natürlichen Abschluß; dieselben Zweifel erneuern sich immer wieder; auch in dem Bestande des M werden die Merkmale ungleichwerthig sein; die maßgebenden wird man von den unwesentlichen nur unterscheiden, wenn man abermals M mit L und N vergleicht, aus dem gemeinsamen Bildungsgesetze, das in ihnen allen sich forterhält, die höhere Gattung Z bildet und den Werth von M L N sowohl als den ihrer einzelnen Arten nach dem Maße bestimmt, in welchem sie dies Bildungsgesetz Z verwirklichen, nicht aber nach dem Maße, in welchem jede Art nur

das speciellere Gesetz ihrer eigenen nächsten Gattung zum Ausdruck bringt. Und dieser Fortschritt geht ins Endlose oder so weit, bis es uns gelungen wäre, ein höchstes Ideal A aufzufinden, welches diejenige Verknüpfungsweise des Mannigfachen darstellte, die allen Gattungen des Wirklichen und des Denkbaren als gemeinsame Pflicht obläge; aus diesem A würde sich eine classificatorische Entwicklung ableiten lassen, welche den ganzen Weltinhalt aus sich hervortriebe, und diese allein würde, wenn sie möglich wäre, die logische Bürgschaft dafür bieten, daß in der gesammten Artenreihe jede an den bestimmten Platz gerückt würde, der ihr durch den Grad, in dem sie das Wesentliche verwirklicht, zwischen allen ihren Verwandten zukäme. So führt diese Aufgabe natürlicher Classification von selbst über die vereinsamte Behandlung einer besonderen Aufgabe zur systematischen Gliederung unseres gesammten Denkinhaltes. Und diesem Antriebe sind in der That die bedeutendsten Versuche immer gefolgt. Wollte man die aufsteigende Entwicklungsreihe der Pflanzen oder der Thiere darstellen, oder die geschichtlichen Ereignisse, denn auch auf das Geschehen erstreckt sich der Anspruch dieser Denkform: immer mußte man sich darüber rechtfertigen, warum man diesen, nicht jenen Maßstab für die Abschätzung des zunehmenden Werthes der einzelnen Glieder befolgte, und immer fand man zuletzt diese Rechtfertigung nur in den allgemeinsten Anschauungen über den Sinn alles Seins oder Geschehens, die man ausdrücklich an die Spitze der ganzen Untersuchung stellte, oder unausgedrückt als leitendes Princip hindurchfühlen ließ.

136. Die natürliche Classification, um mit diesem hergebrachten Namen das nun geschilderte Verfahren zusammenzufassen, unterscheidet sich also von der combinatorischen oder künstlichen durch die Berücksichtigung der gegenseitigen Determination der Merkmale, die in jener nur nebenbei Beachtung fand, in der Gestalt ihres Erfolges aber durch die Form der Reihe, deren Glieder nicht nur überhaupt nebeneinander gestellt sind, sondern in bestimmten Plätzen aufeinander folgend aus dem Umfang oder dem Herrschaftsgebiet des einen Artbegriffes in das Gebiet eines andern hinüberleiten; diese Ordnung beginnt mit Gliedern, welche der logischen Bestimmung des ganzen Systems am mindesten entsprechen, und endigt mit denen, deren Merkmalbestand den vollständigsten und reichsten Ausdruck ihrer Erfüllung bildet. Doch ist es nicht

nothwendig, daß immer dieser einfachste Fall stattfinde, den wir hier annehmen, daß nämlich die Reihe nur eine Richtung habe. Zuerst ist in jeder einzelnen Art eine Variation einzelner Merkmale denkbar, durch welche das entscheidende Gefüge der Art, für unsere Einsicht wenigstens, in nichts geändert wird; dann sind die verschiedenen Beispiele dieser Art gleichwerthig, und die Reihe nimmt hier eine Breite durch coordinirte Glieder an, ohne einen Fortschritt in ihrer Länge zu machen. Ebenso ist es ferner möglich, daß eine Art M durch verschiedene oder entgegengesetzte Variationen mehrerer Merkmale nicht nur in eine nächste Art N über-, sondern in mehrere Arten N O Q auseinandergeht, denen sie gleich verwandt ist, und die für den Sinn der Gesammtentwicklung gleichen Werth haben; diese werden dann zu Ausgangspunkten neuer Reihen, die entweder parallel fortlaufen oder irgendwie sich später wieder mit der gemeinsamen Reihe verschmelzen. So ist die Form der natürlichen Classification im Allgemeinen die eines Gewebes oder Systems von Reihen, und nicht einmal der Gipfelpunkt dieses Systems braucht eine strenge Einheit zu sein, denn selbst für die vollendetste Erreichung der logischen Bestimmung bleibt die Möglichkeit verschiedener völlig gleichwerthiger Formen.

137. Da die Gelegenheit es mit sich bringt, erwähne ich noch zwei oft gebrauchte Begriffe, die hier eine logische Erläuterung finden können. Die neue Werthbestimmung der Arten, zu der wir zuletzt kamen, nach dem Maße, in welchem sie sich dem Ziele der Gesammtentwicklung nähern, schließt die frühere nicht aus, welche auf dem Gleichgewicht der Merkmale des nächsthöheren Gattungsbegriffs beruhte. Sie bestehen beide nebeneinander, obwohl die eine der anderen Abbruch thut. Dieser Widerstreit wird in unserer ästhetischen Würdigung der Erscheinungen fühlbar. Jede Art, welche ihre eigene Gattung im festen Gleichgewicht ihrer Merkmale darstellt, macht uns den Eindruck des verhältnißmäßig oder in sich selbst Vollkommenen; sie bildet den Typus der Gattung, welcher nicht die zureichende, aber die unerläßliche Bedingung der Schönheit des Schönen ist und selbst dem an sich Häßlichen die formale Berechtigung erwirbt, als Häßliches in künstlerischer Darstellung nebenher verwandt zu werden. Arten dagegen, welche dies Gleichgewicht der Merkmale zerstören, indem sie einem höheren Ziele sich nähern, als innerhalb ihrer Gattung erreicht werden kann, ge-

währen uns den zweideutigen Eindruck des Interessanten, ähnlich den Dissonanzen, durch welche wir nicht befriedigt, aber auf eine höhere Befriedigung vorbereitet werden. Ideal im Gegensatz zu Typus würde die Erscheinung bedeuten, in welcher das Gleichgewicht der Merkmale, welches dieser verlangt, mit der größten Entwicklungshöhe in Bezug auf die logische Bestimmung glücklich zusammenfällt, eine Möglichkeit, welche logisch nicht ausgeschlossen ist, und welche die Kunst vielleicht in einer ruhigen Erscheinung, wahrscheinlicher nur in einer Situation dieser Erscheinung wird verwirklicht finden oder verwirklichen können.

138. Man wird endlich fragen, wie nun die entwickelnde Classification zu jenem Schlußpunkt gelange, dessen sie bedarf, zu der Gewißheit nämlich, jenes höchste Gesetz, die logische Bestimmung, richtig gefunden zu haben, welche innerhalb ihres gegebenen Gegenstandes oder innerhalb des ganzen Weltinhaltes herrschend ist. Darauf haben wir nur zu antworten, daß auf blos logischem Wege diese Gewißheit zu erreichen ganz unmöglich ist. Die Form der entwickelnden Classification ist, wie alle logischen Formen, selbst ein Ideal, welches von dem Denken verlangt wird, dessen Erfüllung aber, so weit sie möglich, nur von dem Erkennen geleistet werden kann. In der That liegt hier kein Ausnahmsverhältniß vor, welches dieser ersten unserer systematischen Formen zu ihren Ungunsten zur Last fiele. Auch das Urtheil schreibt uns eine Verbindung von Subject und Prädicat vor, die im Denken geleistet werden müsse, sobald der Gedanke sich in seiner Weise dem Verhalten des Gedachten anschließen wolle; so lehrt uns das hypothetische Urtheil: nur durch Hinzufügung einer Bedingung zu dem Subjecte S sei es möglich, ihm ein Prädicat P zuzuerkennen, welches nicht schon in dem eigenen Begriffe des S liege; aber die Logik lehrt nicht, welche Bedingung x nöthig sei, um diesem S dieses P zu erwerben; sie erwartet diese Ausführung ihrer Befehle von der Erkenntniß des jedesmaligen Sachverhaltes. Auch die Theorie der Syllogismen lehrt uns Folgerungen ziehen, wenn die Prämissen gegeben sind, aber sie gibt uns die Prämissen nicht und steht nicht für deren Wahrheit ein, es sei denn, daß sie selbst als Folgesätze aus anderen Prämissen entspringen können; diese letztern dienen dann als das dem Denken Gegebene und führen auf irgend eine Wahrheit schließlich zurück, die nicht wieder logisch ableitbar ist. Ebenso behauptet die natürliche Classification nur dies:

jede Gruppe zusammengehöriger Mannigfaltigkeiten, und, da alles zusammengehört, zuletzt das ganze Reich des Wirklichen und des Denkbaren müsse als ein System von Reihen angesehen werden, in denen Begriff auf Begriff in bestimmter Richtung aufeinander folgt; aber diese Richtung selbst und das höchste in ihr treibende Princip aufzusuchen, überläßt sie den Mitteln der sachlichen Erkenntniß.

---

139. Nicht dieser Vorwurf, aber ein anderes Bedenken nöthigt uns zur Fortsetzung unseres Weges. Man wird es am leichtesten aus der systematischen Stellung der Classification verstehen. Als Anordnung von Begriffen entspricht sie zunächst unserem ersten Hauptheil, der Lehre vom Begriffe selbst; aber eben aus diesem mußten wir zur Betrachtung der Urtheile übergehen, denn der gegebene Wechsel des Denkinhalts war nicht durch Begriffe allein zu fassen, im Gegentheil setzte der Begriff Verhältnisse seiner Merkmale voraus, deren Sinn erst im Urtheil klar zu machen war. Die Classification entspricht ferner der ersten Form der Urtheile, der kategorischen; wie in diesen das Subject seine Prädicate einfach hatte annahm oder verlor, so erscheint hier der gesetzgebende höchste Begriff für sich allein als der Hervorbringer aller seiner Arten, als die Quelle, aus welcher sie e m a n i r e n; aber dem kategorischen setzte das hypothetische Urtheil gegenüber, daß aus einem Subject S allein keine Mannigfaltigkeit entspringt; ebenso werden alle Lehren der Emanation sich die Frage vorlegen müssen, welche zweite Bedingung ihr erstes Princip veranlaßt, sich überhaupt zu entwickeln, und woher ihm die Data kommen, gegen welche zurückwirkend es gerade diese, nicht andere Formen seiner Ausgestaltung annehmen muß. Ein ähnlicher Fortschritt steht uns auch hier bevor; wir können ihn noch in engerem Anschluß an die geschilderten Eigenheiten der Classification vorbereiten. Der künstlichen oder combinatorischen warfen wir vor, daß sie auf unmögliche Glieder führen könne, in der anderen entwickelnden achteten wir um so mehr auf die gegenseitige Determination der Merkmale und nahmen an, daß die Veränderung des einen auf die anderen zurückwirke, daß durch sie ein Begriff in den andern übergeht, daß eine Art dem Begriffe besser als eine andere entspricht. Dies heißt offenbar: der Begriff hängt in der Bildung seiner Arten nicht blos von sich selbst, bildlich gesprochen, von seiner Absicht,

sondern zugleich von einer andern Macht ab, die darüber bestimmt, welche Verwirklichungen seiner Absicht möglich oder unmöglich, mehr oder weniger adäquat ausfallen. Diese Macht haben wir aufzusuchen.

140. Die Aufgaben des Denkens sind erst dann vollständig gelöst, wenn es Formen zur Auffassung alles desjenigen entwickelt hat, was ihm die Wahrnehmung als Gegenstand und Anregung seiner Thätigkeit darbietet. Die Classificationen genügen dieser Anforderung der Umfassung alles Inhalts nicht. Ihr natürlicher Gegenstand sind stets nur die ruhenden Bilder der Gattungen mit ihren festen Merkmalen, die wir zwar in den Wahrnehmungen als stehende Ausgangspunkte mannigfaltiger Beziehungen zu bemerken glauben, die aber weit entfernt sind, die ganze Fülle der Wahrnehmung auszumachen. In dieser systematischen Gliederung, in welcher die Classification uns die einzelnen Gattungen geordnet darstellt, kommen sie in Wirklichkeit nicht vor; sie erscheinen nur, verwirklicht in unzähligen individuellen Beispielen, die durch Zeit und Raum zerstreut, einem beständigen Wechsel veränderlicher Zustände an sich selbst und veränderlicher Beziehungen untereinander unterworfen sind. Geben wir selbst zu, daß die Natur jedes Gattungsbegriffs vollständig das Gesetz enthalte, nach welchem jedes seiner Beispiele sich verhalten wird, w e n n es in diese oder jene Beziehung eintritt, so liegt doch in demselben Gattungsbegriff eben kein Grund für das, was wir hier hypothetisch hinzufügen, weder für das Vorhandensein jenes Beispiels da und zu der Zeit, wo es vorhanden ist, noch für das Eintreten oder Nichteintreten dieser Beziehung. Durch die Form der Classification umfaßt daher das Denken nicht alles, was es umfassen muß; auch das, was hier nur als eine beiläufige Reizung der allgemeinen Begriffe zur Erzeugung dieser oder jener ihrer Arten erscheint, muß als ein wesentlicher Theil in der Gliederung des Ganzen der denkbaren Welt beachtet werden.

141. Diese Betrachtung wird nicht dadurch widerlegt, daß nach einer früheren Bemerkung sich allerdings die entwickelnde Classification nicht auf ruhende Gattungen des Seienden und des Denkbaren, sondern auch auf den Fortschritt des Geschehens erstrecken kann. Was das Geschehen zum Geschehen macht, das Werden des einen Zustandes aus dem andern, entzieht sich auch hier, in den Versuchen zu einer Entwicklung der Geschichte, der logischen Thätigkeit ganz. Das Vergangene

überlegend oder das Zukünftige voraussagend, können diese Speculationen die Bilder gewisser Lagen aufstellen, als augenblickliche Gleichgewichtszustände, die nach ihrer Annahme in dem Flusse des Geschehens auf einander in festgesetzter Reihe zu folgen bestimmt sind; allein wie es zugeht, daß dieser Uebergang geschieht, wissen sie nicht zu sagen. Auch dann nicht, wenn sie die unvollendbare Arbeit übernehmen wollten, den Zwischenraum zwischen zwei solchen Gleichgewichtslagen in unzählige Stufen zu theilen; sie würden von jeder derselben, nachdem sie erreicht ist, zeigen können, daß ihr Begriff eine Vorstufe des Begriffs der folgenden ist; aber sie würden nicht nachweisen können, wodurch der wirkliche Inhalt dieses Begriffes die Wirklichkeit des andern nach sich zieht. Und außerdem muß man hinzubedenken, daß reine Begriffe sich nicht in Wirklichkeit vorfinden oder entwickeln, sondern nur ihre Beispiele, deren jedes eine specifische Bestimmtheit aller seiner Merkmale besitzt, welche sein Allgemeinbegriff zwar zuläßt, aber nicht bestimmt. Was daher in Wirklichkeit durch jenes Werden, das der Classification geheimnißvoll bleibt, entstehen wird, entsteht überdies nicht aus dem Begriff der vorangehenden Stufe, sondern aus dieser bestimmten Verwirklichung desselben, für welche jene Denkform ebenfalls kein Auge hat. Alle die Versuche der alten und der neuen Zeit, den Weltinhalt auf diesem Wege der Emanation aus einem Urbegriffe hervorgehen zu lassen, unterliegen demselben Mangel. Ist jener Urbegriff in der That nur ein reiner Gedanke irgend eines Verhältnisses, das zwischen noch ganz namenlosen Beziehungspunkten stattfinden soll, so können sie aus ihm nur als Möglichkeiten, meinetwegen als nothwendige Forderungen, gewisse ebenso allgemeine Formen ableiten, die in einer zukünftigen Wirklichkeit so oder so auftreten müssen; aber sie haben kein Mittel, dieses So oder So zu entscheiden, und auch sonst kein Mittel zu zeigen, woher die gewünschte Verwirklichung kommen werde. Nehmen sie aber an, daß jener Urgedanke nicht zwischen so namenlosen, sondern zwischen bestimmt gearteten Beziehungspunkten von Haus aus bestehe, und theilen sie ihm selbst den Anstoß zur Entwicklung, der ihnen fehlt, als eine ursprüngliche Unruhe mit, die ihn zur Entfaltung seiner Consequenzen nöthigt, so gestehen sie damit nur zu, daß die volle Gestalt jeder neuen Entwicklungsstufe nicht allein von dem Begriffe der vorigen, sondern von der thatsächlichen und grund-

losen speciellen Gestalt abhängig ist, in welcher bereits dieser Begriff der vorangehenden sich verwirklicht hatte. Das heißt mit anderen Worten: sie geben zu, daß neben ihrer kategorischen Entwicklung durch Emanation des Begriffs aus sich selbst noch eine andere Macht thätig ist: ein hier ganz unbeachtet bleibendes Ganze gesetzgebender hypothetischer Beziehungen, welche gebieten, daß, wenn in einem gegebenen Begriffe die Merkmale thatsächlich einen bestimmten Werth besitzen, und wenn auf diese Merkmalgruppe bestimmte Bedingungen einwirken, dann die Gestalt des aus jenem folgenden neuen Begriffs, der neuen Emanationsstufe, vollständig, aber auch dann erst vollständig bestimmt ist. Vergleichen wir endlich diese Emanationslehre mit dem Verfahren der Subsumptionsschlüsse, so können wir kurz sagen, daß ihr eben die zweite Prämisse mangelt, durch welche jene aus dem allgemeinen Obersatze den vergleichsweis specielleren Schlußsatz erst hervorbringen. Diese hier verschwiegenen, nur vorausgesetzten Nebengedanken hat die Logik ausdrücklich zu ergänzen: sie reicht nicht mit einer Classification von Begriffen aus, sondern muß auch den gesetzlichen Zusammenhang der Urtheile aufweisen, durch welche jene bestimmende Kraft eines vorhandenen Merkmals auf dasjenige ausgesprochen wird, welches aus ihm entstehen soll.

142. Es ist aber nicht nöthig, die Classification nur in ihrem Ungenügen zur vollständigen Auflösung der Denkaufgabe zu schildern; sie muß zur Erreichung ihres eigenen beschränkteren Zieles dieselben verschwiegenen Voraussetzungen machen. Jeden der Gattungsbegriffe, welche sie anordnet, setzt sie nothwendig aus Merkmalen zusammen, welche auch in anderen vorkommen. Denn alle Mühe, eine Stufenleiter der Gattungen L M N zu bilden, wäre verloren, wenn L Merkmale hätte, die nur in ihm, aber sonst in der Welt nicht erhört wären, und M und N sich durch gleiche Originalität auszeichnen wollten. Die Merkmale müssen vielmehr wie überall bereitliegende Bausteine angesehen werden, die, hier so dort anders zubehauen, ein vergleichbares Material darstellen, aus dessen verschiedenartiger Verwendung allein die verschiedenen Gebäude der Begriffe entstehen. Nun spricht aber die entwickelnde Classification von einer wechselseitigen Determination derjenigen Merkmale, welche in demselben Gattungsbegriffe M vereinigt sind; die Aenderung des einen zieht Aenderungen des andern nach sich;

der Fortschritt dieser Aenderungen erzeugt nicht nur die einzelnen Arten der Gattung M, sondern führt über sie selbst auch zur Gattung N hinaus. Welchen Regeln kann diese bestimmende Macht des einen Merkmals über das andere folgen, wenn nicht solchen, die eine allgemeingültige Beziehung zwischen den Naturen dieser Merkmale enthalten, eine Beziehung, welche, da die gegebenen Merkmale selbst über den einzelnen Gattungsbegriff M hinaus Geltung haben, auch von diesem Begriffe M unabhängig sein müssen? Von dem, was diese allgemeinen Gesetze des Zusammenhanges der Merkmale zulassen oder verbieten, ist daher die Bildung, die Möglichkeit und Unmöglichkeit der einzelnen Arten von M, zuletzt die von M selbst durchgängig bedingt. Mithin, um auch nur ihre eigene Aufgabe zu erfüllen, setzt die Classification der Begriffe ein Reich von Urtheilen oder allgemeinen Gesetzen voraus, nach denen sich die Zulässigkeit die Art der Verbindung und die gegenseitige Determination aller Merkmale richtet, die in diesem oder in jedem beliebigen andern Gattungsbegriffe vereinigt werden sollen.

143. Ich habe hier einen scheinbaren Widerspruch zu erwähnen, dessen Beseitigung diese Vorbetrachtung zum Schlusse bringen wird. Diese gegenseitige Abhängigkeit eines Merkmals vom andern verlangten wir schon einmal, bei der Form der Proportion; damals berichtigten wir uns dahin, daß nicht zwischen zwei Merkmalen überhaupt eine constante Beziehung bestehe, sondern der Maßstab ihrer Wechselwirkung erst durch die Natur des Ganzen, an dem sie vorkommen, oder durch den Begriff dieses Ganzen gegeben werde. Hier nun scheinen wir dies zu widerrufen; in Wahrheit bestätigen wir es. Denn eben dies wird uns jetzt deutlich, daß der Inhalt jenes Begriffes, dem wir dort die entscheidende Macht übertrugen, in nichts besteht, als in einer Anzahl von Merkmalen, deren jedes einzeln weiter reicht als dieser Begriff selbst, und die in ihm auf bestimmte Weise verbunden sind. Zwischen diesen Merkmalen sind, wie wir sahen, verschiedene Beziehungen möglich; es kann kommen, daß die Vorstellung des einen die des andern einschließt; dann wird an jedem Subject, dem das erste zukommt, auch das andere sich einfinden; es kann sein, daß zwei Merkmale als conträre und contradictorische Glieder eines ihnen Gemeinsamen einander ausschließen, und dann sind sie an keinem denkbaren Subject vereinbar; zwischen diesen äußersten Fällen liegen mittlere, in denen,

ohne eine ähnliche logische Begründung, uns die Wahrnehmung zwei Merkmale thatsächlich verbunden zeigt, aber der Werth des einen nicht überall einen gleichen Werth des andern bedingt. Diesen Fällen galt unsere frühere Bemerkung; der Grund nun, der diesen Spielraum verengt und die Proportion genau feststellt, nach welcher sich in jedem einzelnen Subject zwei Merkmale determiniren, liegt in der gleichzeitigen Gegenwart aller übrigen Merkmale, in ihren Werthen und in ihrer Verbindungsweise. Was an dem Verhältniß jener zwei unentschieden war, wird entschieden durch die Verhältnisse derselben zu allen übrigen; wo den verschiedenen Gleichungen, durch welche man diese sich ausgedrückt denken kann, nur ein einziger Werth jedes der Merkmale genugthut, ist die Bildung des Ganzen vollständig bestimmt; wo die Anzahl der Gleichungen hierzu nicht genügt, bleibt dies Ganze theilweis noch unbestimmt und stellt einen allgemeinen Begriff dar, in welchem es noch verschiedene mögliche Arten gibt. Der Allgemeinbegriff ist es daher allerdings, der seinen untergebenen Arten die Proportion bestimmt, in der je zwei Merkmale einander determiniren; aber er thut dies nur kraft der geordneten Summe seiner übrigen Merkmale und so weit diese selbst als bestimmtwerthige gegeben sind. In der That ist hierauf unser Verfahren immer begründet gewesen. Wenn wir classificirend aus einem Gattungsbegriffe seine Arten entwickeln wollten, haben wir stets annehmen müssen, einige seiner allgemeinen Merkmale seien der Reihe nach so oder anders bestimmt; dann erst folgte die Bestimmtheit der übrigen, durch die das Bild einer Art im Unterschied von der andern vollendet wurde. Daß aber diese erste Bestimmtheit stattfand, welche die andere nach sich zog, war in dem Gattungsbegriff selbst nur eine Möglichkeit, deren Verwirklichung unabhängig von ihm durch unser Denken gesetzt wurde.

144. Ziehen wir diese Betrachtungen zusammen, so können wir sagen: jedes Einzelne und jede Art einer Gattung ist das, was sie ist, durch das Zusammenwirken der vollständigen Summe ihrer Bedingungen; diese Bedingungen aber bestehen darin, daß eine Anzahl von Elementen oder Merkmalen, welche auch getrennt von einander sein könnten, thatsächlich in einer bestimmten Verbindung gegeben sind, neben der auch andere Verbindungen derselben denkbar sind, und

Größenwerthe besitzen, außer denen sie auch andere haben könnten. Aus dieser gegebenen Vereinigung der Bedingungen folgt nach allgemeinen Gesetzen, die über die Beziehungen jener Elemente gelten, dieses ganz bestimmte Ergebniß; aus einer Veränderung dieser Bedingungen jenes andere anders bestimmte. Jedes dieser Ergebnisse läßt sich, nachdem es da ist, mit anderen vergleichen und sich ihnen als Art den Arten beiordnen oder als Art der Gattung unterordnen; aber man muß diesen Begriffen, die wir bisher als den Schlüssel zum Verständniß des Gefüges ihrer Unterthanen betrachten, nicht eine andere geheimnißvolle Macht der Gesetzgebung zutrauen außer der, kurze Ausdrücke für eine bestimmte Vereinigung trennbarer Bestandtheile zu sein, deren an sich nach allgemeinen Gesetzen überall gleichartige Wechselwirkung durch diese Vereinigung zu diesen, durch eine andere zu anderen Folgen führt.

145. Die Umkehrung der gesammten logischen Auffassung, welche in diesen Betrachtungen liegt, ist deutlich; sie tritt in der modernen Wissenschaft als die logische Form der erklärenden Theorie der Form der Classification gegenüber, welche einseitig das Alterthum beherrschte. Ich überlasse der angewandten Logik alles, was über die Methoden zu sagen ist, welche diese Wendung unserer Gedanken zur Ausführung ihrer Aufgabe erzeugen muß, und beschränke mich hier auf die kurze Hervorhebung der Züge, durch welche sich die logische Auffassung des Weltinhalts, wenn sie im Sinne dieser Theorien erreicht wäre, von jener der Classification unterscheiden würde. Es ist vor allem nicht mehr von einer kategorischen Emanation alles Denkbaren und Wirklichen die Rede, welches aus irgend einem Anfangspunkte, nur getrieben von dem dort enthaltenen Plane einer Entwicklung, aber ohne Beihülfe anderer Bedingungen hervorginge; die Form der Wissenschaft wird wesentlich hypothetisch. Sie erzählt nicht, was ist und geschieht, sondern sie bestimmt, was sein und geschehen muß, wenn bestimmte Bedingungen gegeben sind; ob dagegen überhaupt und in welcher Reihenfolge oder Verknüpfung diese Bedingungen vorkommen, diese Frage schließt sie aus dem logischen Gebiet aus und überläßt sie der erfahrungsmäßigen Erkenntniß, welche diese Thatsachen als Anwendungsbeispiele der Theorie herbeibringen wird. Ich lasse ferner hier dahingestellt, auf welche Weise sich diese

Theorie der allgemeinen Gesetze bemächtigt, nach welchen sie entscheidet, daß überall, wo ein bestimmter Kreis von Bedingungen gegeben sein möchte, nur eine bestimmte Folge und keine andere entstehen müsse; es reicht jetzt hin zu bemerken, daß sie überhaupt von diesem Gedanken eines Gesetzes ausgeht, welches die bestimmte Folge einer bestimmten Bedingung allgemein feststellt. Das will sagen: überall, wo die Bedingung $a + b$ sich findet, folgt aus ihr nur c, und die Natur des Gegenstandes, an dem $a + b$ vorkommt, hat nicht die Macht, dieser Bedingung unmittelbar eine andere Folge zu geben, als dieses c; sie kann dies nur, sobald außer $a + b$ sich in ihr noch andere Bedingungen $a + d$ vorfinden, deren Zusammenwirken mit $a + b$ gleichfalls nach einer allgemeinen Nothwendigkeit, die von der Natur dieses Gegenstandes ganz unabhängig ist und für jeden andern ebenso gelten würde, die Veränderung von c in γ befiehlt. In diesem neuen Erfolge γ ist dann die Wirksamkeit des Gesetzes, welches c an $a + b$ knüpfte, nicht aufgehoben, sondern unverändert mit enthalten; denn für sich allein würde $a + d$ nicht γ, sondern δ erzeugt haben.

Auf der Grundlage dieser allgemeinen Gesetze beruht der mechanisirende Charakter, den diese Theorien sich selbst zum Ruhme anrechnen, von ihren logischen Gegnern als Tadel angerechnet erhalten. Der Neigung, welche eine Reihe von Erscheinungen organisch, wie man sagt, aus dem Sinne eines Gedankens herleiten will, der sich in ihnen entwickle, treten sie mit der Behauptung gegenüber, der bloße Sinn, der sich entwickeln will, erzeuge nichts, sondern alles sei nur, sobald die vollständige Summe der Bedingungen gegeben sei, von der es nach allgemeinen Gesetzen als nothwendige Folge abhänge; als Ergebniß dieser Bedingungen allein müsse man es betrachten, und die Erklärung bestehe nur darin, ein Gegebenes in seiner ganzen vollständigen Bestimmtheit als die unvermeidliche Folge der Anwendung allgemeingeltender Gesetze auf ebenso bestimmte gegebene Umstände aufzuweisen. Mit dieser logischen Gesinnung, die wir am meisten ausgesprochen in den mechanischen Naturwissenschaften finden, sind die erklärenden Theorien dem Gebrauch und der Aufsuchung allgemeiner Gattungsbegriffe sowie dem Unternehmen von Classificationen abgeneigt; sie würden eine Erscheinung so lange für nur wahrgenommen, aber unbegriffen ansehen, als sie sich nur auf die Eigenthümlichkeit,

durch die ein Begriff sich gegen den andern abschließt, und nicht auf die Vorschriften eines allgemeinen Bedingungsrechtes zurückführen ließe, das für allen Denkinhalt und alles Wirkliche gleichmäßig verbindlich ist; ihr Stolz besteht darin, der Gattungsbegriffe und ihrer Stellung in einem Classensystem nicht zu bedürfen, sondern zu zeigen, daß man mit jeder Erscheinung, wohin sie auch ihrem Sinn nach gehören möge, fertig werden könne, sobald man die Summe der in ihr verbundenen Beziehungspunkte kenne; denn alles, was ist, sei lediglich ein Beispiel dessen, was da werden muß, wenn die allgemeinen Gesetze auf diese oder jene bestimmte Gruppe gegebener Elemente angewandt werden. Und selbst mit dem kann die erklärende Theorie sich nicht begnügen, was man als äußerstes Zugeständniß ihr zuweilen entgegenstellt: alles folge zwar allgemeinen Gesetzen, aber jedes Gebiet der Wirklichkeit doch seinen eigenen, und die Gesetze des Lebendigen, des Geistigen, seien andere als die des Unlebendigen und Materiellen. Selbstverständlich ist es freilich, daß diejenigen speciellen Gesetze, welche sich, als nächsthöhere allgemeine Regeln, am engsten an den Inhalt und die Gestalt gegebener Erscheinungen anschließen, verschieden sind je nach der Verschiedenheit der Subjecte, deren Verhalten sie ausdrücken; aber nur zwei Welten, die einander nichts angingen und aus deren einer keine Wirkungen irgend welcher Art in die andere hinüberliefen, könnten auf zwei höchsten, von einander unabhängigen, Gesetzen beruhen; wer von Einer Welt spricht, welche jene verschiedenen Gruppen sich entwickelnder Dinge und Ereignisse einschließe, muß von Einem für alles Wirkliche gültigen Gesetze oder Einem zusammengehörigen Gesetzkreise ausgehen, aus dem alle speciellen Gesetze der verschiedenen Gebiete als particulare Fälle hervorgehen, sobald man ihm nacheinander, als eine Reihe verschiedener zweiter Prämissen, die Bedingungen unterordnet, durch welche sich die Naturen der in den einzelnen Gebieten wirksamen Subjecte unterscheiden.

146. Gemäß der Theilung der Aufgaben, die ich mir vorgenommen, habe ich in der letzten Darstellung noch keines der Mittel der Untersuchung erwähnt, deren die erklärende Theorie sich bedient, theils um jene allgemeinen Gesetze zu finden, denen sie jeden zusammengehörigen Kreis von Inhalt unterwirft, theils um in der Mannigfaltigkeit des Gegebenen das innerlich Zusammengehörige selbst erst

zu entdecken, das eine gemeinsame Unterordnung unter dieselben Obersätze verträgt oder fordert. Ich behielt es der angewandten Logik vor, mit größtmöglicher Freiheit der Bewegung diese Anstrengungen zu verfolgen; die systematische Uebersicht der Denkhandlungen, deren Abschluß wir uns nun nähern, hatte nur die Gestalt ins Auge zu fassen, welche die erklärende Theorie dem Zusammenhange alles Denkbaren zu geben wünscht, und welche, wenn es gelänge, sie in der That allem Denkbaren zu geben, als das erreichte letzte Ziel aller Bestrebungen des Denkens erscheinen würde. Ueber dieses letzte Ziel aber theile ich nicht die herrschende Ueberzeugung der Gegenwart. Fast nur in der Form der erklärenden Theorie bewegen sich die wissenschaftlich thätigen Kräfte unserer Zeit; das spät erst zur Klarheit gekommene Bewußtsein des in ihr zu befolgenden Grundsatzes unterscheidet mächtig alle moderne Wissenschaft von der des Alterthums und des Mittelalters, die von ihr entwickelten Methoden der Untersuchung bilden den werthvollen Schatz, durch welchen die Erkenntnißkunst der neuen Zeit die der antiken Philosophie überflügelt. Daß gleichwohl die Ueberzeugung, mit dieser Form des Denkens am Ende aller Wünsche zu sein, nicht allgemein ist, beweist der unablässige Widerstand, der ihrer ausschließlichen Herrschaft über alles Denkbare entgegengesetzt wird. Betrachten wir diesen Widerstand zuerst in den kenntlichen Gestalten, die er in der Gesammtheit unserer Weltauffassung annimmt, so werden wir den Rest rein logischen Bedürfnisses aus ihnen ablösen können, welchen die erklärenden Theorien unbefriedigt zurücklassen.

---

147. Am deutlichsten tritt die ästhetische Abneigung künstlerisch gestimmter Gemüther gegen die Behauptung hervor, nur allgemeinen Gesetzen sei alles Seiende unterworfen, und jedes Einzelne nur das, was es nach diesen Gesetzen werden mußte, wenn Bedingungen, die sich auch anders hätten fügen können, in einer bestimmten thatsächlichen Form sich zusammengefügt haben. So meint man die Schönheit des Schönen nicht fassen zu können; nur dann scheint sie von Werth, und das zu sein, was sie ist, wenn die Endgestalt, die wir bewundern, das Ergebniß einer einheitlichen Macht ist, aus der sie zwar auch als unvermeidliches Ergebniß, aber nicht nur als solches, sondern als die Erfüllung und Erscheinung eines lebendigen Triebes

hervorgeht; sie schiene unverständlich zu werden, wenn sie nur der Glücksfall einer Harmonie zwischen zufällig zusammengerathenen Bestandtheilen wäre. Ich habe anderswo zu zeigen versucht, daß dieser Einwand der Aesthetik verfehlt ist, wenn er dazu übergeht, die allgemeine Macht der erklärenden Theorie oder des Mechanismus zu leugnen. Zufällig ist im Sinne dieser Theorie das Zusammenkommen der verschiedenen bedingenden Elemente niemals; es ist überall die nothwendige Folge der vorangegangenen Weltzustände; so führt nach rückwärts uns diese Ueberlegung entweder zu irgend einer Combination der Elemente, die wir als den Anfangszustand der Welt ansehen; und nichts hindert dann die Annahme, in dieser Combination, die denkbar auch eine andere hätte sein können, habe der bewundernswürdige Keim der Schönheit gelegen, dessen einheitliche Macht, durch allen mechanischen Zusammenhang der Folgezustände hindurchwirkend, die Schönheit der einzelnen Erscheinungen als einzelne Zeugnisse seiner selbst hervortreibe. Oder wenn wir den schwierigen Gedanken eines Anfangszustandes vermeiden wollen, so hindert uns nichts, in einem beliebigen Zeitpunkt einen Durchschnitt gleichsam durch die Breite des Weltlaufs zu legen und anzunehmen, daß die Combination aller in gleichem Augenblick in ihm wirksamen Kräfte, eben weil sie diese ist und keine der andern denkbaren, die sie hätte sein können, den einheitlichen Grund aller jener einzelnen Schönheiten bildet. Diese Annahme würde alles einschließen, was unser ästhetisches Gefühl für nothwendig hält, um die Würde der Schönheit zu sichern; sie würde nur den Ort etwas verändert haben, in welchem sie jene einheitlich treibende Macht fände; nicht mehr ganz auf sich beruhend läge diese Macht in dem einzelnen Schönen; sie führe zwar fort in ihm selbst wirksam zu sein, doch nur als Nachwirkung eines Allgemeinen, das alle Einzelheiten durchdringt. Diese Verschiebung des Ursprungs der Schönheit aber widerstrebt den Bedürfnissen der Aesthetik nicht; anderseits die mechanische Theorie, da sie irgend einen gegebenen Thatbestand voraussetzen muß, an dem sich die Folgerichtigkeit der allgemeingesetzlichen Entwicklung vollzieht, hat kein Interesse, ihn lieber sinnlos als sinnvoll, lieber unvernünftig als vernünftig, lieber als Grund eines zwecklosen, denn als den eines zweckmäßig zusammenstimmenden Weltlaufs zu denken. Eins aber liegt gleichmäßig in jener Forderung der Aesthetik und in diesem

Zugeständniß der erklärenden Theorie: die zweiten Prämissen, welche wir den allgemeinen Gesetzen unterordnen und durch die wir die Thatbestände bezeichnen, auf welche sich die Aussprüche der Gesetze anwenden sollen, können nicht so zufälliger Herkunft sein, wie sie uns allerdings erscheinen, wenn wir, in der Untersuchung eines einzelnen Inhaltsgebietes begriffen, sie aus ihrem Zusammenhang untereinander gerissen haben; sie selbst müssen systematisirt werden und Glieder eines Ganzen bilden, des Ganzen, welches alle wirklichen Anwendungsobjecte jener allgemeinen Gesetze umfaßt. Nicht in hypothetischer Form sollen die Untersätze unserer Weltbetrachtung eine Menge unzusammenhängender Möglichkeiten denken, deren jede, *wenn* sie einträte, in Folge der allgemeinen Gesetze zu einem bestimmten Erfolge führen würde, sondern assertorisch müßten sie jede einzelne dieser Möglichkeiten, die eintritt, von denen, die nicht eintreten, als ein berechtigtes, an bestimmte Stelle gehöriges Glied der geordneten Gesammtreihe des Wirklichen vorführen.

148. Theils bestätigt theils weiter umgeformt wird diese Forderung in Folge metaphysischer Bedenken. Denn was hieße es doch, auf der einen Seite ein Reich allgemeingültiger Gesetze annehmen, auf der andern eine Summe von Wirklichem, das sich ihnen fügt, wenn zwischen diesen beiden kein weiteres Verhältniß stattfände und diese Unterwerfung begreiflich machte? Und worin anders könnte diese Unterwerfung bestehen, als darin, daß das Verhalten, welches jene Gesetze vorschreiben, von allem Anfang an eine thatsächliche Eigenschaft alles Wirklichen selbst, ein constantes Merkmal desselben ist neben den verschiedenen oder veränderlichen Merkmalen, durch die sich ein Wirkliches vom anderen unterscheidet? Niemals läßt sich doch eine Wahrheit *anwenden*, wie wir zu sagen pflegen, auf einen Inhalt, der ihr nicht von selbst entspricht; jede Anwendung ist nur die Anerkennung, daß das, was wir anwenden wollen, die eigene Natur dessen ist, in Bezug auf welches die Anwendung stattfinden soll. Constante Verhaltungsweisen nun, die in jedem Wirklichen vorkommen, lassen sich aus einer beschränkten Anzahl von Beobachtungen gewinnen, und da sie nun in unserem Denken als Erwartungen, die sich bestätigen werden, den weiteren Beobachtungen vorangehen, so erscheinen sie leicht als etwas, was auch der Natur der Sache nach in

selbständiger Geltung dem vorangehe, woran es sich für uns aufs Neue bestätigen wird; daher jener wunderliche Sprachgebrauch, der die allgemeinen Gesetze als für sich herrschende Mächte ansieht, denen alles Wirkliche, woher es auch kommen und was es immer sein mag, späterhin sich zu unterwerfen genöthigt ist. Vermeiden wir nun dies Mißverständniß und verknüpfen wir, was wir an seine Stelle setzen, mit dem, was aus unserem ästhetischen Bedürfniß floß, so verlangen wir jetzt als den einzigen und einheitlichen Gegenstand unseres Denkens ein Seiendes, welches, nicht in Folge eines noch höheren Gesetzes, sondern weil es das ist, was es ist, zugleich der Grund der allgemeinen Gesetze ist, nach denen es überall sich verhalten wird, und zugleich der Reihenfolge der einzelnen Wirklichkeiten, die nachher uns sich diesen Gesetzen unterzuordnen scheinen werden. Ich beabsichtige nicht, diesen Gegenstand hier zu erschöpfen, und gehe über manche Schwierigkeiten hinweg, deren einige wir später innerhalb dieser logischen Untersuchungen selbst, andere im Zusammenhange der Metaphysik zu erwägen haben werden; es genügt mir, die logische Gedankenform zu verfolgen, welche das Streben nach Befriedigung des geschilderten Bedürfnisses suchen müßte.

149. Sie wird nicht mehr ganz die des früheren Schlusses sein. Das allgemeine Gesetz, welches in diesem der Obersatz voranstellte, wird als latentes, stillschweigend überall mitgedachtes, aufhören, diese ausgezeichnete Stelle des wesentlich bestimmenden Gliedes einzunehmen; an seine Stelle tritt die allgemeine Natur des in der Welt sich entwickelnden Gesammtinhalts. Und diese Natur wird nicht aufgefaßt als der ruhende Inhalt einer Idee, der fremder Bedingungen bedürfte, um in Bewegung zu gerathen, sondern als begriffen in einer Bewegung, die mit zu dem gehört, was dieser Inhalt ist, und ohne die er nicht sein würde, was er ist; in jedem Augenblick aber ist die einzelne Gestalt, welche dieser bewegte Inhalt annimmt, abhängig von seinem bleibenden Sinne und der bleibenden Richtung seiner Bewegung einerseits, und von dem bestimmten Orte oder dem bestimmten Ergebniß seiner Entwicklung, zu dem er bis dahin, nicht durch fremde Bedingungen, sondern durch seine eigene Bewegung gekommen ist. Es würde nicht unmöglich, sondern nur weitläufig sein, den wesentlichen Sinn dieser Vorstellungsweise auszudrücken, ohne den Begriff

der Bewegung einzumischen; wir würden auf die Forderung einer Idee kommen, unter welcher alle Wirklichkeit als das System ihrer Arten und Unterarten befaßt ist; aber die Unterschiede und die Rangordnung dieser Arten würden nicht nach unabhängig von jener Idee vorgefundenen Merkmalen und deren Modificationen bestimmt; sie selbst vielmehr würde den Grund des Vorhandenseins dieser Merkmale, der möglichen Eintheilungen derselben und der Werthordnung der so entstehenden Varietäten, mithin den ganzen Grund ihrer eigenen classificatorischen Gliederung in sich selbst enthalten. Am kürzesten fassen wir uns in die Formel: die gesuchte Denkform solle nur einen Obersatz für alle ihre Schlüsse haben, und dieser die Bewegung des gesammten Weltinhalts ausdrücken; die veränderlichen Untersätze aber lasse sich dieser Obersatz nicht anderswoher geben, sondern erzeuge sie selbst als die nach seiner eigenen Consequenz nothwendigen und vollständigen Variationen seines Sinnes, und lasse so in geordneter Reihe die unendliche Anzahl der Schlußsätze hervorgehen, die zusammengenommen die entwickelte Wirklichkeit bilden, welche der Obersatz in Gestalt eines entwicklungsfähigen Princips gedacht hatte.

150. Man kann nicht sagen, daß der Trieb, das Ganze unserer Gedankenwelt nach diesem Muster zu gliedern, dem unbefangenen Lauf unseres Denkens fremd sei; er ist vielmehr zu allen Zeiten wirksam gewesen, und jedesmal, wenn in mehr oder minder vollkommener Form sich eine Weltbetrachtung nach der mechanischen Weise der erklärenden Theorien entwickelte, ist er dieser in der immerwiederkehrenden Forderung einer Auffassung der Welt und aller Dinge als einer lebendigen Entwicklung gegenübergetreten. Denn das Lebendige ist die Erscheinung, in der wir die Erfüllung der gemachten Ansprüche vollkommen verwirklicht zu sehen glauben; so wie hier der ursprüngliche Typus des Organismus zur wirkenden Macht wird, die sich selbst die Anreize und die Bedingungen ihrer folgerechten Entwicklung erzeugt, so sollte das Ganze der Welt von innen heraus sich die Gelegenheiten hervorbringen, die zur allmählichen Verwirklichung seines Gesammtinhaltes als nothwendige Bedingungen gehören. Was an diesem Glauben an die selbständige Entwicklung des einzelnen Lebendigen irrig ist, braucht hier nicht berührt zu werden; genug, daß es

auf ausdrucksvolle Weise uns das zu sein scheint, was wir suchen. An dieses Bild hat sich auch stets die Lehre angeschlossen, die zum letzten Mal in unserer Zeit sich ausdrücklich zu dem Streben bekannte, aus der Einheit einer sich selbst entwickelnden und die Bedingungen ihres Fortschritts sich selbst erzeugenden Idee die Gesammtheit des Weltinhaltes entstehen zu sehen. Denn nicht selbst wollte diese Philosophie Hegel's, nicht als untersuchendes und überlegendes Subject, nicht durch die Mittel eines verständigen oder discursiven Denkens, durch Unterordnung selbständiger zweiter Prämissen unter allgemeine Obersätze, eine Ableitung des Weltinhaltes aus jenem einen Princip vollbringen; nur zusehen wollte sie, wie aus eigener Triebkraft der Idee diese Entwicklung erfolgt. Und für dieses anschauende, im ursprünglichen Sinne des Wortes speculative Denken glaubte sie in der dialektischen Methode die Leitung gefunden zu haben, welche in jedem Falle dem Blicke des Schauenden die wahre Richtung nach der sich vollziehenden Entwicklung gibt. Ich beharre darauf, in dieser Uebersicht der logischen Formen noch von den Ausführungsmaßregeln zu schweigen, durch welche ihre Anwendung auf den denkbaren Inhalt gesichert werden kann, und ich überlasse deshalb, was von jener Methode als Methode zu sagen ist, einem späteren Zusammenhange; aber zur Bezeichnung dieser letzten Gestalt, die wir allem Denkinhalt zu geben wünschen, eigne ich mir den Gegensatz zwischen Speculation und erklärender Theorie an und nenne die Form des speculativen Denkens dies dritte Glied, mit welchem die Reihe der alles umfassenden systematischen Denkformen endet.

151. Und doch fühle ich, daß ich nicht ganz so kurz abschließen darf; auf eine schon früher gemachte Bemerkung muß ich noch einmal zurückkommen. Alle Denkformen, die wir betrachten, sind Ideale; sie bezeichnen die Endgestalten, welche das Denken dem geringeren oder größeren Inhalte seiner Betrachtung zu geben wünscht, oder geben zu können wünscht, um durch ihn, durch den Nachweis der Zusammengehörigkeit alles Zusammenseienden, in seinem eigenen Streben befriedigt zu sein; alle diese Ideale verlieren nichts an ihrer Gültigkeit dadurch, daß es dem menschlichen Wissen nicht gelingt, ihnen jeden gegebenen Inhalt zu unterwerfen. Nicht in jedem Erscheinungskreis sind wir vielleicht im Stande, die allgemeinen Gesetze zu entdecken,

die ihn beherrschen, und wenn wir sie entdeckt hätten, gelänge es uns vielleicht nicht, jeden Einzelfall ihnen so unterzuordnen, daß die Nothwendigkeit einer gegebenen Folge daraus einleuchtete. Aber wir würden unsere Forschungen nach dieser Richtung nicht rastlos fortsetzen, wenn wir nicht überzeugt wären von der allgemeinen Geltung dieses Princips der erklärenden Theorie und davon, daß die Gültigkeit desselben unabhängig von der Möglichkeit bestehe, sie mit den Mitteln unserer Erkenntniß an jedem denkbaren Inhalte zu bewähren. Vielleicht ist die Form des speculativen Denkens noch ungünstiger gestellt; vielleicht reichen überhaupt die Bedingungen, die dem menschlichen Denken gestellt sind, nicht dazu hin, um auch nur in wenigen, auch nur in einem Falle wirklich auszuführen, was hier angestrebt wird: immer wird auch dieses Ideal in verbindlicher Kraft bleiben und die Gestalt bezeichnen, durch welche, wenn man sie ihm geben könnte, der Gesammtinhalt der Gedankenwelt alle Ansprüche des Denkens voll befriedigen würde. Ihre berechtigte Stelle in der systematischen Reihe der Denkformen hat daher auch diese; daß sie zugleich das Endglied der Reihe ist, bedarf eines Beweises nicht: sie hat keine unverbundene blos zusammenseiende Mannigfaltigkeit übrig gelassen, sondern alles in jene Zusammengehörigkeit verbunden, deren Nachweis das beständige Ziel alles Denkens war. Zugleich aber weist sie über das logische Gebiet hinaus. Der erklärenden Theorie konnte es noch so vorkommen, als besäße sie in allgemeinsten Gesetzen, die das Denken aus sich allein erzeugt, einen Rechtsgrund, um über das Verhalten des Wirklichen im voraus zu entscheiden; die Speculation leugnet diese Berechtigung nicht, aber indem sie alles, die Macht dieser allgemeinen Gesetze selbst, die Richtung, welche die Entwicklung des Weltinhaltes nimmt, und die Einzelformen, welche in Folge dieser beiden in jedem Augenblicke das Wirkliche annimmt, einzig und allein in der Natur des *Inhalts* eines höchsten Princips begründet sein läßt, deutet sie an, daß die endliche Erfüllung alles logischen Strebens nicht durch neue logische *Formen*, sondern nur durch sachliche *Erkenntniß* dessen möglich sein würde, was sie als höchstes sich selbst entwickelndes Princip voraussetzt.

Indem ich diese Darstellung schließe, bin ich mir ihrer Abweichung von den Lieblingswegen der Gegenwart wohlbewußt. So sehr sind wir gewöhnt, uns Geschichten erzählen zu lassen und durch wahre oder erträumte Entstehungsweisen irgend eines Gebildes unsere Wißbegier befriedigt zu fühlen, daß auch die Logik von psychologischen Begründungen und Ableitungen ihrer Lehren überschwillt; veraltet fremdartig und unverständlich dagegen erscheint jeder Versuch, die Formen des Denkens in eine Reihe zu ordnen, deren Fortschrittsgesetz in der Natur seiner Aufgaben und nicht in der Ordnung liegt, in welcher die zur Lösung derselben nöthigen Aeußerungen der geistigen Thätigkeiten in der Entwicklung des einzelnen Seelenlebens hervortreten. Ich lasse mir gefallen und wünsche, daß man in der Wahl meiner Darstellungsweise den vorauswirkenden Einfluß der idealistischen Philosophie erkennt, zu der sie einleiten soll; ich fürchte nicht, durch diese Wahl den Inhalt der logischen Wahrheiten getrübt zu haben, welche für alle Ansichten gleichmäßig feststehen müssen.

Zweites Buch.

Vom Untersuchen.

(Angewandte Logik.)

Vorbemerkung.

152. So sehr sind wir gewöhnt, unsere Gedankenwelt in Gegensatz zu einer äußeren Wirklichkeit zu setzen, daß nur eben diese scheint gemeint sein zu können, sobald von einem Gegenstande die Rede ist, auf welchen die Formen unseres Denkens Anwendung finden sollen. Die Erinnerung an die Naturwissenschaften, die einen so großen Ausschnitt an dem wissenschaftlichen Gesichtskreis der Gegenwart einnehmen, bestärkt uns in dieser Meinung; die andere Erinnerung an Mathematik und Jurisprudenz ist geeignet, sie zu erschüttern. Aus der äußeren Wirklichkeit empfängt die Mathematik weder ihre Gegenstände noch die Methoden ihrer Bearbeitung; nur Anlässe gibt ihr das von dorther Kommende, ihre Untersuchung nach dieser oder jener Richtung zu wenden; aber die wahren Objecte ihrer Betrachtung sind immer nur die Gebilde, welche unsere Anschauung oder unser Denken in sich selbst vorfindet oder erzeugt, und an welche die Erscheinungen der Außenwelt, immer nur annähernd, uns erinnern; und ihre Beschäftigung besteht darin, nach Gesetzen der Beurtheilung, die ebenfalls keiner äußern Erfahrung entnommen sind, die unzähligen denknothwendigen Folgen zu entwickeln, die aus den mannigfaltigen möglichen Combinationen jener inneren Gebilde entspringen. Und kurz ist diese Entwicklung nicht; von selbst, so daß es nur der zuschauenden Aufmerksamkeit bedürfte, haben sich diese Consequenzen nicht vor uns entrollt; zu allen Zeiten hat sich vielmehr die Logik an die gleichalterige Mathematik gewandt, um Beispiele feiner tiefsinniger und wirksamer Untersuchungsmethoden zu finden; ein deutliches Zeichen davon, daß das Denken Gelegenheit zur Arbeit genug findet, auch wenn es, von einer fremden Außenwelt noch absehend, nur die Natur seiner eigenen Gebilde ergründen will. Der Jurisprudenz gaben allerdings die Ver-

hältnisse der irdischen Wirklichkeit, in welche der Mensch mit seinen Bedürfnissen und Ansprüchen verwickelt ist, die Veranlassung der Entstehung; aber zu ordnen sucht sie diese Wirklichkeit und unsere Beziehungen zu ihr durch Satzungen, die, obwohl der Natur gegenüber Erzeugnisse der Willkür, dennoch die nothwendigen Folgen von Ideen des Rechts und der Billigkeit sind, Folgen einer seinsollenden Wahrheit, die nur in unserem Geiste selbst ihre Heimat hat. Nichtsdestoweniger ist auch hier logischer Scharfsinn beständig beschäftigt, immer genauer und untadelhafter den Zusammenhang der einzelnen gefundenen Folgerungen unter einander und mit jenen höchsten Principien darzulegen, aus denen sie fließen. Beide Wissenschaften beweisen mithin, daß die Logik, um Gegenstände ihrer Anwendung zu haben, sich nicht an eine äußere Wirklichkeit zu wenden braucht, daß sie übergenug Arbeit findet, wenn sie den Zusammenhang des Denkbaren und Denknothwendigen durchforscht, daß endlich die innere Welt unserer Vorstellungen ausgedehnt genug ist, um unbekannte Gegenden zu enthalten, die mit den Mitteln einer geordneten Untersuchung noch zu entdecken sind.

153. Mit dieser Vorstellungsweise kann man sich nun zu den Naturwissenschaften zurückwenden. Gegenstand unserer Forschung wird auch die vorausgesetzte Außenwelt doch nur so weit, als sie auf irgend einem Wege, der uns hier nichts angeht, zu einer Welt von Vorstellungen in uns geworden ist; wir betrachten zergliedern und untersuchen nicht jenes Unsichtbare, das außer uns liegen mag, sondern das sichtbare Bild, das sich von ihm in unserem Bewußtsein entwirft. Welche gesetzlichen Zusammenhänge wir auch immer, als Ergebniß einer langen Arbeit, zwischen den unbekannten Bestandtheilen dieses unbekannten Aeußern glauben annehmen zu müssen: alle diese Behauptungen gründen sich doch immer auf die nicht minder gesetzlichen Beziehungen, die zwischen den Inhalten unserer Vorstellungen entweder ein für allemal bestehen, oder veränderlich wechseln. Was auch immer die hervorbringenden Ursachen dieses Wechsels sein mögen, die Gesetze, nach denen er erfolgt, können wir immer nur aus seinem Inhalt selbst, aus der Reihenfolge erkennen, in der bestimmte Vorstellungen in unserem Bewußtsein auf bestimmte folgen, aus der beständigen Verknüpfung einiger, der Unvereinbarkeit anderer. Auch für

die Betrachtung der Außenwelt reicht es daher hin, sie zunächst als eine irgendwie in uns begründete Vorstellungswelt anzusehen; gleichviel, ob die Erscheinungen, die uns umgeben, einer wirklichen Welt äußerer Dinge entsprechen, oder ob sie Erzeugnisse einer schöpferischen, von unbekannten Antrieben geleiteten Einbildungskraft in uns selbst sind, die Entdeckung des Zusammenhanges zwischen ihnen wird immer dieselben Methoden der Untersuchung nöthig machen. Diese Auffassung wünsche ich, bei dem Uebergang zur angewandten Logik, festgehalten zu sehen. Sie soll indessen nur hier, am Anfang, die systematische Stellung der folgenden Betrachtungen bezeichnen; innerhalb dieser selbst thun wir der gewohnten Vorstellungsweise keinen Zwang an; möge man immerhin die Anstrengungen des Denkens hier auf eine wirkliche Außenwelt bezogen denken; nur wenn man findet, daß auf das Verhältniß dieser Welt zu unserem Vorstellen noch gar keine Rücksicht genommen wird, möge man hiervon die Rechtfertigung in dem Inhalt dieser kurzen Vorbemerkung finden, das Eingehen aber auf den Sinn der hier abgelehnten Frage in dem dritten Theile dieser ganzen Darstellung erwarten.

Erstes Kapitel.

Die Formen der Definition.

154. Innere Zustände, Empfindungen und Vorstellungen, Gefühle und Strebungen, lassen sich nicht nach der Weise von Stoffen überliefern, die ablösbar von dem ersten Besitzer und fertig von Hand zu Hand gereicht werden; wir theilen sie nur mit, indem wir das Gemüth des Andern unter Bedingungen versetzen, unter denen er genöthigt sein wird, sie von neuem selbst in sich zu erfahren oder zu erzeugen. Geradezu auf Herstellung äußerer Bedingungen der Wahrnehmung würden wir angewiesen sein, wenn es sich um die erste Mittheilung eines noch unbekannten Inhalts handelte, der zu einfach wäre, um durch Denken erzeugt, oder zu verwickelt, um durch dasselbe erschöpft zu werden. Hätte die Seele des Andern noch nie Licht gesehen, Töne gehört oder sinnlichen Schmerz empfunden, so bliebe uns nur übrig, sein Auge in den Bereich einer Lichtquelle zu bringen, Schallwellen auf sein Ohr zu leiten und durch einen auf seinen Körper ausgeübten Reiz ihn das Wehgefühl erleben zu lassen, das wir selbst auf keine andere Weise kennen gelernt hatten. Wünschen wir ihm eine noch ihm unbekannte Person kenntlich zu machen, so wird die Beschreibung der zahllosen kleinen Merkmale, die sie von anderen unterscheiden, immer unsicher sein, aber der hinweisende Finger wird ihm genau diejenige zeigen, die wir meinen. Daß überall da, wo sie überhaupt anwendbar ist, diese unmittelbare Hinweisung auf den Gegenstand selbst oder auf eine ähnliche Abbildung desselben nützlich bleibt, bedarf nur dieser Erwähnung. Für die Fragen aber, welche uns hier angehen, machen wir eine doppelte weitere Voraussetzung: zuerst die eines reichlichen Besitzes früherer Erlebnisse, die denen gemeinsam sind, zwischen welchen eine Mittheilung stattfinden soll, dann die einer für beide Theile verständlichen Sprache,

mit deren einzelnen Worten, in großer Ausdehnung wenigstens, das Bewußtsein beider dieselben einzelnen Vorstellungsinhalte verknüpft. Durch die Reihenfolge der gesprochenen Worte rufen wir dann in der Erinnerung des Andern die mit ihnen verbundenen Vorstellungen in derjenigen Ordnung hervor, die für ihn die innere Bedingung ist, das Mitzutheilende in seinem eigenen Bewußtsein zu erzeugen oder zu erfahren.

155. Auch diese Mittheilungsform schließt noch manches ein, was unsere logische Betrachtung nur nebenher beachten kann. Poesie und die Beredsamkeit des Lebens suchen beide auf diesem Wege nicht nur Vorstellungsgebilde mitzutheilen; sie rechnen darauf, daß an diese vorgeführten Bilder sich Gefühle der Lust und Unlust, der Billigung und Mißbilligung, der Begeisterung und des Abscheus anknüpfen werden. Die Wirkungen, die sie so erzeugen, sind mächtig, aber unsicher. Denn für die blos vorstellende Auffassung von Thatbeständen zwar sind die verschiedenen Seelen gleichmäßig genug organisirt und ihre allgemeinen Gewohnheiten des Wahrnehmens ändern sich nicht; in der Schätzung der Gefühlswerthe dagegen, die wir dem Wahrgenommenen beilegen, macht sich nicht nur die ursprüngliche Verschiedenheit der geistigen Temperamente, sondern auch die Veränderlichkeit der augenblicklichen Stimmung gelten, die von dem eben Erlebten abhängig ist. Schon den wirklichen Thatsachen kommen daher Verschiedene mit sehr ungleicher Empfänglichkeit entgegen; noch weniger können wir hoffen, durch die stets unvollständige Erinnerung, welche an diese Thatsachen die Rede zu erwecken vermag, in Andern genau dieselbe Gemüthsbewegung wieder zu erzeugen, in die sie uns versetzt hatten. Inwieweit kunstvolle Lenkung des Vorstellungslaufs und wohlabgemessener sprachlicher Ausdruck die Zweideutigkeit des Erfolgs zu mindern dienen, mögen Poetik und Rhetorik lehren; unsere eigene Aufgabe beschränken wir enger auf die Mittheilung nur dessen, was in uns aus einem Zustande, den wir leiden, sich schon zu einer Vorstellung abgeklärt hat, die wir fassen: der Gedanken also, nicht der Gefühle und Stimmungen.

156. Die Sicherheit auch dieser Mittheilung scheint dadurch gefährdet, daß dieselben Worte doch nicht immer dem Sprechenden und dem Hörenden dasselbe bedeuten. Gibt es doch, noch abgesehen von später entstandenem Gleichklang ursprünglich verschiedener Wurzeln, in

jeder Sprache der Worte viele, die mehrere sehr verschiedene Gegenstände bezeichnen; allerdings in Folge einer Aehnlichkeit, die diese Dinge untereinander haben, aber doch einer Aehnlichkeit, die nicht immer dem, welcher sich der überlieferten Worte bedient, noch eben so bemerklich ist, wie dem ersten Urheber so übertragener Bedeutungen. Und selbst diejenigen Namen, mit denen alle dasselbe bezeichnen, verbürgen nicht eine gleiche Auffassung des Bezeichneten in allen; die besonderen Umstände, unter denen jeder Einzelne zur Kenntniß der Sache kam, der eigenthümliche Standpunkt, von dem aus er sie zuerst ins Auge faßte, die Verknüpfung mit anderen, in der er sie fand und aus welcher er sie lösen mußte, geben seiner Ansicht von ihr eine eigenthümliche Färbung und machen ihn zu anderen Folgerungen geneigt, als derjenige erwartete, der durch Nennung des gemeinschaftlich gebrauchten Wortes dem Gedankengang eine bestimmte Richtung zu geben dachte. Es ist unmöglich, diese Thatsachen zu leugnen, gefährlich, sich ganz sorglos über sie hinwegzusetzen, aber doch auch ungeschickt, sie zu übertreiben; der Verkehr des Lebens beweist hinlänglich, in wie ausgedehntem Umfange trotzdem die Sprache zu voller Verständigung über die verschiedensten Gedanken hinreicht. Gewiß werden Vorstellungen übrig bleiben, deren genaue Mittheilung schwierig ist; aber beständen diese Schwierigkeiten nicht, so hätte es ja keinen Werth, Regeln zu suchen, nach denen durch passende Benutzung unzweideutiger Worte die Zweideutigkeit anderer zu beseitigen und ihr Inhalt identisch für jeden Mitsprechenden festzustellen ist. Dem freien Scharfsinn des Mittheilenden bleibt hier überlassen zu beurtheilen, welche Worte für zweifellos genug gelten können, um andere zu erläutern; aber wie weit man auch das Bedürfniß noch empfinden mag, in diesem Geschäft zurückzugehen und zuvor die Mittheilungsmittel eindeutig zu machen, deren man sich bedienen will: immer wird man nur zwei Wege betreten können, den der Abstraction und den der Construction.

157. Wir verdeutlichen den Inhalt eines Begriffes M durch Abstraction, indem wir zuerst auf eine Anzahl bekannter Beispiele hinweisen, in deren jedem M mitgedacht wird, dann aber von diesen Beispielen das abzusondern befehlen, was zu dem mitzutheilenden Inhalte des M nicht gehört. Auf diesem Wege sind ursprünglich alle unsere allgemeinen Begriffe und Vorstellungen entstanden; die einen,

indem das Gemeinsame vieler Eindrücke sich von selbst zum Gegenstand einer neuen gesonderten Vorstellung heraushob, die anderen, indem eine nachdenkende Aufmerksamkeit diesen Vorgang mit Absicht leitete. Und auf denselben Weg kommen wir alle im Falle des Bedürfnisses zurück; der logisch Ungebildete, wenn er, die alte Klage des platonischen Sokrates, die Frage, was er unter M verstehe, nur mit den Beispielen beantwortet, in denen er M mitdenkt, dem Fragenden aber die Mühe überläßt, ihr Gemeinsames, von dem die Rede sein sollte, von Nichtzugehörigem zu sondern. Aber auch der logisch geschulte Verstand verfährt nicht anders; wie sauber auch der Ausdruck, den er dem Allgemeinen gibt, nur dessen eigenen Inhalt, ohne Erinnerung an einzelne Beispiele, enthalten mag: gewonnen ist doch dieser Ausdruck durch eine in der Stille ausgeführte Vergleichung vieler Einzelfälle. Nur diese Vergleichung lehrt uns, welche Merkmale des M vollständig bestimmt sein müssen, damit der Ausdruck seines Begriffs alles ausschließe, was ihm fremd ist; welche anderen Merkmale man unbestimmt zu lassen hat, um in M alles einzuschließen, was ihm als Beispiel zugehört; nur die Thatsache endlich, daß Beispiele überhaupt sich finden lassen, überzeugt uns davon, daß dies M, um dessen Feststellung wir uns bemühen, einer Feststellung fähig ist, daß es eine Aufgabe bedeutet, die im wirklichen Vorstellen sich auflösen läßt, nicht ein Hirngespinst widersprechender Bestandtheile, deren Vereinigung man zwar in Worten fordern, aber in der That nicht ausführen kann.

158. In jedem Falle bleibt es daher nützlich, diesen Weg der Abstraction zu betreten und Begriffsbestimmungen, die man auf andere Weise gefunden hätte, wenigstens nachträglich durch Aufweisung ihrer Beispiele zu beglaubigen. Ausschließlich anwendbar ist dies Verfahren überall, wo es sich um Festsetzung der einfachsten Begriffe handelt, die einem zusammengehörigen Kreise von Vorstellungen zu Grunde liegen. Sie kann man nur aufweisen, indem man von ihren bekannten Anwendungsbeispielen alles abzieht, was nicht zu ihrer Bedeutung gehört, aber man kann sie niemals aus Bestandtheilen zusammensetzen, welche sie nicht besitzen. Die auf diesen unmöglichen Zweck verschwendete Mühe endet immer mit dem fehlerhaften Cirkel, der unter den Mitteln, die er zum Aufbau brauchen will, eben das, was aufzubauen war, ganz und vollständig, wenn auch versteckt unter fremdartigen Bezeichnungen,

voraussetzt. So sind in unserer Vorstellung des Werdens ohne Zweifel die Vorstellungen des Seins und des Nichtseins als zwei zusammengehörige Beziehungspunkte verbunden; wer aber das Werden als Einheit beider bestimmen wollte, würde nicht zum Ziele kommen. Er würde zuerst verpflichtet sein, die bestimmte Bedeutung festzustellen, die hier die an sich sehr vieldeutige Bezeichnung der Einheit haben soll. Sie kann nicht das bloße Zusammensein der beiden Vorstellungen des Seins und des Nichtseins in demselben Bewußtsein meinen, denn zu offenbar ist das Werden der Inhalt einer Beziehung, die zwischen den Inhalten beider stattfindet. Vereinigen wir aber Sein und Nichtsein an irgend einem mit sich identischen Subject als zugleich und in gleicher Weise gültige Prädicate, so erreichen wir nicht das Werden, sondern sehen uns blos der Unmöglichkeit gegenüber, diese sich widersprechende Aufgabe im Denken wirklich auszuführen. Trennen wir darum Sein und Nichtsein des Subjects wieder und lassen das eine von ihm gelten, wenn das andere nicht gilt, so schließt auch dieser Wechsel das Werden nicht ein; es fällt zwischen beide Zeitpunkte und liegt in keinem von beiden. Man wird daher beide wieder aneinander rücken; aber so lange sie außereinander bleiben, wird auch das Werden außer ihnen liegen; man wird es nur erfassen, wenn man es weder im Sein noch im Nichtsein, noch in einer ruhenden Einheit beider, sondern nur in dem Uebergang von einem zum andern sucht. In dieser Vorstellung des Uebergangs aber, oder in jeder anders ausgedrückten, die man ihr substituiren möchte, wird man, nur unter anderem Namen, den wesentlichen Sinn unserer Vorstellung vom Werden wiedererkennen. Völlig eigenartig, wie sie ist, kann daher diese Beziehung zwischen Sein und Nichtsein nur durch sich selbst gedacht, nur aus den Beispielen, in denen sie mitgedacht wird, abgesondert, aber nicht durch Zusammensetzung aus Vorstellungen, in denen sie noch nicht enthalten wäre, erzeugt werden. Ganz dieselben Betrachtungen gelten von den gleich einfachen Begriffen des Seins des Wirkens des Vorstellens der Bejahung der Verneinung; und ganz in der dargestellten Weise bestimmt die euklidische Geometrie die Fläche als Grenze des Körperraums, die Linie als Grenze der Fläche, den Punkt als Grenze der Linie, indem sie jedesmal die einfachere Vorstellung, deren Auffassung schwieriger ist, durch Abstraction des nicht zu ihr Gehörigen aus der zusammengesetzteren

finden lehrt, welche der Anschauung näher liegt oder eben vorher bestimmt worden ist.

159. Das entgegengesetzte Verfahren würde den Namen der Construction ganz nur dann verdienen, wenn es ihm gelänge, aus einer bestimmten Anzahl eindeutiger Theilvorstellungen durch eine Reihe gleichfalls eindeutig bestimmter Denkhandlungen, die es an ihnen vorzunehmen beföhle, den mitzutheilenden Inhalt vollständig zusammenzusetzen. Fast nur die mathematischen Begriffe und einige, die aus den Anwendungen der Mathematik entspringen, Begriffe, die als Erzeugnisse unseres Denkens nur enthalten, was dieses in ihnen vereinigt hat, sind dieser Behandlung wirklich fähig. Sie sind es, weil die Theilvorstellungen, die zu dem gemeinten Ganzen gehören, sich vollzählig angeben lassen und weil nicht blos jede derselben, sondern auch jede der Verbindungsweisen, die zwischen mehreren stattfinden sollen, außer der qualitativen Beschaffenheit, durch die sie sich von andersgearteten unterscheidet, auch noch die Angabe des Maßes gestattet, durch welches sie von andern ihres Gleichen unterscheidbar ist. Nichts bleibt daher hier unbestimmt, was bestimmt sein sollte; und wer der gegebenen Anweisung folgt, muß vor seinem Bewußtsein das zu erzeugende Bild mit demselben Grade der Individualität oder Allgemeinheit entstehen sehen, mit welchem der Mittheilende es zu überliefern strebte. Beziehen sich dagegen unsere Mittheilungswünsche auf Gegenstände der Wirklichkeit, so begegnen sie bekannten Schwierigkeiten. Nicht aus einer begrenzten Anzahl von Beziehungspunkten, die man in Verbindungen von ebenso begrenzter Zahl zu bringen hätte, sondern aus unzähligen Theilvorstellungen besteht das Vorstellungsbild eines wirklichen Gegenstandes; und diese Theilvorstellungen sind unvergleichbar, so weit sie verschiedenen Sinnen angehören, selbst die gleichartigen aber nur durch allgemeine Namen zu bezeichnen, genauen Maßbestimmungen schwer zugänglich, die Verbindungen endlich zwischen allen diesen Elementen unübersehbar, überhaupt wahrnehmbar nur so weit sie in äußerlicher räumlichzeitlicher Anordnung bestehen, und auch dann wegen mangelnder Kenntniß eines durchgreifenden Bildungsgesetzes auf keinen zusammenfassenden Ausdruck zurückzubringen. Solcher Fülle gegenüber schwächt sich die Construction zur Beschreibung ab. Diese, wenn sie ihre Aufgabe versteht, wird sich zuerst bemühen, die großen Umrisse des

ganzen mitzutheilenden Inhaltes festzustellen, sei es, daß sie dies noch durch eine einfache Construction leistet, oder daß sie von bekannten ähnlichen Inhalten als Gleichnissen ausgeht und durch nachträgliche Veränderung und Verschiebung, durch Hinwegnahme einzelner und Hinzufügung anderer Züge, aus diesen den Grundriß ihres mitzutheilenden Bildes zu Stande bringt. In ihn wird dann die Fülle der Einzelmerkmale eingetragen, niemals vollständig, denn sie pflegt unermeßlich zu sein, sondern mit geschickter Auswahl derjenigen, von denen zu hoffen, daß ihre Erwähnung die Aufmerksamkeit sogleich bestimmen wird, auch die unerwähnten aus eigener Erinnerung zu ergänzen. Wie große Wirkungen prägnantester Anschaulichkeit die Poesie auf diesem Wege erzeugt, bedarf nur dieser Erinnerung; ebenso deutlich aber ist die Unsicherheit dieses Erfolges. Die Ergänzungen des Nichterwähnten fallen in jedem andern Gemüth anders aus; wäre es ausführbar, die verschiedenen Gesammtanschauungen sichtbar zu machen, welche dieselbe Beschreibung in verschiedenen Hörern erweckt, so würden ihre Abweichungen die Unzulänglichkeit jeder Beschreibung zur Begründung bestimmter auf sie zu stützender Folgerungen beweisen. Für wissenschaftliche Zwecke bedarf daher die Beschreibung einer Regelung ihres Verfahrens, welche sie in der Definition findet.

160. Man pflegt zur Definition eines Begriffes M die Angabe seines nächsthöheren Gattungsbegriffs G, des genus proximum, und die des charakteristischen Merkmals d, der differentia specifica, zu verlangen, durch welche sich M von andern Arten des G unterscheidet. Durch die Forderung des Gattungsbegriffes G wird der willkürliche und launenhafte Gang der Beschreibung eingeschränkt; ihr stand es frei, an jedem beliebigen Punkte ihres Gegenstandes zu beginnen und ihm, nach welcher Richtung sie immer wollte, die übrigen Punkte nach und nach anzureihen, wenn sie sich nur zutrauen durfte, am Schlusse ihres Verfahrens das deutliche Bild des Gemeinten zu liefern. Ohne die Anwendung vieler Allgemeinbegriffe würde indessen auch sie nicht zum Ziele kommen; anstatt diese nun willkürlich zu wählen, verlangt die Definition, daß man von demjenigen Allgemeinen ausgehe, in welchem der größte Theil der zu leistenden Constructionsarbeit schon fertig und vollzogen vorliegt, und welches, durch einen eindeutigen Namen sprachlich bezeichnet, in jedem Bewußtsein als eine bekannte Anschauung

vorausgesetzt werden kann, geeignet als Grundriß für die Einzeichnung der Einzelmerkmale zu dienen, durch welche das mitzutheilende Bild vollendet wird. Bezeichnet man uns ein noch nie gesehenes Geschöpf als Vogel, so gibt dieser Allgemeinbegriff uns mit einem Male die deutliche Vorstellung einer Anzahl untereinander auf charakteristische Weise verknüpfter Glieder und zugleich der besonderen Art der Beweglichkeit und des lebendigen Gebrauchs, zu dem sie dienen; in diesen Grundriß tragen wir leicht die weiteren besonderen Merkmale ein, denn er selbst bestimmt die Stellen, an die jedes gehört. Wir würden dagegen nie eine gleich deutliche Vorstellung des unbekannten Geschöpfes erhalten, wenn wir sie aus den Urbestandtheilen zusammensetzen sollten; endlos würde die Arbeit sein, alle verschiedenfarbigen Punkte seiner Gestalt nach Lage und dem Maß ihrer Verschiebbarkeit aufzuzählen, so daß daraus auch nur das anschauliche Sinnesbild derselben entstände; noch endloser wäre es, an dies Bild die Eigenthümlichkeiten der Lebensweise und des Benehmens zu knüpfen, die alle, wenn nicht zur Anschauung, so doch zur Vorstellung des zu schildernden Thieres gehören. Man begreift also den Werth der Abkürzung, welche durch den Ausgang von einem als bekannt annehmbaren Allgemeinbegriffe entsteht; man begreift ebenso, daß nun zum Ausgangspunkt nicht mehr irgend ein höheres Allgemeine, sondern ausdrücklich nur das genus proximum zu wählen ist, welches sich durch den Bestand und die Verbindung seiner Merkmale am engsten an den zu definirenden Begriff anschließt und mithin für jede der letzten Determinationen, die diesen endgültig bestimmen, den Punkt, an welchem, und die Art, in welcher sie anzubringen ist, eindeutig vorschreibt. Von einem höheren Allgemeinen als von diesem ausgehend, würden wir nicht nur die noch zu leistende Arbeit wieder vermehren, auf deren Abkürzung die Definition zielte, sondern auch den Erfolg gefährden. Denn eine ganze Reihe weiterer Merkmale würden wir jetzt hinzufügen müssen, um auf dem weiten Wege von jenem unbestimmteren Allgemeinen bis zu unserem speciellen Gegenstande herab alles Fremdartige auszuschließen, und jedes neue Merkmal würde eine neue Fehlerquelle öffnen, denn kaum ausführbar ist es, die Art und Weise, in der jedes sich den früheren anschließen soll, völlig genau zu bestimmen, ohne sich auf eine Anschauung zu berufen, die man hierüber in jedem Bewußtsein schon voraussetzen darf.

Wir würden daher auf diesem Wege jenes genus proximum in der Bestimmtheit und Sicherheit nicht wieder erzeugen, in welcher wir es, sogleich seinen Namen nennend, in der Erinnerung hervorrufen können, und deren es bedarf, um als Grundriß für die Einzeichnung der letzten Charakteristik des mitzutheilenden Begriffes zu dienen. Was wir so erreichten, würde mehr oder weniger ein Räthsel sein. Denn wenn wir Räthsel aufgeben, verfahren wir so: an ein sehr unbestimmtes Allgemeine, an ein Etwas überhaupt, befehlen wir unmittelbar Prädicate anzuknüpfen, die nur an einem sehr bestimmten Einzelsubject vereinbar sind, und überlassen nun dem Scharfsinn, dies Subject oder zunächst das genus proximum zu finden, welches diese Vereinbarkeit begründet.

161. Bisher galt uns die Definition als methodische Beschreibung. Sollte sie dies bleiben, so müßte sie von M vollständig die Modificationen p^1 q^1 r^1 angeben, in welchen M die allgemeinen Prädicate P Q R seiner Gattung G enthält. Anstatt dieser Vielheit verlangt die gewöhnliche Vorschrift der Definition nur die Bezeichnung des einen Merkmals d, der specifischen Differenz, durch die sich M von allen andern Arten der Gattung G unterscheidet. Die Definition stellt sich hiermit offenbar eine beschränktere und darum ausführbarere Aufgabe als die Beschreibung; sie will nicht mehr den ganzen Gehalt des M positiv darstellen, sondern nur das Kennzeichen namhaft machen, durch welches M von allem sich abgrenzen läßt, was nicht M ist; hierauf beruhen die Namen definitio und *ὁρισμός*, beide nur Abgrenzung des einen vom andern verlangend. Und hierauf muß in der That die allgemeine Aufgabe der Definition beschränkt werden. In den weiteren Anwendungen des Denkens macht sich allerdings der Trieb gelten, nicht nur zu unterscheiden, sondern das Unterschiedene vollständig zu erkennen; dann macht man gesteigerte Ansprüche an die Definition; dann will man als specifische Differenz nur eines jener wirklich artbildenden Merkmale zulassen, dessen Vorkommen einen entscheidenden Einfluß auf die Modificationen hat, in welchen auch alle übrigen, von der Definition verschwiegenen, Merkmale des Allgemeinen G dem Definiendum M zukommen. Diese hohen Forderungen sind jedoch ganz nur am Ende einer Untersuchung erfüllbar, welche uns M völlig kennen gelehrt hat und darum die Aufgabe übrig läßt und möglich macht, einen abschließen-

den und classischen Ausdruck seines Inhalts festzusetzen. Aber außer dieser gibt es nicht minder dringliche andere Aufgaben; für den Beginn einer theoretischen Untersuchung, die eine Anzahl von M gültiger Sätze noch finden will, für ein praktisches Verhalten, das an ein gegebenes Verhältniß M ihm angemessene Folgen knüpfen soll: für beide ist es von äußerster Wichtigkeit und ist zunächst auch nur dies von Wichtigkeit, daß unzweideutig und leicht erkennbar der Umfang jenes M abgegrenzt werde, von welchem die zu behauptenden Sätze oder die zu treffenden Entscheidungen gelten sollen. Hierzu reicht jedes Merkmal d, auch das unbedeutendste hin, sobald es nur wirklich ein ausschließliches Kennzeichen des M ist. In dem ersten Falle, dem einer theoretischen Untersuchung, wird dann der weitere Fortgang dieser selbst entweder den Grund kennen lehren, welcher die Gültigkeit einer Reihe von Sätzen an dies unscheinbare Merkmal d knüpft, oder er wird zeigen, daß deren Geltung weitere oder engere Grenzen hat, d folglich nicht die passende Charakteristik ihres Subjectes war. In dem anderen praktischen Falle wird man vorher, da wo es sich noch de lege ferenda handelt, die ganze volle Bedeutung eines Rechtsverhältnisses zu erwägen haben, von dem das zu gebende Gesetz gelten soll; wer aber die lex lata auszuführen hat, verlangt mit Recht, daß eben diese Vorerwägung ihr die Gestalt einer Definition gegeben habe, die nicht durch das tiefsinnigste, sondern durch das am leichtesten erkennbare Merkmal d die Fälle, in denen eine Entscheidung gelten soll, von denen unterscheidbar macht, in welchen sie nicht gelten soll. Man übersieht diese unabweisbaren Aufgaben angewandter Logik, wenn man zu geringschätzig von dieser hergebrachten Form der Definition denkt, und man mißversteht den guten Sinn vieler Beispiele derselben in praktischer Philosophie und Jurisprudenz, wenn man in ihnen anstatt der Kennzeichen eines Begriffs M, welche sie geben wollen und vollständig geben, eine unzulängliche Bezeichnung des ganzen Inhalts von M sieht, welche zu liefern sie überhaupt nicht beabsichtigen.

162. An diese Bemerkungen schließt sich bequem die Erwähnung des Unterschiedes, den man, nicht ganz übereinstimmend, zwischen nominaler und realer Definition macht. Namen lassen sich aussprechen oder übersetzen, definiren aber können wir immer nur ihren Inhalt: unsere Vorstellung nämlich von dem, was sie bezeichnen sollen; die

Sache anderseits ist ebensowenig selbst in unserem Denken vorhanden, sondern nur das Vorstellungsbild, das wir von ihr entworfen haben. Beide Arten der Definition scheinen daher dasselbe bezeichnen zu müssen, und in der That trifft dies für alles zu, was außerhalb unserer Gedanken keine Wirklichkeit hat und dessen ganzer Inhalt deshalb durch das erschöpft wird, was wir von ihm vorstellen. Von einer geometrischen Figur gibt es keine reale Definition, die von der nominalen noch unterschieden wäre; jede richtige, die wir geben, drückt zugleich die ganze Natur dessen, was hier die Sache ist, und zugleich die ganze Bedeutung des Namens aus. In anderen Fällen bedeutet jedoch der Unterschied beider Definitionsweisen etwas, was der Mühe werth ist. Nennen wir die Seele das Subject des Bewußtseins, des Vorstellens Fühlens und Wollens, so kann dies schicklich eine nominale Definition heißen: wir machen damit die Bedingung namhaft, welche irgend ein Reales erfüllen muß, um Anspruch auf den Namen einer Seele zu haben. Wer aber oder was nun dasjenige ist, was durch seine eigenthümliche Natur diese Bedingung zu erfüllen im Stande wäre, bleibt völlig dahingestellt; erst eine Ansicht, welche bewiese, daß entweder nur ein übersinnliches und untheilbares Wesen oder nur ein verbundenes System materieller Elemente den Träger des Bewußtseins und seiner mannigfachen Erscheinungen bilden könne, würde die reale Definition der Seele festgestellt haben. Eine nominale Definition gab Kant von der Schönheit, als er sie nicht in der Angemessenheit des schönen Gegenstandes zu irgend einem Begriff, nicht in seiner Fähigkeit, ein Begehren in uns zu befriedigen, sondern in seiner unmittelbaren und auf kein Interesse bezogenen Wohlgefälligkeit fand; die reale Definition würde die bestimmten Verhältnisse zwischen mannigfaltigen Beziehungspunkten oder Bestandtheilen nachweisen müssen, die jeden Gegenstand, in dem sie vorkommen, zur Erregung jenes Wohlgefallens befähigen. Allgemein also: wenn entweder die Erfahrung uns eine Merkmalgruppe pqr häufig vorkommend und beständig beisammen bleibend vorführt, oder wenn irgend ein Zusammenhang unserer Untersuchungen uns veranlaßt, sie zusammenzusetzen und in ihr einen Gegenstand weiterer Fragen zu sehen, so bilden wir zuerst für sie einen Begriff M, dessen nominale Definition immer möglich sein wird, weil sie nur jene Prädicate, die uns zur Schaffung seines Namens bewogen, oder die Leistung zu bezeichnen hat,

die wir von dem so benannten Gegenstande erwarten. Aber die reale Definition wird nicht immer möglich sein; denn nichts verbürgt, daß wir nicht in M Merkmale vereinigt haben, deren Verknüpfung wir zwar aus irgend einem Grunde glaubten voraussetzen oder wünschen zu dürfen, ohne daß sich doch etwas auffinden ließe, worin sie wirklich verbunden vorkämen oder verbindbar wären. Da es ein häufiger Irrthum ist, diese bloße Bezeichnung einer Aufgabe, die wir gelöst sehen möchten, für die Lösung selbst anzusehen, so ist die Unterscheidung beider Definitionsarten eine nützliche Warnung.

163. Drei Fehler sind zu vermeiden, welche die Definition unzulänglich machen. Ihre Behauptung, M = Z, soll zuerst keine Tautologie sein; sie wird aber dazu, sobald unter den in Z verbundenen Vorstellungen, durch welche M erklärt werden soll, offen oder versteckt M selbst vorausgesetzt wird. Diesen Fehler des circulus in definiendo verschuldet häufig Unachtsamkeit, gegen die es keine Regel gibt; mit einer gewissen Nothwendigkeit sehen wir uns zu ihm geführt, sobald wir in der Form einer Definition Einfaches bestimmen wollen, für das es einen superordinirten Allgemeinbegriff nicht gibt. Die Definition, als Bestimmung eines Begriffes, muß zweitens ein allgemeines Urtheil sein, gültig von allen Beispielen dieses Begriffes. Sind nun alle M = Z, so muß auch die Contraposition gelten: kein M ist Non Z; belehrt uns dann weiteres Nachdenken oder neue Erfahrung, daß es dennoch M gibt, die Non Z sind, so war die Definition: M = Z zu eng, definiendo angustior und galt nicht von allen M, von denen sie hätte gelten müssen. Die Definition soll endlich reciprocabel sein; sind alle M = Z, so müssen auch alle Z = M sein: sobald daher weiteres Nachdenken oder neue Erfahrung uns zeigt, daß einige Z nicht M sind, so war die Definition M = Z zu weit, definiendo latior, und schloß einige Non M mit ein, die sie hätte ausschließen sollen. Nützlicher als diese Benennung der Fehler würde eine Anweisung zu ihrer Vermeidung sein; wir können jedoch deshalb nur auf ihre gewöhnliche Quelle hinweisen: auf die Beschränktheit des Beobachtungskreises, der jedem Einzelnen in der Regel nur einen und denselben Bruchtheil eines ganzen Begriffsumfanges vorführt, und auf die Einseitigkeit, in welche unser Gedankengang leicht verfällt, wenn er neuer Anregung von außen entbehrt. In unserem Himmelsstrich drängt sich das sommerliche

Erwachen der Pflanzenwelt und ihr Winterschlummer unserer lebhaften Theilnahme auf; das thierische Leben scheint, in stetiger Regsamkeit begriffen, den vollen Gegensatz zu bilden. Eine wissenschaftliche Unterscheidung nun zwischen Thier und Pflanze wird man hierauf zwar nicht gründen; aber unzählige Gleichnisse, deren sich Poesie und Beredsamkeit bedienen, zeigen doch, daß wir gewohnt sind, die jährliche Periodicität als wesentlichen Charakter der Pflanze zu betrachten. Eine Definition, die dies ausspräche, würde zu eng und zu weit auf einmal sein; sie würde die tropischen Pflanzen ausschließen, die in absatzloser Vegetation leben, und sie würde die winterschlafenden Thiere einschließen, die in unserem Klima der hauptsächlich auf Hausthiere gerichteten Aufmerksamkeit leicht entgehen. Wer politische und sociale Rechte und Pflichten aller Staatsangehörigen neu begründen möchte, dem begegnet es wohl, nur an die Männerwelt zu denken, innerhalb deren diese Verhandlungen geführt zu werden pflegen, und seine Vorschläge werden zu weit, indem sie für alle verlangen, was sie nur für die Männer meinen, oder zu eng, indem sie nur in Rücksicht auf diese etwas aussprechen, was für alle Geltung haben muß. Wir ziehen hieraus die allgemeine Lehre, man solle keine Aufgabe aus dem Stegreif behandeln, sobald man die Möglichkeit hat, durch Verkehr mit Anderen oder durch Berücksichtigung von Gesichtspunkten, welche die überlieferte Wissenschaft schon zusammengestellt hat, die Beschränktheit der eigenen Erfahrung zu erweitern; die Gelehrsamkeit ist an sich nicht erfinderisch, aber größere Sicherheit vor extremen Irrthümern hat sie, wie jede Schulung und Disciplin, vor blos naturalistischem Verfahren voraus.

164. Man stellt außerdem an die Definition Forderungen der Eleganz und Kürze, die ich an einem einfachen Beispiele durchgehen will. Wer den Kreis die krumme Linie nennt, deren sämmtliche Punkte gleichweit von ihrem Mittelpunkte entfernt sind, begeht zuerst den wirklichen Fehler einer zu weiten Definition. Denn ziehen wir, auf der Oberfläche einer Kugel, eine Schlangenlinie, die mit gleichen und abwechselnd entgegengesetzt gerichteten Bögen einen größten Kreis umläuft, so sind alle Punkte dieser Linie gleichweit vom Mittelpunkt der Kugel entfernt. Braucht dann die Linie eine ungerade ganze Anzahl dieser Doppelbogen, um wieder an ihren Ausgangspunkt auf dem größten Kreise zurückzukehren, so besteht sie aus unzähligen Paaren an den

entgegengesetzten Endpunkten eines Kugeldurchmessers einander gegenüberliegender Punkte; der Mittelpunkt der Kugel halbirt also die geradlinige Entfernung zwischen den beiden Punkten jedes Paares; er würde mithin in jedem Sinne, den man hier dem Namen des Mittelpunktes geben könnte, auch der Mittelpunkt der Summe aller Paare, d. h. jener Linie sein, die gleichwohl kein Kreis wäre. Es war daher nöthig zu sagen, der Kreis sei die ebene krumme Linie, die jene Bedingung erfüllt. Weiter gilt es dann aber als eine Forderung der Eleganz, daß die Definition nicht mehr Vorstellungen enthalte, als zur völligen Bestimmung des gegebenen Begriffs unentbehrlich sind. Man kann deshalb verlangen, daß nicht von einer krummen Linie, sondern von einer Linie überhaupt die Rede sei; erfüllt sie die hinzugefügte Bedingung, so folgt ohnehin, daß sie nicht gerade sein kann. Diese Bedingung selbst ist jedoch nicht correct ausgedrückt. Die Definition soll unter ihren Verdeutlichungsmitteln nicht solche Vorstellungen enthalten, welche selbst erst deutlich werden unter Voraussetzung des zu definirenden Begriffs. Eine solche Vorstellung ist hier gewiß die des Mittelpunktes. Denn hätten wir die Anschauung des Kreises noch nicht (und in der That können wir wenigstens hier nicht veranlaßt sein, uns dieser Anschauung zu erinnern, nachdem wir das Merkmal der Krümmung aus unserer Definition weggelassen haben), so könnten wir unter dem Mittelpunkt einer Linie zunächst nur den Halbirungspunkt ihrer Länge verstehen, und erst der Versuch, unter dieser Voraussetzung den Kreis zu construiren, würde unsern Irrthum entdecken. Diese dem gewöhnlichen Sprachgebrauch naheliegende Bedeutung des Mittelpunktes, die uns schon in der Erwähnung unserer Schlangenlinie oben zu unwillkommener Weitläufigkeit zwang, muß daher in der Definition durch die genaue allgemein zutreffende Bestimmung dessen ersetzt werden, was für alle Raumgebilde unter diesem Ausdrucke zu verstehen ist. Diese Bestimmung läßt sich leicht geben, aber ich darf sie übergehen, denn es folgt aus ihr, daß, wenn es für eine ebene Linie einen Punkt derselben Ebene gibt, von dem alle ihre Punkte gleich entfernt sind, eben dieser Punkt ihr Mittelpunkt ist. Setzen wir nun diese Definition des Mittelpunktes in unsere Definition des Kreises ein, so wird die nähere Bedingung, durch welche die ebene Linie zum Kreise werden soll, völlig tautologisch und der Sinn des Ganzen ist offenbar

nur noch der: Kreis ist die ebene Linie, für die es in derselben Ebene einen Punkt gibt, von dem alle ihre Punkte äquidistant sind. So ist die Definition dem Inhalt nach richtig; dennoch läßt sie sich formell bemängeln. Denn nachdem wir den Begriff des Mittelpunktes hinweggelassen haben, erinnern wir uns, daß nur seine Beibehaltung uns nöthigte, den äquidistanten Punkt in derselben Ebene zu suchen; nicht dieser wirkliche Mittelpunkt allein, sondern jeder Punkt einer durch ihn senkrecht zu der Ebene der Linie gelegten Axe erfüllt die Bedingung, gleichweit von allen Punkten der Linie zu sein. Es reicht daher hin zu sagen: Kreis ist die ebene Linie, für deren sämmtliche Punkte es einen äquidistanten Punkt gibt; daß es solcher Punkte viele gibt und wo sie liegen, kann unerwähnt bleiben; der Versuch, die Linie nach dieser Anweisung zu construiren, lehrt beides ohnehin. Auch so endlich entspricht die Definition noch nicht allen Wünschen. Sie sagt zwar, daß alle Punkte des Kreises äquidistant von einem und demselben Punkte sind, aber sie läßt unentschieden, ihrer Form nach, ob alle von diesem Punkte äquidistanten Punkte auch Punkte des Kreises sind oder nicht. Sie sind es nun aber, sobald sie in derselben Ebene liegen, und um dies mit auszudrücken, nennen wir endlich den Kreis die Linie, welche alle von irgend einem Punkte äquidistanten Punkte einer Ebene enthält.

165. Ueber die Anforderungen an die Definition, die wir an diesem Beispiele durchgingen, kann man verschieden urtheilen. Die Anwendung von Vorstellungen, die unabhängig von dem zu definirenden Begriffe sich zwar bestimmen lassen, aber doch, wenigstens außerhalb des Zusammenhanges einer wissenschaftlichen Behandlung, volle Deutlichkeit erst durch ihn selbst erhalten, wie hier die der Vorstellung vom Mittelpunkt, ist ein jedenfalls zu vermeidender Fehler. Die Hinzufügung überflüssiger Bestimmungen hingegen kann unbedenklich erscheinen, da sie die Richtigkeit der Definition nicht beeinträchtigt, ihre Verständlichkeit dagegen erhöht. Dennoch ist sie zu vermeiden. Denn leicht erweckt der Zusatz einer entbehrlichen Nebenbestimmung z, eben weil ihre Entbehrlichkeit nicht mit ausgesprochen wird, den falschen Nebengedanken, sie gehöre dazu, um das zu definirende M von einem Non M zu unterscheiden, von welchem, mit einziger Ausnahme von z selbst, alle Behauptungen der Definition auch gültig seien. Nennen wir den Kreis die **krumme** ebene Linie, für deren Punkte es einen äquidistanten

Punkt gibt, so hat es formell den Anschein, als gäbe es auch gerade Linien, die derselben Bedingung genügten. Wenig schadet dies in diesem ganz einfachen Falle; aber wirkliche Nachtheile können in verwickelteren aus jener scheinbar harmlosen Hinzufügung des Ueberflüssigen entstehen. Mindestens hemmt sie uns in der Ableitung von Folgen, um deren willen wir die Definition doch überhaupt nur aufstellten. Denn es kann sich zutragen, daß von einem Q auf irgend eine vielleicht mittelbare Weise ganz sicher die Prädicatsumme feststeht, die nach richtiger Definition hinreicht, um Q unter M zu subsumiren, daß es aber schwer oder unthunlich ist, direct an Q auch noch das Prädicat z nachzuweisen, welches die wirklich gegebene Definition überflüssig hinzufügte; dann wird man ganz unnützes Bedenken tragen, Q dem M unterzuordnen und die hierdurch zu begründende Folgerung wirklich zu ziehen. Es ist daher im Allgemeinen doch eine richtige Forderung, die Definition solle nur die zur Bestimmung ihres Gegenstandes unentbehrlichen Vorstellungen enthalten, blos beschreibende Elemente aber ausschließen; sie vergütet dann durch Sicherheit der aus ihr zu ziehenden Folgerungen den Mangel an Anschaulichkeit.

166. Bisher betrachteten wir die übliche Form der Definition durch Angabe des nächsten Gattungsbegriffs und der specifischen Differenz als die allein gültige. Der ungebildete Verstand definirt zum Aerger der Logiker anders, etwa in bekannter ungeschickter Redeweise: Krankheit ist, wenn mir etwas weh thut. Dies freilich bedarf der Verbesserung, aber doch schwerlich so, wie die Logik es etwas eigensinnig wünscht, sondern so, wie thatsächlich die Physik viele ihrer Begriffe definirt. Die gewöhnliche Form paßt leicht sich eigentlich nur einem seiner Natur nach substantivischen Inhalt an; wo es sich aber um adjectivische oder verbale Inhalte handelt, ist es nicht blos kürzer und klarer, sondern auch richtiger, ihnen im Satzbau der Definition die Stelle zu geben, an die sie gehören, und sie auf das Subject bezogen erscheinen zu lassen, als dessen Zustände oder Eigenschaften sie allein Sinn haben. Mit Recht definirt man daher Adjective, wie krank oder elastisch, durch Sätze von der Form: *krank* ist ein lebendiger Organismus dann, wenn seine Functionen von einer bestimmten Grenze abweichen; *elastisch* ist der Körper, welcher nach dem Aufhören äußerer Einwirkung seine Gestalt herstellt. Und ebenso würden den verbalen Inhalten

leben und sündigen Definitionen entsprechen, welche zuerst die Subjecte, von denen beide gelten können, den organisirten Körper und den bewußten wollenden Geist, und dann die Bedingungen namhaft machten, unter denen beide von diesen Subjecten auszusagen sind. Es hat schlechthin keinen Nutzen, alle diese Vorstellungsinhalte zuerst in substantivische Form zu bringen und sie etwa den Allgemeinbegriffen von Zuständen Eigenschaften oder Verfahrungsweisen unterzuordnen; daß sie unter diese gehören, wird unmittelbar deutlich, wenn man ihnen mit der adjectivischen oder verbalen Form die entsprechende Stellung im Satze läßt. Dagegen hat die übliche Definitionsweise den Nachtheil, daß sie viel zu sehr daran gewöhnt, das, was eben nur Zustand oder Eigenschaft eines Andern ist, von diesem seinem Subject abzulösen und als etwas Selbständiges zu betrachten. Nachdem man einmal die substantivischen Namen der Krankheit der Sünde der Freiheit geschaffen hat, ist es schwer, die seltsame Mythologie ganz abzuwehren, die von dem Inhalt dieser Begriffe wie von eigenen Wesen spricht und ihre Entwicklungen verfolgt, ohne im Lauf solcher Untersuchungen ernstlich auf die realen Subjecte zurückzukommen, als deren Eigenschaften Zustände oder Thätigkeiten sie allein Existenz haben und an deren wirkliche Entwicklung ihre scheinbare in jedem Augenblicke gebunden bleibt.

167. Noch immer haben wir als zu definirende Begriffe verhältnißmäßig einfache im Sinne gehabt, Begriffe von Figuren Dingen Eigenschaften und leichtfaßlichen Verhältnissen; in den Worten der Sprache aber, deren jedes unter Umständen eine Definition verlangen kann, finden sich häufig sehr verwickelte Beziehungen zwischen sehr mannigfachen Beziehungspunkten in einen einfachen Ausdruck zusammengezogen. Es würde nur Befangenheit sein, die Bestimmung solcher Begriffe in der regelmäßigen Form einer einfachen Definition zu verlangen, und nur nutzlose Pedanterie, die sehr vielfältigen anderen Verfahrungsweisen, die man hier benutzen kann, mit besonderen Namen zu verzieren. Das allgemeine Princip angewandter Logik ist immer nur dies, daß alle Wege erlaubt sind, die zu dem richtigen Ziele führen; nur den Zweifel darüber, welcher Weg bis zu Ende gangbar sein werde, welcher nicht, hofft sie durch Angabe der längst geprüften zu heben; neue zu suchen, wo neue Bedürfnisse vorliegen, verbietet sie nie. Immer ist es daher gestattet, durch vorangehende Beschreibung, durch

Gleichnisse und Analogien, durch Erörterungen aller Art in den Sinn der Hülfsvorstellungen, die man brauchen, und in die Eigenthümlichkeit der Verbindungen, die man zwischen ihnen herstellen will, vorbereitend einzugewöhnen, um dann in einem kurzen und verständlichen, obwohl von dem Kreise dieser Voraussetzungen nicht ablösbaren Ausdrucke das aufzuzeigen, was man zu bestimmen wünschte. Nur noch an eine allgemeine Unterscheidung der Definitionen werden wir hierdurch erinnert. Man kann M durch den Thatbestand von Merkmalen charakterisiren, den sein Begriff dann aufweist, wenn er fertig vor unserem Bewußtsein steht; diese Definition, von der die früher erwähnte des Kreises ein Beispiel war, kann die descriptive heißen; auf sie sind wir hauptsächlich verwiesen in Bezug auf Gegenstände der Wirklichkeit, die wir nur äußerlich kennen und deren Definition daher in der That nur eine methodisch geregelte Beschreibung ist. Aber man kann M auch dadurch feststellen, daß man irgend einen Weg angibt, auf welchem, nicht durch bloße Addition, sondern durch beliebige Benutzung und Verwendung anderer Vorstellungen, die Vorstellung seines Inhalts entstehen muß; diese Definition würden wir genetische nennen, und wir würden, um dies ausdrücklich hervorzuheben, unter ihr nicht die Angabe des Hergangs verstehen, durch welchen der Inhalt des Begriffs M wirklich entsteht, sondern nur die Bezeichnung des Weges, auf dem die Vorstellung dieses Inhalts entstehen kann oder muß. Lassen wir eine gerade Linie in derselben Ebene sich um einen ihrer Endpunkte drehen und verbinden die successiven Lagen des anderen Endpunkts, so ist dies eine genetische Definition des Kreises; der Kreis nun als solcher entsteht überhaupt nicht; ein bestimmter gezeichneter Kreis aber kann auf andere Weise wirklich entstanden sein, nur seine Anschauung entsteht auf dem von dieser Definition angegebenen Wege für uns gewiß; sie entsteht aber ebenso, wenn wir beide Axen einer Ellipse sich ändern und zuletzt $= r$ werden lassen, oder wenn wir einen geraden Kegel senkrecht auf seine Axe durch eine Ebene schneiden. Es gibt daher für Vorstellungen, deren Inhalt an sich selbst gar keine Genesis hat, nicht nur eine, sondern so viele genetische Definitionen, als sich Wege angeben lassen, durch Benutzung anderer Vorstellungen die Vorstellung dieses Inhalts zu erzeugen. Diesen genetischen Definitionen nun schließen sich, in weiterem Sinne, die oben erwähnten gemischten Verfahrungs-

weisen an; sie suchen auf Umwegen die Vorstellung des M entstehen zu lassen, wenn die directe Angabe des Inhalts, aus welchem M besteht, unausführbar oder unbequem wird.

168. Eigentlich immer, sobald wir die Definition eines M unternehmen, suchen wir seinem Inhalt durch sie einen höheren Grad der Bestimmtheit zu geben, als er vorher besaß. Doch beschränkt sich unsere Aufgabe meistens darauf, eine klare Vorstellung (clara perceptio), die wir von M schon hatten, in eine deutliche (distincta p.), oder eine bloße Vorstellung, welche nur überhaupt M als zusammengehöriges Ganze bekannter Theile faßte, in einen wirklichen Begriff des M zu verwandeln. Beides können wir als gleichbedeutend ansehen. Denn klar nennen wir nach altem Sprachgebrauch einen Inhalt schon dann, wenn er als einer, als in sich zusammengehöriger, endlich mit einer Bestimmtheit, welche zur Verhütung der Verwechselung hinreicht, als verschieden von anderen gedacht wird; deutlich aber wird er erst dann, wenn die allgemeine Regel, unter die der Zusammenhang seiner Theile fällt, wenn ferner die Merkmale, die er mit anderen Arten dieses Allgemeinen gemeinsam besitzt, wenn endlich auch diejenigen einzeln mitgedacht werden, die ihn von allen andern Arten seines Allgemeinen unterscheiden. Diese Steigerung der Bestimmtheit fiel uns, in der reinen Logik, mit dem Uebergang aus der Form logischer Vorstellung in die Form des wirklichen Begriffes zusammen. Nun gibt es aber Fälle, in welchen die Vorstellung eines zu definirenden M die Klarheit keineswegs besitzt, die wir hier voraussetzten; durch Ueberlieferung sind Namen an uns gekommen, welche die Sprache mit unbestimmten Grenzen ihrer Bedeutung gebildet hat. So pflegen wir von Tugend und Sünde, vom Guten und dem höchsten Gut, von Erscheinung und wahrhaft Seiendem zu sprechen, überzeugt, mit diesen Namen durchaus Bestimmtes zu meinen, und bereit, aus ihnen wichtige Folgerungen in Bezug auf das abzuleiten, was wir ihnen unterordnen; zuletzt überzeugen uns die Schwierigkeiten, in die wir uns verwickeln, daß wir eigentlich nicht genau wußten, was wir meinten, daß die Bedingungen nicht vollständig feststanden, die alles erfüllen muß, was diesen Namen untergeordnet werden soll, daß wir also uns unklaren Vorstellungen anvertraut hatten, deren Aufklärung vor allem Noth thut. Wir suchen diese auf einem sehr einfachen Wege. Wäre der

Sinn dessen, was M bezeichnen soll, uns völlig unbekannt, so hätten wir kein Mittel, ihn zu entdecken; aber wir würden auch nie in den Fall gekommen sein, diesen Namen anzuwenden, wenn nicht irgend ein Bestandtheil a seiner Bedeutung uns zweifellos feststände, eben der, der uns jetzt veranlaßte, die im übrigen noch unklare Benennung zu gebrauchen. Dieses a sehen wir zunächst versuchsweis als vollständige Definition des M an und überlegen, ob a demjenigen entspricht, was wir unter M meinen. Bekannte Erfahrungen lehren, daß in Fällen, wo wir den Inhalt eines M positiv auszusprechen nicht im Stande sind, wir doch sehr wohl bemerken, ob eine zu seiner Definition angebotene Vorstellung a ihm genügt oder nicht. So entscheiden wir, wenn wir einen vergessenen Namen vergeblich suchen, doch mit Sicherheit verneinend, daß ein versuchsweis genannter nicht der richtige ist; aber auch das, was dieser an Aehnlichkeit mit dem richtigen besitzt, macht Eindruck auf uns, erweckt zuweilen unmittelbar dessen verdunkelte Vorstellung und läßt jedenfalls deutlicher werden, worin er sich noch von dem angebotenen falschen unterscheidet. In gleichem Falle befinden wir uns hier; a ist nicht völlig falsch und unvergleichbar mit M; die Vergleichung beider führt daher nicht zur bloßen Verneinung ihrer Gleichheit zurück, sondern bringt auf die Spur einer Ergänzung b, die zu a hinzuzufügen, oder einer Aenderung b, die an a anzubringen ist, um den Inhalt von M völlig zu treffen. Nun setzen wir in einem zweiten Versuche $M = a + b$, und wiederholen denselben Gang der Vergleichung und Ergänzung durch neue Glieder c und d, bis wir eine Definition $M = a + b + c + d$ erreicht haben, welche in ihrer entwickelten Merkmalsumme sich völlig mit dem deckt, was wir unter M gemeint hatten. In dieser sehr einfachen Gedankenbewegung bestand schon, viel weniger in einem eigentlich inductiven Verfahren, die Kunst des platonischen Sokrates, unklare Begriffe aufzuklären.

Zweites Kapitel.

Von der Begrenzung der Begriffe.

169. Bestimmte Bedürfnisse der Untersuchung können uns veranlassen, eine Merkmalgruppe ikl durch alle die übrigens verschiedenen Gegenstände hindurch zu verfolgen, an denen sie vorkommt, und den Einfluß aufzusuchen, welchen ihre Gegenwart auf den übrigen Merkmalbestand dieser mannigfachen Subjecte ausübt. Der Erfolg dieser Vergleichung selbst belehrt uns dann, ob das Vorhandensein von ikl die übrigen Merkmale, die jedes dieser Subjecte vermöge seines Gattungsbegriffes besitzt, in bemerklicher und zwar in gleichartiger Weise modificirt. Ist dies der Fall, so bilden wir häufig aus ikl und aus der Vorstellung eines mehr oder minder bestimmten Subjects einen neuen Gattungsbegriff M und betrachten als Arten desselben alle die Vorstellungsinhalte, in denen ikl vorkommt. Nicht selten aber, und in dem entgegengesetzten Falle immer, begnügen wir uns, ikl als eine der unzähligen variablen Bedingungen zu fassen, welche, auf andere Vorstellungsinhalte einwirkend, in diesen bestimmte Aenderungen nach sich ziehen, für sich selbst aber keinen eigenen Begriff bilden, dem ihre Beispiele als Arten unterzuordnen wären. Die lebendige Sprache nun glaubt in der Ausprägung ihres Wörterschatzes die beiden Fälle bereits hinlänglich geschieden zu haben, in denen das eine oder das andere Verfahren schicklich ist. Zwar dies wird sie zugeben, daß fortschreitende Vertiefung der Untersuchung noch manche Merkmalgruppe ikl von so entscheidendem Einfluß auf das Gesammtverhalten jedes sie einschließenden Begriffes entdecken wird, daß es sich der Mühe verlohnt, aus dieser Gruppe einen eigenen Gattungsbegriff M zu bilden und durch einen Namen zu bezeichnen; in der That bereichert sich ja auch die Sprache beständig durch neue Benennungen für so neu entdeckte Vor-

stellungen. Dagegen wird sie auch behaupten, daß keiner derjenigen Begriffe, welche sie bereits gefunden und durch Schöpfung eines Namens verfestigt hat, dieser Auszeichnung unwerth sei; jeder bedeute vielmehr wirklich etwas in sich Zusammengehöriges, das er mit Recht von jedem andern gleichfalls in sich zusammengehörigen Inhalte als ein wohlbegrenztes Ganze abtrenne.

170. Mit diesen in der überlieferten Sprache gegebenen Begriffen muß nun unser Denken wirthschaften; nicht blos weil wir kein Mittel der Verständigung besitzen außer den Worten, die zu ihrer Bezeichnung geschaffen sind, vielmehr enthält dieser Wortschatz das verdichtete Ergebniß des Nachdenkens, welches von jeher der menschliche Geist auf die Welt des Vorstellbaren gerichtet hat, und wir können vermuthen, daß dieselben Antriebe, die ihn zu dieser Feststellung der Begriffe geführt haben, sich zunächst auch in uns bei der Wiederholung dieser Bemühung gelten machen würden. Daß gleichwohl diese Antriebe, so natürlich sie dem Menschen sein mögen, doch dem Zweifel Raum lassen, zeigt uns der häufige Zwiespalt, der bei der Anwendung der so gebildeten Begriffe entsteht. Wenn es sich darum handelt, von irgend einem S ein P zu bejahen oder zu verneinen, so behauptet der eine: S sei eine Art von M, und darum komme ihm P zu; ein anderer wirft ein: S sein kein M und darum auch kein P; der dritte gesteht: S sei zwar kein M, sondern ein N, aber dies thue nichts, und was dem M zukomme, gelte auch von N; der vierte besteht darauf, die Verschiedenheit von M und N begründe auch einen Unterschied beider in Bezug auf P. Der hier sichtbare Zwiespalt dehnt sich zu zwei entgegengesetzten Neigungen aus, die unser ganzes Denken beherrschen: die eine übertreibt jeden gefundenen Unterschied bis zum unbedingten, und mit der bekannten Redensart: dies sei etwas ganz anderes, sträubt sie sich, von einem Falle a auf einen zweiten ihm ähnlichen, aber nicht gleichen b irgend einen Grundsatz der Beurtheilung zu übertragen; sie wird so im Leben und in der Wissenschaft das Princip der Pedanterie und der Philistrosität; die andere Neigung übersieht den bedingten Werth jedes Unterschiedes, der kein unbedingter ist, und mit dem öden Wahlspruch: im Grunde sei alles eins, verwischt sie alle festen Grenzen, welche die Umfänge verschiedener Begriffe scheiden, und damit auch die Rechtsgründe, welche bestimmte Prädicate ausschließlich an bestimmte Subjecte knüpfen, an

andere nicht; so wird sie im Denken und im Handeln zum Princip eines ebenso verderblichen Libertinismus. Ein Blick auf diese Verirrungen im Großen erweckt das Bedürfniß, darüber klar zu werden, welche Gründe uns berechtigen, den ganzen Bestand des Vorstellbaren in bestimmte Begriffe einzutheilen, wo ferner für diese die Grenzlinien ihrer Herrschaftsgebiete zu ziehen sind, endlich welcher Werth den so gemachten Unterscheidungen beizulegen ist.

171. Die Beantwortung dieser Fragen führt schon da, wo sie am meisten leicht und am wenigsten dringlich ist, in Bezug auf die einfachen Inhalte sinnlicher Empfindungen, zu sehr mannigfachen Verhältnissen. Vollen Unterschied haben wir ein Recht, zwischen einfachen Inhalten A B C dann anzunehmen, wenn keine Mittelglieder vorstellbar sind, durch welche das Eigenthümliche des einen stufenweis in das des andern überginge, wenn ferner keine Mischung zweier von ihnen denkbar ist, die einen neuen einfachen Inhalt gäbe, wenn endlich keine Grade des Gegensatzes zwischen ihnen so stattfinden, daß die Weite des Unterschiedes zwischen A und B größer oder kleiner geschätzt werden könnte, als die des Unterschiedes zwischen A und C oder B und C. Diese Verhältnisse oder vielmehr dieser Mangel jedes angebbaren Verhältnisses findet statt zwischen Farbe A Ton B und Geruch C; für diese Inhalte kann die alte Benennung disparater oder unvergleichbarer beibehalten werden. Und dies Verhalten wird nicht geändert durch verschiedene Nebenbetrachtungen. Zuerst nicht durch Hinweis darauf, daß diese drei sämmtlich nur als Zustände unseres Bewußtseins Wirklichkeit haben; alle sind sie zwar Empfindungen und nach dem Sprachgebrauch der Logik Arten der Empfindung; allein dem allgemeinen Begriffe der letzteren sind sie nicht wie einem superordinirten Gattungsbegriff untergeordnet, der irgend ein Gesetz ihrer Bildung enthielte. Wer das Bild eines stumpfwinkligen Dreiecks dem Allgemeibegriffe des Dreiecks untergeordnet denkt, hat in diesem eine Bildungsregel, deren Anwendung er blos innerhalb ihrer eigenen Grenzen zu variiren braucht, um zu bemerken, daß es außer jener einen Art des Dreiecks auch noch rechtwinklige und spitzwinklige gibt. Wer dagegen die Farbe dem Allgemeinen der Empfindung subsumirt, denn nur dies, nicht Subordination ist möglich, wird aus diesem Allgemeinen niemals folgern können, daß es außer den Farben noch Töne und Gerüche gibt.

Obgleich daher diese drei nach gewöhnlichem Ausdrucke Arten der Empfindung sind, so bleiben sie doch innerhalb des Umfangs dieses Allgemeinen völlig disparat gegen einander. Als Zustände ferner, als Bewegungen oder Erschütterungen der Seele mögen diese verschiedenen Empfindungsarten gewisse vergleichbare Nebenwirkungen hervorrufen, und man mag immerhin deshalb eine bestimmte Farbe a^1 einem bestimmten Tone b^1 oder einem Geschmack c^1 vergleichen: was diese vergleichbaren Nachwirkungen hervorbringt, bleibt dennoch an sich selbst ganz unvergleichbar. Und dasselbe ist der Physik und der Physiologie zu erwiedern, wenn sie die Vorgänge in der Außenwelt oder die in unseren Nerven, die zur Entstehung der verschiedenen Empfindungsklassen nöthig sind, auf vergleichbare ja vielleicht sehr nahe verwandte Bewegungen stofflicher Elemente zurückführen; beide müssen dann nicht mit der wunderlichen Behauptung schließen: also seien eigentlich diese Empfindungen gar nicht qualitativ verschieden, sondern eben mit der andern richtigen: trotz der Aehnlichkeit der Entstehungsweisen finde nicht die mindeste Aehnlichkeit zwischen den entstandenen statt. Ein Zweifel hierüber kann nur insoweit stattfinden, als die unbefangene Selbstbeobachtung, die hier allein zu entscheiden hat, ihrerseits einen übrig läßt. Dies ist der Fall in Bezug auf Geschmack und Geruch. Das Saure haben beide zweifellos mit einander gemein; auch ihre übrigen Empfindungen aber scheinen eine zusammenhängende Gruppe zu bilden, nur daß einige Glieder dieser Gruppe blos durch flüssige, andere nur durch gasförmige Reize erregt werden; deswegen an verschiedene Organe vertheilt, unterscheiden sich vielleicht die an sich gleichartigen Empfindungen beider Sinne nur durch Nebenempfindungen, die von der Lage Gestalt und Functionsweise des einen oder des andern erregten Organs abhängen. Dies zu entscheiden ist nicht Sache der Logik; sie hat hier nur zu ermahnen, man solle sich nie durch Hinweis auf die Aehnlichkeit dessen, was zwei Inhalte *begründet* oder ihnen *folgt*, sophistisch und der unmittelbaren Wahrnehmung widersprechend, die Unvergleichbarkeit dessen abstreiten lassen, was beide *sind*.

172. Zu einer ähnlichen Bemerkung veranlaßt mich die andere Frage, nicht nach dem Rechte der Trennung zwischen A und B, sondern nach dem Rechte der Vereinigung dessen, was wir unter A zusammenfassen. Man hat lange mit der langweiligen Paradoxie geglänzt,

Schwarz und Weiß seien keine Farben, weil sie nicht wie die prismatischen von einer bestimmten Zahl der Lichtwellen abhingen. Die neuere Ausbildung der physiologischen Optik hat diesen Grund hinfällig gemacht; aber auch wenn dies nicht geschehen wäre, hätte man doch kein Recht, auf diese Weise die Sprache zu meistern. Lange bevor man etwas von den Veranlassungsursachen unserer Empfindungen wußte, hatte die Sprache den Namen der Farbe für eine Gruppe von Inhalten geschaffen, die durch eine unmittelbar empfundene und unwidersprechliche Gleichartigkeit, durch ihr Scheinen, oder wie man es sonst nennen mag, unter sich zusammengehören und sich von dem Klingen oder Schallen der Töne, dem Duften der Gerüche abscheiden. Mag nun immerhin der Name des Scheinens nur noch für das Weiß, nicht für das Schwarz passend erachtet werden: daß beide doch mit den übrigen Farben den gemeinsamen hiermit unvollkommen bezeichneten Grundzug gemein haben, ließe sich nur mit Worten, nicht in der That bestreiten, und die Sprache war deshalb vollkommen befugt, gegen den unberechtigten Einspruch der Gelehrsamkeit, auch jene beiden in den Umfang der Farbe einzuschließen. Man begegnet auch sonst diesen nicht immer unschädlichen Uebergriffen der Theorie. Auch die Chemie trug eine Zeit lang zur Sprachverwirrung bei, als sie Oxydation und Verbrennung für gleichbedeutend ausgab. Von Verbrennung sprach die Menschheit ebenfalls eher, als sie den Sauerstoff kannte, und sie verstand darunter immer einen von sichtbarem Licht und fühlbarer Wärme begleiteten Vorgang, der das frühere Gefüge eines Stoffes dauernd veränderte; das Glühen eines Eisenstabes nannte sie deshalb nicht Verbrennung, weil sie nach der Abkühlung die bleibende Veränderung vermißte; sie würde aber auch um der dauernden Veränderung willen einen Vorgang, der sie veranlaßt hätte, nicht so genannt haben, wenn ihm die bemerkliche Entwickelung vom Flamme und Wärme gefehlt hätte. Der Begriff der Verbrennung deckt daher den der Oxydation gar nicht; viele Stoffe oxydiren ohne Verbrennung, anderseits, wenn erwärmtes Antimon in Chlorgas sich unter Flammenerscheinung mit Chlor verbindet, so ist dieser Vorgang ganz zweifellos eine Verbrennung, obwohl keine Oxydation. Die Geometrie wußte längst, daß abstract oder arithmetisch gedachte Ordnungssysteme dann, wenn sie ihre vielen Elemente nach nicht mehr als drei verschiedenen Scalen gliedern,

durch Gebilde räumlicher Art sich anschaulich darstellen lassen; nichts hindert nun die Mathematik, Ordnungssysteme zu denken, die nach einer beliebigen größeren Anzahl von Scalen entworfen sind, nur daß es für diese Systeme keine räumliche Anschauung mehr gibt, und daß der Name der Dimensionen, der jenen Scalen in räumlicher Bedeutung gegeben werden konnte, so lange sie nur drei waren, jetzt nur noch den abstracteren Sinn haben kann, den ich mit der Benennung der Scalen zu bezeichnen suchte. So gewiß nun der Name des Raumes für uns nur ein Ordnungssystem bedeutet, von welchem wir diese ursprüngliche, aus arithmetischen Betrachtungen allein gar nicht ableitbare Anschauung haben, so gewiß ist es logische Spielerei, ein System von vier oder fünf Dimensionen noch Raum zu nennen. Gegen alle solche Versuche muß man sich wehren; sie sind Launen der Wissenschaft, die durch völlig nutzlose Paradoxie das gewöhnliche Bewußtsein einschüchtern und über sein gutes Recht in der Begrenzung der Begriffe täuschen.

173. Man begegnet eigenthümlichen und nicht überall gleichartigen Verhältnissen, wenn man fragt, wie nun innerhalb eines jener disparaten Inhalte A B und C die in ihm zusammengehörigen Glieder zu einander stehen. Es ist bisher nicht gelungen, die mannigfachen Arten des Geschmacks C in eine befriedigende systematische Ordnung zu bringen; aber der Weg, den die Sprache zu ihrer allerdings unvollkommenen Bezeichnung einschlägt, scheint mir dennoch der richtige: sie unterscheidet durch eigene Namen einige feste Grundformen des Süßen μ, des Sauern ν, des Bittern π und betrachtet die übrigen, das Sauersüße $\nu\mu$, das Bittersüße $\mu\pi$, als Zusammensetzungen jener wohlcharakterisirten Urgeschmäcke. Auf diese Bezeichnungsweise könnte unsere Einbildungskraft nicht verfallen, wenn sie nicht durch den unmittelbaren Eindruck angeleitet würde, denn Unterschiede lassen sich da nicht machen, wo sie in dem Inhalt nicht entweder vorhanden oder doch möglich sind. Jene Namen nun setzen voraus, daß sie vorhanden sind, allerdings nicht so, daß das Saure und das Süße als zwei unterschiedene Gemengtheile des Sauersüßen so auseinander fallen, wie sie es thun, wenn eines nach dem andern empfunden wird, sondern in dem Sinne, in welchem wir Mischung der Mengung entgegenzusetzen pflegen. Daß diese Mischung hier möglich ist, daß also Sauer und Süß in einer nicht wohl beschreiblichen, aber leicht fühlbaren Weise eine Einheit der Vor-

stellung bilden, die aus Süß und Roth nicht entstehen könnte, unterscheidet das Verhalten der einzelnen Geschmäcke zu einander von dem der unter sich disparaten Gruppen A B C. Man kann nun einwenden, der Unterschied des Sauern und des Süßen sei im Sauersüßen nur ein möglicher, nicht ein vorhandener; es könne leicht ein dritter Eindruck ω, einfach an sich und keineswegs zusammengesetzt, doch ein Mittelglied zwischen μ und ν bilden; um der doppelseitigen Aehnlichkeit willen, die er mit diesen beiden zeigt, bezeichne ihn dann die Sprache durch die beiden Grenzen μ und ν, zwischen die er fällt, ohne daß er darum aus der Mischung beider bestände. Aber ich würde diesen Einwurf für triftig nur dann halten, wenn in ω außer seiner doppelten Aehnlichkeit mit μ und ν noch ein Rest vorhanden wäre, der für sich etwas bedeutete, was aus der Zusammensetzung von μ und ν nicht begreiflich wäre; wo dies nicht der Fall ist, wird dieser dritte Eindruck ω nicht blos durch eine willkürliche und zufällige Ansicht als eine Mischung $\mu\nu$ gedeutet werden, sondern in der That nichts anderes sein. Jene Grundformen μ ν π selbst aber und alle ihre Mischungen gehören zwar durch das fühlbare Allgemeine der Schmeckbarkeit C zusammen; aber innerhalb des Umfangs von C kann man sie doch nur disparat gegen einander nennen. Wer nur das Süße empfunden hätte, würde durch keine vorstellbare Modification dessen, was er in ihm empfindet, die noch nicht erfahrene Eigenthümlichkeit des Sauern oder des Bittern entdecken können; es findet also kein Uebergang durch selbständige Mittelglieder von μ zu ν oder π statt, sondern man muß diese drei vorher kennen, um durch verschiedenartige Mischungen derselben die überleitenden Mittelglieder erst zu erzeugen. Gleiche Verhältnisse finden sich bei den Farben, und ich hatte früher schon Gelegenheit, die Sprache zu rechtfertigen, wenn sie stets eine begrenzte Anzahl von Grundfarben unterschied und die übrigen als Mischungen zwischen sie einschaltete. Allerdings kann man durch geschickt gewählte Mitteltinten das Auge stetig aus dem Eindruck der einen Farbe in den einer andern hinüberleiten; aber aus dem Roth wird Orange oder Violet doch nur durch eine Zumischung von Gelb oder Blau, die der Vorstellung noch als solche fühlbar bleibt; von dem aber, was Roth zu Roth macht, gibt es an sich keinen Uebergang zu dem, was Blau zu Blau macht; wer nur jenes, nicht aber dieses empfunden hätte, würde in der einfachen Natur

des ersten nichts entdecken, was auf irgend eine Art modificirt gesteigert oder vermindert von selbst zur Vorstellung des Blau führen könnte; man muß dies letztere vorher schon kennen, um durch Mischung dieser beiden Endglieder das Mittelglied des Violet zu finden. Auch die Modificationen, deren jede einzelne Grundfarbe fähig ist, sind in dieser Weise zu betrachten. Man hat unstreitig Recht, hellblau und dunkelblau als Arten desselben Blau zu betrachten, aber auch diese Arten entstehen durch Mischung der immer sich selbst gleichen, unvermischt freilich niemals sichtbaren Bläue mit Weiß oder Schwarz. Ich wiederhole nur kurz die Bemerkung, daß alle bisherigen Betrachtungen sich nur auf die empfundenen Inhalte beziehen, nachdem die Empfindung in unserem Bewußtsein entstanden ist, und daß sie nichts mit den physischen oder psychischen Entstehungsbedingungen des Empfindungsactes zu thun haben.

174. Wesentlich anders verhalten sich die Töne. Die Vergleichung vieler läßt uns zunächst drei Prädicate sondern. Der Eigenklang des tönenden Instrumentes, worauf er auch immer physisch beruhen mag, ist für unsere Empfindung eine einfache nicht weiter zerlegbare Eigenschaft, am meisten dem Geschmacke vergleichbar. So groß auch die Nebenwirkungen dieses Klanges auf unser Gemüth sein mögen, die wesentliche Natur des Tones scheint er uns ebenso wenig zu bestimmen, wie die zweite Eigenschaft, die der Stärke; beide fassen wir nur als verschiedene Vortragsweisen desselben Tones, dessen unterscheidende Natur in seiner Höhe liegt. In dieser dritten Rücksicht aber zerfallen die Töne nicht wie die Farben in eine Anzahl discreter Stufen, zwischen denen Uebergänge nur durch Mischung möglich wären, sie bilden vielmehr eine stetige Reihe, in welcher zwei von einander entferntere Glieder sich nur durch öftere Wiederholung derselben Differenz unterscheiden, durch welche zwei nah benachbarte von einander sich sondern. Man kann keine Proportion aufstellen, nach der sich Roth zu Blau verhielte, wie Gelb zu irgend einer vierten Farbe; zwei Töne dagegen unterscheiden sich durch ein angebbares Multiplum eines als Einheit angenommenen Unterschiedes. Die Art dieses Unterschiedes selbst ist eigenthümlich genug; wir würden nicht bildlich von höheren und tieferen Tönen sprechen, wenn nicht, ganz abgesehen natürlich von der Frequenz der Schallwellen, welche wir ja nicht empfinden, in den Empfindungen selbst

eine Steigerung des einen Tones über den anderen enthalten wäre; aber diese quantitative Vorstellung läßt sich hier nicht wie sonst auf einen von ihr unabhängigen qualitativen Inhalt beziehen; der Ton d ist eben dadurch auch ein qualitativ anderer als c, daß er das undefinirbare Allgemeine des Klingens, das er mit diesem theilt, in jener eigenthümlichen Weise gesteigert enthält, die wir nur mit dem glücklichen Bilde der Höhe, in technischerem Ausdruck höchstens als qualitative Intensität bezeichnen können. Die Unterschiede der Töne sind daher gleichartig und in Bezug auf ihre Weite meßbar, was die der Farben nicht waren; die Mittelglieder entstehen zwischen zwei Tönen nicht durch Mischung dieser zwei, sondern sind, als vollkommen ebenbürtige Glieder der Reihe, gleich selbständig und ursprünglich, wie die, zwischen welche sie eingeschaltet gedacht werden. Die ganze Reihe endlich ist unbegrenzt; zu den Farben, die wir erfahrungsmäßig kennen, kann Niemand eine neue ersinnen, die sich vorstellen ließe und etwa nur in unserer sinnlichen Erfahrung nicht vorkäme; die Scala der Töne dagegen, eben weil jeder aus dem vorigen durch eine fühlbar gleichartige Steigerung entsteht, läßt sich ins Unendliche fortsetzen; es hat noch Sinn, von höheren oder tieferen Tönen zu sprechen, als jemals in unsere Erfahrung fallen können, denn wir haben hier, was wir bei dem Versuch, neue Farben zu ersinnen, nicht haben würden: eine deutliche Vorstellung davon, wie diese Töne sich ausnehmen müßten, *wenn* sie hörbar wären.

175. Ziemlich Aehnliches gilt, mit einigen Abweichungen, die ich dem Leser überlasse, von der Reihe der Wärmeempfindungen; sie führt zugleich noch zu einem anderen Verhalten. Das eigene Wärmebedürfniß des lebendigen Körpers gibt verschiedenen Strecken dieser Reihe eigenthümliche Werthe; wir unterscheiden Kaltes Kühles Laues Warmes Heißes, und glauben mit jedem dieser Ausdrücke etwas Bestimmtes zu meinen; aber nicht blos allgemeingültig würden wir die Grenze nicht angeben können, bei der für Jeden das Kühle endigt und das Laue beginnt, sondern auch, wenn wir nur unsere eigene Empfindung befragen, müssen wir uns gestehen, daß wir nur mit einer gewissen Willkür den einen oder den andern Namen wählen würden. Man kann an diesen Gegensatz des Warmen und des Kalten sowie der hohen und der tiefen Töne sogleich eine große Anzahl anderer Vorstellungspaare anschließen, deren Inhalt nicht ebenso unmittelbar aus sinnlicher Empfindung ent-

springt: das Große und das Kleine, das Starke und das Schwache, das Viele und das Wenige, das Alte und das Junge, und zahlreiche ihres Gleichen. So entschieden die beiden Glieder solcher Gegensätze wirklich Entgegengesetztes meinen, so ist doch in keinem eine Grenze zu finden, welche den Umfang des einen Gliedes von dem des andern trennte, stetig und unmerklich gehen sie in einander über. Die Richtungen dagegen, nach denen unser Vorstellen diese Reihen von a bis z oder von z bis a durchläuft, sind unzweideutig verschieden und theils einer Definition fähig, theils wenigstens für die unmittelbare Empfindung unvertauschbar. Es läßt sich nicht sagen, was warm und was kalt ist, aber ganz unzweifelhaft ist, ob a wärmer oder kälter als b ist, und zwar entscheidet in diesem Fall die Empfindung, die beim Uebergang von a zu b sich der entgegengesetzten Veränderung von derjenigen bewußt wird, die sie beim Rückgang von b nach a erfährt; es läßt sich auch nicht sagen, was groß und klein überhaupt ist, aber ganz eindeutig ist die Behauptung, a sei größer als b, und sie läßt sich dahin definiren, daß b von a abgezogen einen positiven Rest δ gibt. Es ist das Nämliche mit den übrigen Beispielen; sämmtlich aus der Vergleichung verschiedener Fälle hervorgegangen, nicht aus der Auffassung eines einzigen, bedeuten alle diese adjectivischen Vorstellungen Beziehungen, die ohne Rücksicht auf einen zweiten Beziehungspunkt keinen festen Werth und Sinn haben. Der Positiv dieser Adjective ist daher unbestimmt; nur ihr Comparativ ist eindeutig. Wo sie im Gebrauche der lebendigen Rede als Positive vorkommen, drücken sie aus, daß dem Bezeichneten der Comparativ ihres Sinnes im Vergleich mit einem nicht ausgesprochenen Maßstabe zukommt, der entweder nach subjectiver Schätzung des Sprechenden oder nach allgemeiner Meinung die normale oder die gewöhnliche Beschaffenheit des fraglichen Gegenstandes bildet.

176. Noch eine Betrachtung knüpft sich an Töne und Wärmeempfindungen. An sich vollkommen gleichwerthig bieten die Töne keine Veranlassung, einige wenige von ihnen als feste Punkte durch eigene Namen hervorzuheben und vor den anderen zu bevorzugen. Aesthetische Bedürfnisse aber regen den Wunsch an, die ganze Reihe zu gliedern. Da nun die einfache Tonempfindung nicht definirbar ist, so wird sie bestimmt durch die Angabe der Ursache, durch welche sie in jedem Augenblick mit sich identisch erzeugbar ist, durch die Frequenz der

Schwingungen, von denen sie abhängt. Aber keine Zahl hat einen Vorzug vor der anderen, und da jedes Glied der Reihe auf dem genannten Wege mit gleicher Leichtigkeit definirbar ist, so kommt es in der That in der musikalischen Scala zu keinem absoluten Anfangspunkte. Andere Verhältnisse, die harmonischen der Töne, die ich hier trotz des auch logischen Interesses, welches sie erwecken, übergehen muß, führen allerdings zu einer Gliederung der Reihe in Octaven; aber auch diese Gliederung hat keinen festen Anfangspunkt, sondern kann von jeder Tonhöhe aus beginnen. Die Wärmeempfindungen gestatteten eine so einfache Definition durch ihre Ursachen nicht; man mußte sich an die beobachtbaren anderen Erfolge ihrer unbekannten Ursache, an die Ausdehnung und Zusammenziehung der Körper wenden. Als man nun den Schmelzpunkt des Eises zum Ausgangspunkt auf- und absteigender Temperaturgrade machte, war dies ein ganz willkürlich, obwohl sehr zweckmäßig gewählter Nullpunkt der Bezeichnung; denn Flüssigkeit oder Starrheit des Wassers bildet einen wichtigen Wendepunkt für die Gestaltung der meteorischen und organischen Vorgänge, die uns umgeben. Es war aber doch nur ein Nullpunkt der Bezeichnung, nicht der bezeichneten Sache; von dem unbekannten Werthe x an, den diese für den Schmelzpunkt des Eises hat, theilen wir nur ihre positiven und negativen Zunahmen nach Anzahlen einer für unsere Zwecke passend gewählten Gradeinheit ein. Daher sind 12^0 nicht das Doppelte von 6^0, aber zwischen $0^0 = x$ und $12^0 = x + 12 \triangle x$ ist die Zunahme der Wärme doppelt so groß, als zwischen $0^0 = x$ und $6^0 = x + 6 \triangle x$. An diesem einfachen Beispiele wollte ich bemerklich machen, daß eine Gliederung und gesetzliche Ordnung einer Reihe oder eines Systems mannigfacher Inhalte allerdings ohne eine entsprechende sachliche Gesetzlichkeit ihrer eigenen Beziehungen nicht möglich ist, daß aber dennoch das Denken häufig eines durchaus willkürlich gewählten Ausgangspunktes und willkürlicher Maßstäbe bedarf, um sich dieser immanenten Ordnung der Sache fruchtbar zu bemächtigen; daß man endlich diese willkürliche Systematik, obwohl sie durch die Natur der Sache zugelassen und in ihrer Anwendung gerechtfertigt wird, doch nicht für eine in ihr selbst liegende Bestimmtheit ansehen darf.

177. Beispiele für diese Bemerkung bietet das praktische Leben sehr viele. Es kommen hier Eigenschaften in Betracht, die entweder

an verschiedenen Personen oder Dingen in sehr verschiedenen Größen haften oder, an einem und demselben Subject, eine stetige Reihe von Größenwerthen nach einander durchlaufen, so zwar, daß an diese Größenwerthe ihnen proportionale Wirkungen geknüpft werden sollten. Aber nur Naturwirkungen ändern sich stetig mit ihren Bedingungen; soll unser Handeln erst die Wirkungen hervorbringen, so verbietet sich in der Regel die genaue Befolgung der gewünschten Proportion um der Arbeit willen, welche sie im Mißverhältniß zu dem erreichbaren Zwecke erfordern würde. Man muß sich begnügen, gewisse Strecken der ganzen Werthreihe der Bedingungen als einheitliche Werthe zu betrachten und an sie eine gleiche mittlere Größe der Wirkung zu knüpfen, welche zu groß für die Anfangsglieder und zu klein für die Endglieder der Strecke sein wird. So zerlegt man für Zwecke der Besteuerung die Reihe der Vermögen von der völligen Armuth an bis zu dem höchsten wahrscheinlich anzutreffenden Reichthum in eine Anzahl von Klassen; so berechnet man nach Jahren des Lebensalters oder doch nur nach größeren Theilen derselben den zur Erwerbung einer Lebensversicherung nöthigen Beitrag; so hält die Berechnung der Zinsen bei dem Tage als untheilbarer Einheit an. Es kann ferner vorkommen, daß eine wachsende Eigenschaft allmählich einen Werth erreicht, an den der Eintritt bestimmter Wirkungen gebunden sein soll, ohne daß doch der Augenblick angebbar wäre, in welchem diese entscheidende Bedingung erfüllt ist. Die körperliche und geistige Reife, die wir in den Begriffen der Mündigkeit und Majorennität mitdenken, wird von Verschiedenen gewiß in verschiedenen Lebensaltern erreicht; aber nicht nur die unüberwindbare Weitläufigkeit, auch nicht die Unzulässigkeit einer über den Gesammtwerth der Person zu fällenden Censur, macht die Ermittelung des wirklichen Zeitpunktes für jeden Einzelfall unmöglich; während die ausgezeichneten Grade der Reife und Unreife leicht erkennbar sind, fehlt es wirklich an einem unzweideutigen Kennzeichen, welches in zweifelhaften Fällen eine von der andern unterschiede. Gleichwohl verlangen die Bedürfnisse des geselligen Lebens die Feststellung eines bestimmten Zeitpunktes; die Gesetzgebung hat ihn daher eigenmächtig zu bestimmen und sie knüpft an vollendete Tage und Stunden den Beginn von Rechten und Pflichten, zu denen sachlich allerdings die gestern noch fehlende Befugniß oder Verbindlichkeit nicht über Nacht entstanden ist. Obgleich

eigenmächtig, verfährt sie doch hier nicht grundlos; der Spielraum ihrer Wahl beschränkt sich auf Bestimmungen, die der Natur des vorliegenden Verhältnisses ohne angebbaren Unterschied der Genauigkeit entsprechen, ihre Willkür auf die Bevorzugung der einen unter diesen gleichberechtigten. Noch andere Fälle gibt es, in denen die Natur der Sache, welche zur Aufstellung einer Bestimmung veranlaßte, noch weniger einen genauen Maßstab für sie darbot, dieser vielmehr nur in den anderweitigen Zwecken lag, zu deren möglicher Erfüllung die fragliche Bestimmung nöthig wurde. Hierher gehören die Zeitfristen, innerhalb deren die Bedingung einer zu erlangenden oder zu vermeidenden Rechtsfolge zu erfüllen ist; im Großen allerdings durch die erwähnte Rücksicht zweckmäßig bestimmt, haben im übrigen diese Festsetzungen nur die logische Pflicht der Unzweideutigkeit; ihr genügte die Vorzeit, indem sie wichtige Fristen nicht nach ganzen größeren Zeiteinheiten abmaß, sondern einen Bruchtheil derselben, den Wochen eine Anzahl von Tagen, dem Tage einige Stunden zugab; sie verengte dadurch den Zeitraum, innerhalb dessen man, nach alltäglichem loserem Sprachgebrauch, der Vorschrift hätte zu genügen glauben können. Ebenso thun die Behörden recht, wenn sie zur Verhütung von Ruhestörungen die Anzahl der Personen, die für eine verbotene Zusammenrottung gelten sollen, authentisch auf drei oder fünf festsetzen und sich dadurch der Disputation entziehen, die schon die antike Sophistik übte: wie viele Körner nöthig sind, um einen Haufen, oder wie vieler Haare Verlust, um einen Kahlkopf zu machen.

178. Ich kehre von dieser Abschweifung zurück. Ob irgend ein Ton hoch oder tief, ob eine Flüssigkeit kalt oder warm zu nennen sei, darüber streitet man nicht; an dem Inhalt dieser Begriffe haftet kein Interesse, welches uns zögern ließe, die oben erwähnte Relativität ihrer Bedeutungen sofort zuzugestehen. Anders denken wir über den Unterschied von gut und böse. Auf die Festigkeit und Abgeschlossenheit dieser beiden Begriffe legen wir den höchsten Werth; jede Handlung muß für sich allein, nicht blos im Vergleich mit einer andern, unzweideutig in den Umfang des einen fallen und aus dem Umfang des andern ausgeschlossen sein; selbst daß es Gradunterschiede der Güte im Guten und der Bosheit im Bösen gebe, hat man leugnen zu müssen geglaubt, damit nicht die abnehmenden Werthe beider zuletzt in einem Nullpunkt

des Gleichgültigen zusammentreffen und so ein stetiger Uebergang zwischen zwei Gegensätzen vermittelt werde, zwischen denen vielmehr jede Brücke abgebrochen sein soll. Aber diesem logischen Rigorismus widerspricht durchaus das unbefangene Urtheil, dem wir im Leben alle folgen. Denn Niemand zweifelt wohl an Gradunterschieden der Bosheit und der Güte; und daß keine Handlung gleichgültig sei, überredet man uns erst, nachdem man den Begriff der Handlung künstlich beschränkt hat. Es hilft aber in der That nichts, der drohenden Vermischung des Guten und des Bösen durch eine erste Eintheilung aller Handlungen in sittlich beurtheilbare und in sittlich unbeurtheilbare zuvorzukommen, um dann desto sicherer die erste dieser Gruppen in die beiden unvermittelbaren Gegensätze des Guten und des Bösen zu vertheilen; der Zweifel ändert so nur den Ort, denn die Frage geht nun darauf, wo die Grenzen zu ziehen sind zwischen dem, was sittliche Beurtheilung herausfordert, und dem was nicht; und diese Grenzen werden wieder durch stetigen Uebergang des einen in das andere zu verschwimmen scheinen. Nicht ebenso dringliches aber doch lebhaftes Interesse hat für ästhetische Betrachtungen das Verhältniß des Angenehmen zum Schönen und zum Guten. Für eine unbefangene Auffassung ordnen sie sich, nicht nur nach dem Werthe sondern auch nach der Bedeutung ihrer Inhalte, in eine zusammenhängende Reihe; nicht so zwar, daß durch einfache Steigerung das intensivste Angenehme zum Schönen oder die höchste Schönheit zur niedrigsten Stufe des Guten würde, aber doch so, daß es qualitativ bestimmte Arten des Angenehmen gibt, die beginnen ein Recht auf den Namen des Schönen zu haben, und Formen der Schönheit, deren ästhetischer Eindruck der sittlichen Billigung verwandt wird. Aber Moral und Aesthetik sträuben sich gleichmäßig gegen dieses Zugeständniß; sie halten das Schöne für verfälscht, wenn es mit dem Guten, das Gute für erniedrigt, wenn es mit dem Schönen, und vollends durch dieses hindurch mit dem Angenehmen, irgend eine Gemeinschaft habe. Und in Bezug auf das Schöne wenigstens hat auch hier die Leugnung jeder Gradabstufung nicht gefehlt; was einmal schön sei, sei durchaus schön, und man denke es eben nicht wahrhaft als schön, wenn man zulasse, daß es ein Anderes gebe, welches noch schöner sei.

179. Sehen wir uns zur Beurtheilung dieser Zweifel nach anderen Beispielen um. Die Geometrie kennt von der geraden Linie, um

der Natur derselben willen, allerdings nur eine Art, an den Curven aber unterscheidet sie unzählige Grade der Krümmung von bestimmbarem Werth; und so zwar, daß die gerade Linie selbst ihr als der äußerste Grenzfall erscheint, dem sich die Curve bei immer zunehmendem Wachsthum ihres Krümmungshalbmessers stetig annähert. Ungeachtet dieses stetigen Ueberganges beharrt dennoch die Geometrie nicht nur im Allgemeinen auf der Behauptung, Krummes und Gerades sei entgegengesetzt und unvereinbar, sondern auch in der Anwendung entsteht in Bezug auf eine Linie, die man genau kennt, niemals ein Zweifel; so nahe sie auch der Geraden liegen mag, sie ist dennoch ganz unwidersprechlich krumm, so lange ihr Krümmungsradius noch eine endliche Größe hat. Eine Curve kann ferner in einer Strecke ihres Verlaufes concav gegen eine Axe sein, gegen die sie im weiteren Verlaufe convex wird; erfährt sie diese Veränderung ihrer Richtung in stetigem Zuge ohne discontinuirliche Spitze, so ist unzweifelhaft ihre Tangente am Wendepunkt, mithin das Element der Linie selbst, zu jener Axe parallel, also weder concav noch convex; aber obgleich so beide Richtungen sichtlich in einem Nullpunkt zusammenhängen, der keiner von ihnen gehört, so wird doch durch ihn der Gegensatz ihrer Bedeutungen nicht geändert oder aufgehoben; diesseit dieses Punktes bleibt die Linie nur concav, jenseit nur convex. Noch einfacher: zwischen 1 und 2 lassen sich unzählige Brüche einschalten, die von dem Werthe der 1 zu dem der 2 hinüberführen; zwischen Tageshelle und Nachtfinsterniß lassen sich unzählige Abstufungen der Beleuchtung nicht nur denken, sondern sie treten wirklich ein; zwischen Wohlbefinden und Schmerz liegt eine stetige Reihe von Gefühlen, die jenes mit diesem verbinden: aber darum wird doch nicht $1 = 2$, darum hört die Finsterniß und der Schmerz nicht auf, der volle Gegensatz zu Licht und Wohlbefinden zu sein; und zugleich sind die Glieder dieser Gegensätze jedes für sich, auch außer Vergleich mit dem anderen, etwas so Bestimmtes, daß Niemand das eine mit dem anderen verwechselt. Diese Beispiele reichen zur Verdeutlichung des Satzes aus, daß die Existenz unzähliger Gradabstufungen, durch welche die Inhalte zweier entgegengesetzten Begriffe A und B in einem gemeinsamen Nullpunkt zusammenstoßen, den Unterschied oder Gegensatz dessen nicht aufhebt, was A und B an sich selbst bedeuten.

180. Wäre es daher der Sittenlehre gelungen, was ihr Geschäft ist

und nicht hier das unsrige, das was sie unter dem Guten A und dem Bösen B meint, ebenso unzweideutig zu bestimmen, wie die Geometrie definirt, was sie unter convex und concav verstehen will, so hätte sie keinen Grund, um die Festigkeit des Unterschiedes beider Begriffe zu schützen, die Abstufbarkeit des Guten und des Bösen und ihr Zusammentreffen am Gleichgültigen zu bestreiten. Die specifischen Bedeutungen der allgemeinen Begriffe gut und böse ändern sich nicht im geringsten deshalb, weil die einzelnen Beispiele, von denen sie prädicirt werden, sich mit verschiedener Intensität an dem Charakter des einen oder des andern dieser Gegensätze betheiligen. Jener Nullpunkt aber des Gleichgültigen kann noch weniger zur Vermischung beider beitragen, denn er findet ja nicht so statt, daß beide in ihm, sondern so, daß keiner von beiden in ihm gültig ist; er ist mithin nur ein Trennungspunkt, diesseit dessen unzweideutig nur das Gute, jenseit nur das Böse liegt. Braucht nun die Abstufbarkeit beider Begriffsinhalte nicht um ihrer Festigkeit willen geleugnet zu werden, so muß man anderseits darauf halten, daß sie ausdrücklich zugestanden wird. Sie zu leugnen, die alte stoische Paradoxie zu wiederholen, omnia peccata esse aequalia, oder beständig zu predigen, auch der kleinste Irrthum sei nicht Wahrheit, sondern eben Irrthum und weiter nichts, dies alles sind logische Langweiligkeiten, die, weil sie nur halbe Wahrheiten enthalten, nach dem eben erwähnten Grundsatz selber, Irrthümer und nichts weiter heißen könnten. Die Curven sind nicht blos Curven schlechthin, so daß die Grade ihrer Convexität oder Concavität sie blos nach einer Nebenrücksicht unterschieden, welche nichts mit ihrem Curvencharakter zu schaffen hätte, sondern die eine krumme Linie ist wirklich krümmer als die andere, thut also dem gemeinsamen Charakter beider in größerer Intensität Genüge. Und ebenso wird die gute oder böse Gesinnung, aus der eine Handlung entspringt, nicht blos nebenbei nach der Wichtigkeit der Objecte, auf welche die letztere sich bezieht, oder der Umstände, unter denen sie ausgeübt wird, sondern nach dem Grade ihrer Bosheit oder Güte selbst meßbar sein, denn sie ist keineswegs blos eine Form des Verhaltens, die überall gleich bleibt, sie ist selbst ein inneres Thun, das nicht nur einen Grad der Intensität bedarf, um den Anstoß zum Handeln überhaupt zu erzeugen oder die Widerstände zu überwinden, sondern auch einen Grad des Werthes hat je nach der Größe des Wohls oder Wehes,

auf dessen Erzeugung es sich absichtlich richtet. Auch der Irrthum ist nicht blos Nichtwahrheit, denn das unterschiede ihn nicht vom Zweifel, sondern er ist eine Abweichung von ihr, und hat deshalb eine meßbare Größe, ohne die er nicht denkbar ist; wer daher sein Denken auf wirkliche Aufgaben richtet, wird nicht den Widersinn begehen, zwei Annahmen gleich wegwerfend unter den Begriff der Irrthümer überhaupt zu verweisen, von denen die eine der Wahrheit so fern steht, daß sie gar keine, die andere so nahe, daß sie fast alle über ihren Gegenstand zu erwartende Erkenntniß möglich macht.

181. Vielleicht könnte schon die Reihe des Angenehmen Schönen und Guten, deren Ueberlegung ich übrigens dem Leser überlasse, noch auf ein anderes Verhalten einer Begriffsreihe führen, das ich zunächst durch ein geometrisches Bild verdeutlichen will. Wir denken uns zwei Körperräume, A und B, beide pyramidalisch von einer Spitze beginnend, zu ähnlichen Querschnitten mit verschiedener Beschleunigung anwachsen; schieben wir sie so in einander, daß die Spitze eines jeden auf irgend einem Punkt der Axe des andern liegt, so gehört die Ebene, welche durch den Durchschnitt ihrer Oberflächen gelegt wird, sowohl zu der Reihe der Ebenen, deren Integral A ist, als zu der Reihe der anderen, deren unendliche Folge B zusammensetzt; man kann sich ebenso einen dritten Körper C vorstellen, der in gleicher Weise eine Ebene mit B gemeinsam hat. Das Wachsthumsgesetz jedes dieser Körper läßt sich, bezogen auf die gemeinsame Axe aller drei und auf die Lage ihrer Gipfel in derselben, durch je eine Formel darstellen, welche wir der Reihe nach den drei allgemeinen Begriffen A oder B oder C zu vergleichen hätten. Und dann würde sich zeigen, daß es in der Reihe der einzelnen Beispiele von A ein bestimmtes gibt, das zugleich der Forderung des Begriffes B genügt; daß also für dieses Beispiel es zweifelhaft oder willkürlich wird, ob es dem Begriff A oder B unterzuordnen ist, nicht deshalb, weil es keinem von beiden, sondern weil es vollständig beiden zugleich genügt; über diesen Einzelfall hinaus aber würden alle anderen Beispiele des A, alle jene übrigen Ebenen, die durch die so zusammengesetzte Körperfigur gelegt würden, ausschließlich entweder dem A oder dem B angehören; Gleiches endlich fände statt in Bezug auf die B und C gemeinsame Ebene. In diesen Fällen liegt es also an der Natur der wesentlich verschiedenen Begriffe selbst, daß einzelne Glieder ihrer

Artenreihe zweideutig werden und an sich, ohne irgend eine Nebenrücksicht, z. B. auf die Art ihrer Entstehung oder Entwicklung zu nehmen, mit Sicherheit keinem dieser Begriffe ausschließlich zugerechnet werden können, obgleich, abgesehen von diesen Einzelfällen, die Verschiedenheit der Bedeutung jener Begriffe nicht zweifelhaft ist. So wie wir uns nun hier A B und C durch Namen bezeichnet, mithin als Begriffe ausgedrückt, jene Sonderfälle aber namenlos gelassen dachten, so kann die Sprache auch zu dem Umgekehrten veranlaßt sein; sie kann Begriffe M N O durch Namen fixiren, die nur in Einzelfällen, welche wir etwa als ausgezeichnete Punkte, als Maxima oder Minima, einer zusammenhängenden Reihe versinnlichen könnten, ganz eindeutige von einander völlig verschiedene Bedeutungen besitzen; dann wird es umgekehrt in der Wahrnehmung und Erfahrung sehr viele Inhalte geben, die jedenfalls ihren Platz zwischen, aber auch nur zwischen zweien dieser Begriffe haben müssen, vollständig dagegen keinem von ihnen entsprechen.

182. Als Beispiele, die auf dies letzte Verhalten zurückgeführt werden können, dienen Begriffe zusammengesetzter Bildung, welche die Sprache erzeugt hat, indem sie nicht von einem, sondern von vielen Vergleichungsgesichtspunkten zugleich ausging. Zweifellos stimmt dann mit einem solchen Begriffe jedes Beispiel überein, welches in jeder dieser Vergleichungsrücksichten an dem aus ihr entsprungenen Merkmale des Allgemeinen theilhat; aber die Zugehörigkeit zu dem Begriffe wird sehr zweideutig für viele andere Beispiele, die von dem einen Gesichtspunkt aus ganz entschieden ihm zuzurechnen sein würden, aber von einem anderen zugleich mitgedachten aus gar nicht. In dem Begriffe der Krankheit haben sich auf diese Weise verschiedene Gedanken gekreuzt. Gewiß ist sie vor allem eine Abweichung des körperlichen Zustandes von einer als feststehend betrachteten Norm. Aber eine angeborene Mißbildung, die von dem natürlichen Bau des Körpers sehr bedeutend abweicht, mögen wir doch nicht Krankheit nennen, so lange sie nicht auch die lebendigen Functionen der Organe beeinträchtigt, und so lange sie, immer in derselben Weise bestehend, keinen natürlichen Verlauf durch verschiedene Stadien hat. Eine Wunde ändert Bau und Functionen immer in irgend einem Grade, auch hat sie einen natürlichen Verlauf; aber eine leichte nennen wir doch nicht Krankheit, offenbar, weil sie weder Gefahr noch Unbrauchbarkeit des Körpers für wesentliche Lebens-

zwecke einschließt; eine sehr schwere aber auch nicht, obwohl sie beides thut; sie ist zu plötzlich ganz und gar durch äußere Kräfte entstanden, und wir bemerken jetzt, daß wir uns unter Krankheit einen Zustand vorstellten, der zwar auf äußerliche Veranlassung begonnen, aber seine bestimmte Form doch nur durch die eigenthümlichen Wechselwirkungen der inneren Kräfte angenommen hat. Eine solche Reaction der inneren Kräfte gegen den äußeren Reiz bildet nun jeder Schnupfen; aber auch ihn nennen wir Krankheit doch kaum, so lange ihm das Moment der Gefahr fehlt; und ebenso wie wir uns hier mit dem milderen Namen des Unwohlseins helfen, sprechen wir auch von einer gewissen Breite der Gesundheit, um in ihr eine Menge langsam sich fortbildender Störungen unterzubringen, die mit einer ursprünglichen Eigenthümlichkeit der körperlichen Constitution zusammenhängen. Was nun hier Rechtens ist, ist leicht zu sagen. Unmöglich ist in solchen Fällen eine Definition, die mit wissenschaftlichen Bedürfnissen und mit diesen Wunderlichkeiten des Sprachgebrauchs zugleich in Einklang wäre; bedarf man einer Begriffsbestimmung, so muß man sie, unbekümmert um den Sprachgebrauch, willkürlich festsetzen. In unserem Beispiel ist sie ziemlich entbehrlich, denn die Pathologie kommt recht gut aus auch ohne das allgemeine Wesen der Krankheit vorwurfslos definirt zu haben; die Praxis vollends braucht logische Allgemeinheiten nicht, aus denen keine Indicationen zum Handeln fließen. Anders in anderen Fällen. Auch in dem Begriff des Verbrechens durchkreuzen sich Rücksichten auf Vorbedacht oder Uebereilung, auf den Grad der bösen Absicht, auf Versuch oder Vollendung, auf die Größe des erzeugten Uebels; in dem Unterschiede des Kunsterzeugnisses von dem Produkt des Handwerks, in dem Verhältniß der freien Nachbildung zur Copie finden sich ähnliche Zweideutigkeiten. Hier hat es mehr Werth, die Grenzen der Begriffe zu bestimmen, da gesetzlich Vortheile und Nachtheile sich unmittelbar an die Zugehörigkeit eines gegebenen Falles zu dem einen von ihnen knüpfen; aber auch hier wird man sie, zwar mit Berücksichtigung des Sprachgebrauchs, im Wesentlichen doch durch Satzung feststellen müssen.

183. Selbstverständlich kann man jeden Begriff M jedem beliebigen andern N gleichsetzen, wenn man den Inhalt von N durch nähere Bestimmungen so umwandelt, daß er = M ist. Hieraus entspringen vielerlei zufällige Ansichten oder Transformationen des Ausdrucks für

dasselbe M, welche wir später nützlich finden werden, um M bald dem einen bald dem anderen Gesetz subsumirbar zu machen, aus dem eine neue Behauptung über M entspringen kann. Eine Grenze des Erlaubten gibt es an sich für dies Verfahren nicht, so lange das transformirte M wirklich das ursprüngliche deckt, so lange also N = M. Man könnte selbst ein Dreieck M dem Begriff des Vierecks N unterordnen, mit der Nebenbestimmung freilich, daß eine der Viereckseiten bis zu Null abgenommen habe; so sehr dies Spielerei scheint, so ist es doch nützlich zu verwenden; man kann sehr anschaulich machen, wie jedesmal, wenn zwei Seiten, die früher durch eine Zwischenseite getrennt waren, durch das Verschwinden derselben mit ihren Endpunkten zusammenstoßen, zwei rechte Winkel von der ganzen Winkelsumme des Polygons, hier des Vierecks verloren gehen. Diese Verwendung der Transformationen wird uns später interessiren; hier heben wir hervor, daß durch sie der Unterschied der beiden so aufeinander zurückgeführten Begriffe natürlich nicht geändert wird. Das Viereck bleibt vom Dreieck so verschieden, wie es immer war, nämlich so, daß es eben seines wesentlichen Charakters entkleidet werden muß, um jenem zugeordnet zu werden, und ebenso wird jede andere Umänderung, die an N nöthig ist, um daraus M zu machen, die Größe des bleibenden Unterschiedes beider Begriffe messen. Handelt es sich nicht, wie in diesem Falle, um abstracte Gedankengebilde, sondern um Wirklichkeiten, die in der That eine eigene Entstehung haben, so ist der Werth solcher Transformationen sehr gering; sie sind zunächst bloße Einfälle, deren Bedeutung erst durch besondere Untersuchungen zu ermitteln ist. In Gedanken kann man jede gegebene Krystallgestalt durch willkürliches Abschnitzeln hier und da in jede beliebige andere, in der bloßen Zeichnung die Figur des Krokodils durch successive Aenderungen der Contouren in die eines Vogels verwandeln, und aus jedem chemischen Element kann man jedes andere ableiten, wenn man alle Coefficienten, welche die allgemeinen physischen Eigenschaften in dem einen haben, stetig in bestimmte andere Werthe übergehen läßt. Durch solche Künste kann man nicht die Begriffe M und N einander nähern, denn ihr Unterschied bleibt immer so groß, wie die Summe der Schritte, die man vom einen zum andern machen mußte; man kann aber auch nicht die wirklichen Dinge, welche Beispiele dieser Begriffe sind, hierdurch in einen Zusammenhang des möglichen

Uebergehens in einander bringen. Dazu wäre der Nachweis nöthig, daß die physischen Kräfte derjenigen Elemente, die einen wirklichen Krystall von der Form M aufbauen, an demselben Stoff auch ein Gleichgewicht der Lagerung in der Form N möglich machen; oder daß das verkettete System von Kräften, welches den Bildungstypus des Krokodils vorzeichnet und physisch verwirklicht, überhaupt durch andere natürliche Einwirkungen sich so verschieben lasse, daß aus ihm die Gestalt des Vogels wirklich herauswachsen kann, daß mit einem Worte in dem Zusammenhange der Wirklichkeit Triebe vorhanden sind, welche die Umänderungen der Begriffsinhalte realisiren, die wir in Gedanken und auf dem Papier willkürlich an ihnen vornehmen können. Man erinnert sich, glücklicherweise als eines überwundenen Irrthums, der wilden Willkür, mit welcher man früher etymologisirend jedes Wort der einen Sprache am Ende aus jedem beliebigen der andern ableitete; jetzt ist die Warnung vor Aehnlichem in Bezug auf das neuerwachte Bedürfniß nützlich, die Mannigfaltigkeit der organischen Wesen, mit Aufhebung aller festen Artunterschiede, aus einander entstanden zu denken. Jedenfalls hat indessen Darwins Versuch, gleichviel ob zulänglich oder nicht, sich wenigstens eifrig darum bemüht, die wirklichen Vorgänge aufzuweisen, durch welche die denkbare Verwandlung der einen organischen Form in die andere realisirt worden sein mag.

Drittes Kapitel.

Schematische Anordnungen und Bezeichnung der Begriffe.

184. Ich setze in diesem Abschnitt von etwas verändertem Gesichtspunkt aus die Betrachtungen des vorigen fort. Die Weite und die Bedeutung des Unterschiedes mehrerer Vorstellungsinhalte war nur dann einer näheren Bestimmung fähig, wenn wir Gelegenheit fanden, mehrere gleichartige Unterschiede unter einander zu vergleichen, wenn also die verglichenen Inhalte selbst Reihen bildeten, deren Glieder nach einem mehr oder minder genau ausdrückbaren Gesetze fortschritten, und wenn außerdem das fühlbar Allgemeine, dessen quantitativ und qualitativ verschiedene Modificationen diese Glieder darstellten, nur in einer und derselben Richtung solche Abwandlungen gestattete. Zusammen-

gesetzte Begriffe, sei es von Dingen oder von Eigenschaften, Verhältnissen oder Ereignissen, lassen sich wegen der Vielheit einander determinirender Merkmale oder Beziehungspunkte, welche sie einschließen, nach mancherlei Richtungen hin verändern, theils dadurch, daß die Merkmale und die Beziehungspunkte, einzeln oder einige oder alle, die verschiedenen Beschaffenheiten annehmen, deren sie fähig sind, theils dadurch, daß die zwischen ihnen obwaltenden Determinationen die verschiedenen möglichen Werthe der Lockerheit oder Engigkeit und die Formänderungen durchlaufen, denen sie ihrer Natur nach unterworfen sind. Nun hindert nichts, daß öfters der Werth oder die Weite des Unterschiedes zwischen zwei so entstandenen Begriffen M und N uns durch unmittelbaren Eindruck mit dem Grade der Sicherheit deutlich sei, den wir in dem fraglichen Falle wünschen müssen; hätten wir jedoch ein wissenschaftliches Interesse an genauerer Bestimmung, so würden wir die Werthe der verschiedenen Scalen, nach denen die einzelnen Unterschiede stattfinden, und aus ihnen den Werth der Gesammtveränderung bestimmen müssen, welche M von N oder N von O trennt. Man wird geneigt sein, schon hier einzuwerfen, daß wir, in den meisten Fällen wenigstens, die Bedeutung einer Scala, nach welcher die Veränderung eines Begriffsinhaltes stattgefunden hat, vielmehr umgekehrt nach der Größe der Umwandlung schätzen, welche diese Veränderung in dem unmittelbaren Totaleindruck hervorgebracht hat; diese Einwendung kann ich zugeben, ohne sie weiter zu berücksichtigen; denn was ich hier erläutern will, ist nicht eine logische Regel, sondern ein Hang unseres Gedankenganges, der weit mehr einzuschränken als zu befriedigen sein wird, der aber um seiner Unaustilgbarkeit willen eine besondere Berücksichtigung verlangt. Man begreift nämlich leicht, wie aus jener obenerwähnten Aufgabe der Wunsch entstehen kann, ein allgemeines Schema zu besitzen, in welchem nicht nur alle denkbaren modificablen Beziehungen verschiedener Elemente, sondern auch die Werthe der Unterschiede je zweier Modificationen dergestalt festgestellt wären, daß jeden zwei Begriffen M und N der bestimmte Unterschiedswerth oder zugleich Verwandtschaftswerth zukäme, welcher an den von ihnen eingenommenen Stellen des allgemeinen Schema haftet.

185. Ich gehe zunächst zur Erläuterung auf eine Erscheinung des ältesten Alterthums zurück, auf Pythagoras. Aus den spärlichen und großentheils wenig glaubwürdigen Quellen, die wir besitzen, ein

sicheres Lehrgebäude pythagoreischer Philosophie wieder aufzubauen unternehme ich nicht; aber den Grundgedanken, der sie belebt haben kann, und von dem begreiflich ist, daß er eine ebenso langdauernde als in ihren Aeußerungen oft verkehrte Theilnahme erregt hat, glaube ich angeben zu können. Die Hinneigung der Schule theils zu abstract mathematischen Untersuchungen theils zur Anwendung derselben auf Naturvorgänge ist hinlänglich gewiß; die erste Richtung der Studien mußte auf die Vorstellung der Zahlenreihe und der Gestaltenwelt als zweier großen gesetzlich in sich selbst zusammenhängenden Ganzen führen, und noch überdies die Abhängigkeit der räumlichen Gebilde selbst von den in sie eingegangenen Zahlengrößen lehren; die andere Richtung hat, neben uns weniger bekannten Erfolgen, zur Auffindung des Verhältnisses zwischen der gehörten Tonhöhe und der Länge der schwingenden Saite geführt und damit sicher den allgemeinen Gedanken rege gemacht, daß auch Erscheinungen, deren Verschiedenheiten von uns zunächst als qualitative empfunden werden, auf mathematischen Verschiedenheiten vergleichbarer Bedingungen beruhen. Zu schrankenloser Verallgemeinerung so gefundener Ergebnisse neigt menschliche Einbildungskraft ohnehin; für den mathematisch gebildeten Pythagoreer kam die Erwägung hinzu, wenn einmal einer Reihe von Größenveränderungen eine Veränderungsreihe von Erscheinungen entspreche, so werde auch keinem anderen denkbaren mathematischen Verhältnisse und seinen Modificationen das entsprechende Gegenbild in der Erscheinung fehlen, oder umgekehrt: wenn eine Gruppe von Erscheinungen sich auf Größenbestimmungen gründe, so werde der Zusammenhang aller Naturvorgänge unter einander auch die übrigen Erscheinungen zu gleichartiger Abhängigkeit von mathematisch bestimmbaren Gründen nöthigen. So denken wir uns das philosophische Unternehmen entstanden, dem Aristoteles den Ausdruck gibt, Pythagoras habe die Principien der Zahlen für die Principien der Dinge gehalten; aber den Sinn dieses Ausdrucks selbst haben wir noch weiter zu überlegen. Die Absicht der pythagoreischen Philosophie ging gewiß nicht blos darauf, worauf sie nach dem anderen Spruche ihres Urhebers, Gott habe alles nach Maß und Zahl geordnet, gerichtet scheinen kann; nicht auf eine bloße Anwendung der Mathematik auf die Natur in der Art, daß eben nur die Größenbestimmtheiten der natürlichen Kräfte und Ereignisse im Falle ihres Wechselwirkens nach

demselben mathematischen Rechte einander modificiren, das für Größen überhaupt gilt; vielmehr diese Data selbst, auf welche unsere mathematische Physik nur Anwendungen der Mathematik macht, erschienen dem Pythagoras als selbst schon ein System bildend, dessen innere Gliederung nach denselben Verhältnissen entworfen ist, nach denen die Glieder der Zahlenreihe gebildet sind oder sich zusammensetzen können. Ich unterscheide in dieser Ansicht einen allgemeinen Gedanken und seine besondere Ausprägung.

186. Die sogenannte Naturphilosophie der Jonier war damit beschäftigt gewesen, die Bildung und Rückbildung der Naturkörper aus ihrem Urstoff und in ihn zu beschreiben; da sie sehr allgemein dazu Vorstellungen von Verdichtung und Verdünnung brauchte, kann sie, um dieser quantitativ bestimmten Hülfsmittel willen, der pythagorischen Auffassung schon verwandt scheinen. Sie ist ihr dennoch sehr fremd; denn nirgends findet sich in ihr ein ausgesprochenes Interesse dafür, daß die Summe dessen, was auf diese Weise entstand, in irgend einem Augenblicke seines Bestehens oder in der Reihenfolge seines Werdens ein zusammengehöriges Ganze bilde, dessen Theile einander fordern. Pythagoras hingegen scheint sich sehr wenig um diese Entstehung der Welt gekümmert zu haben, aber so wie sie bestand, nachdem sie entstanden war, galt sie ihm für ein System, dessen Theile nicht blos neben einander da waren, sondern in dem eine Lücke gewesen wäre, wenn während des Bestandes der einen Erscheinung die Wirklichkeit der anderen gefehlt hätte. Wenn es in der Wirklichkeit a b und d gibt, so ist c, falls es da ist, nicht blos auch da, sondern es ist da, weil es von dem Gesetze, nach welchem die Reihe ab.. bis d fortschreitet, als nicht fehlen könnendes drittes Glied zu dem vierten d gefordert wird; oder falls c nicht ist, so ist es nicht blos thatsächlich nicht, sondern weil das Bildungsgesetz jener Reihe die Möglichkeit dieses dritten Gliedes vor d ausschließt. Dieselbe Betrachtung würde sich auf andere Reihen des Wirklichen, auf $\alpha\beta\gamma\delta$ und abcd, anwenden lassen, und diese Anwendung ist von der pythagoreischen Philosophie gemacht worden. Welches Verhältniß sie zwischen den verschiedenen Charakteren dieser Reihen angenommen haben mag, die ich durch die verschiedenen Alphabete andeuten wollte, wissen wir allerdings nicht, und sehr wahrscheinlich würden uns darüber, wie Aristoteles merken läßt, auch die vollständigsten Quellen nicht belehren; was aber das

Gesetz betrifft, welches in jeder dieser Reihen die gleichartigen Glieder unter einander verbindet, so scheint unzweifelhaft, daß dies eben als dasselbe identische für alle diese Reihen angesehen, daß also ein allgemeiner Parallelismus des Verhaltens in den verschiedenen Gruppen zusammengehöriger Erscheinungen behauptet wurde. Dies zeigt sich in der Erfindung einer unsichtbaren Gegenerde, um die Zahl der damals bekannten Planeten auf jene Zehn zu bringen, der einmal die arithmetische Mystik des Systems eine besondere Bedeutung beigelegt hatte, in der Annahme eines fünften Elements, das mit Wasser Erde Feuer und Luft den fünf regelmäßigen Körpern Tetraeder Würfel Octaeder Dodekaeder und Ikosaeder entsprechen sollte, in dem Versuche ferner, die Entfernungen der Planeten nach musikalischen Intervallen geordnet zu denken, selbst in der ärmlichen Form der Tafeln von Gegensätzen, die für unser Verständniß freilich nur das häufige Vorkommen des Gegensatzverhältnisses selbst an willkürlich zusammengestellten Begriffspaaren versinnlichen, aber durch die Zehnzahl der Paare anzudeuten scheinen, daß sie für alle verschiedenwerthigen Stufen einer zehngliedrigen Reihe dies Verhältniß als wesentlich darstellen wollten. Endlich, wenn der Zahl Sechs das Belebtsein, der Sieben die Intelligenz und das Licht, der Acht die Freundschaft zugeordnet wurde, so geht daraus hervor, daß nicht blos die Erscheinungen der äußeren Natur, sondern auch die des geistigen Lebens, daß überhaupt alles Denkbare als geordnet nach demselben Reihengesetze betrachtet wurde. So hat diese Philosophie ganz dasselbe gesucht und glaubte es gefunden zu haben, was wir oben aussprachen: ein allgemeines Schema, welches, vom Einfachen zu Verwickeltem aufsteigend, die Summe möglicher Bildungen zu umfassen dachte, deren eine jedem Wirklichen als Muster seiner eigenen dienen mußte, und das zugleich diese Vorbilder so in eine Reihe ordnete, daß jedem Wirklichen durch die Stelle seines Vorbildes in ihr seine eigene Bedeutung und die Größe seines Unterschiedes oder seiner Verwandtschaft mit den anderen Dingen, den Nachbildern anderer Reihenglieder, zukam. Dies scheint mir der allgemeine Gedanke, den ich der pythagoreischen Philosophie zueigne: nicht blos eine gleichsam später gestiftete Anordnung von Dingen, deren Wesen ursprünglich ohne Rücksicht auf das Princip dieser Ordnung gegeben gewesen wäre, sondern eine Harmonie des Kosmos, — mit diesem Namen bezeichnete zuerst Pythagoras

die Welt, — begründet darauf, daß alle Dinge von Anfang an nur verschiedene Verwirklichungen einer Reihe von Typen waren, welche ein allgemeingültiges Entwicklungsgesetz bestimmte.

187. Die specielle Ausprägung dieses Gedankens ist weit hinter der unleugbaren Großartigkeit seines allgemeinen Sinnes zurückgeblieben. Auch die Mathematik der Gegenwart, so vielförmig die Größenverhältnisse sind, deren interessante Wechselbeziehungen sie in Betracht gezogen hat, würde nicht im Stande sein, in diesen ausreichende Vorbilder oder Symbole oder abstracte Ausdrücke der mannigfacheren Verhältnisse zu finden, die zwischen den Elementen des Wirklichen und den aus ihnen entspringenden Combinationen bestehen; die antike Arithmetik aber, zu deren Ausbildung die pythagorische Schule beigetragen zu haben scheint, fand in ihrer Kenntniß der Zahlenreihe nur sehr wenige und ärmliche Beziehungen auf, deren Werth man sehr überhöhen und schon ziemlich willkürlich deuten mußte, um sie als dieselben ansehen zu können, auf welche die Bildungen des Wirklichen gegründet seien. Die Beobachtungen, daß alle Zahlen aus vielfacher Wiederholung der Einheit entstehen, daß in ihrer Reihe die durch das Princip der Vielheit, die Zweizahl, untheilbaren und darum vornehmer geachteten ungeraden abwechseln mit den geraden, daß die erste Einheit des Geraden und des Ungeraden die Drei, die erste Quadratzahl einer Mehrheit die Vier, die Summe dieser ausgezeichneten vier ersten Zahlen die Zehn ist, konnten eigentlich nur für eine Symbolik, der jedes interessante Motiv recht ist auch ohne Rücksicht auf den Zusammenhang mit anderen, die bekannte Verehrung der Zehnzahl rechtfertigen, zu der ohne Zweifel in der Gewöhnung an das dekadische Zahlensystem der eigentlich wirksame Grund lag. Hätte diese Speculation alle die algebraischen und transscendenten Functionsformen gekannt, mit denen jetzt die Mathematik wirthschaftet, wie viel reicher würde die Mannigfaltigkeit der Symbole gewesen sein, die sie den einzelnen Erscheinungen, mit viel feinerer Anschmiegung an die Natur derselben, hätte zuordnen können! Sind wir doch jetzt noch geneigt, auch da, wo keine eigentliche Rechnung möglich ist, den Namen der Potenz für eigenthümliche Steigerungen der Bedeutung und Wichtigkeit zu brauchen, die ein Begriffsinhalt erfährt, wenn etwa jeder der Beziehungspunkte, in deren gegenseitiger Determination sein Sinn besteht, zu einem kleinen Systeme sich ver-

vielfältigt, zwischen dessen Gliedern dieselbe Determination besteht, welche das Ganze beherrscht; und wie sehr hätten manche Abhängigkeitsverhältnisse verschiedener Elemente durch die Relation eines Logarithmen zu seiner Zahl, alle periodischen Regelmäßigkeiten durch Anwendung trigonometrischer Functionen verdeutlicht werden können! Da dieser Reichthum fehlte, der doch auch uns noch nicht genügen würde, so hat es gar keinen Werth, im Einzelnen die Sinnigkeit der pythagoreischen Symbole zu untersuchen.

188. Die auseinandergehenden Deutungen aber und die Mißverständnisse, denen die ganze Ansicht unterlag, lassen sich leicht aus ihr selbst begreifen. Nach der einen Aeußerung des Aristoteles waren es die Principien der Zahlen, die Pythagoras den Principien der Dinge gleichsetzte. Dies ist uns völlig verständlich; unter jenen Principien der Zahlen waren die Beziehungen der Einheit zur Vielheit, die Wiederholbarkeit der ersten, die Theilbarkeit oder Untheilbarkeit der anderen, überhaupt die Möglichkeit zu verstehen, durch Benutzung dieser immer gleichen Verhältnissen und Operationen die ganze Zahlenreihe zu erzeugen, oder, wie wir sagen würden, jede Zahl als Function anderer Zahlen darzustellen; dieses innere Gefüge sollten die Dinge auch haben, nach denselben Principien auch ihre Reihen so geordnet sein, daß die Natur des einen sich als eine Function der Natur der anderen darstellen ließe. Aber Aristoteles behauptet auch mit Anderen, die Zahlen selbst habe die pythagoreische Schule für Dinge, jedenfalls die Dinge für Zahlen erklärt. Auch dies ist gar nicht unbegreiflich für den, der den Gang philosophischer Gedanken und die Gewohnheiten des Ausdrucks für sie kennt. Bis zu gewissem Grade hätten die Pythagoreer sogar mit dieser Behauptung Recht gehabt, und eben daraus ist zu vermuthen, daß sie sie wirklich ausgesprochen haben; denn, wie erwähnt, eine bloße Anwendung der Zahlen auf Größenbestimmungen von Dingen, deren eigentliches Wesen von diesen Bestimmungen noch unabhängig wäre, sowie es etwa ähnliche Dreiecke von den verschiedensten Größen gibt, wollten sie keineswegs machen; ihre Zahlen sollten das bedeuten, wodurch sich das Wesentliche eines Dinges von dem Wesentlichen eines anderen unterscheidet; a war a, weil es seinen Inhalt in der Functionsform α oder nach dem Bildungsgesetz α der einen Symbolzahl zusammenfaßte, und unterschied sich hierdurch von b, das b war, weil es dem

Bildungsgesetze β einer anderen folgte. Man konnte daher, mit einem nachher zu erwähnenden Vorbehalt, allerdings sagen, das Wesen eines Dinges, nämlich das Wesen in dem Sinne dessen, wodurch eines vom anderen sich unterscheidet, bestehe in der ihm immanenten Zahl. Die andere Behauptung, das Wesen der Dinge, nämlich das, wodurch sie sämmtlich Dinge sind, oder ihre Realität, bestehe in diesen Zahlen, oder die Zahlen seien das Reale, hat vielleicht die Schule positiv so nicht ausgesprochen; that sie es aber, so konnte sie den letzteren Ausdruck freilich nicht rechtfertigen, den ersten aber allerdings; denn wenn es nichts wirklich gibt, dessen Wesen nicht durch eine jener Symbolzahlen bestimmt ist, so sind die Zahlen allerdings die conditio sine qua non jeder Realität; sie für mehr zu halten und sie selbst Reales zu nennen, ist eine Ueberspannung des Ausdrucks, von der wir später sehen werden, wie sehr nahe sie dem philosophischen Gedankenlaufe aller Zeiten gelegen hat. Eine große Unvollkommenheit bleibt zurück, die wir schon erwähnten. Dieselbe typische Zahlenreihe soll sich in sehr vielen parallelen Reihen des Wirklichen, in abcd, $\alpha\beta\gamma\delta$, abcd wiederholen; wie unterscheiden sich nun die Glieder b β b von einander, wenn das ganze Wesen jedes von ihnen durch dieselbe Symbolzahl erschöpft wird? Hierauf ist keine Antwort möglich; an diesem Punkte wird die Theorie, welche das Wesen der Dinge ganz zu umfassen dachte, doch wieder zu einer Anwendung einer allgemeinen Regel der Bildung auf verschiedene Fälle, deren charakteristische Unterschiede als gegebene zu betrachten sind; aber eben hierdurch ist sie ganz das, zu dessen Verdeutlichung wir sie benutzen wollten: der Versuch, ein allgemeines Schema für die Beziehungen Verwandtschaften und Unterschiede aller beliebigen eventuell in Frage kommenden Inhaltsgruppen aufzustellen.

189. Ich rechtfertige die Ausführlichkeit dieser Betrachtung durch Hinweis auf die außerordentliche Zähigkeit, mit der sich die Vorliebe für diese Schematisirung alles Denkinhaltes durch den Lauf der Zeiten hindurch erhalten hat. Zuerst in dieser Form der mystischen Zahlenspeculation selbst; über diese Bestrebungen können wir flüchtig hinweggehen; da ihnen das Interessante und Ueberraschende, übrigens aber Sinnlose genügte, so waren sie eigentlich immer nur auf der Suche nach einer geheimen Wahrheit, die sie nie fanden, und es gehörte stets viel guter Wille dazu, in den Symbolen den Sinn, den man in sie

legte, irgendwie besser ausgedrückt zu sehen, als es ohne Symbol auch geschehen konnte. Dann ist man nach verschiedenen Richtungen hin von der blos arithmetischen Basis der Träumerei abgegangen. Zuerst hat fast regelmäßig jedes bedeutende Verhältniß zwischen wichtigen Beziehungspunkten, dem die fortschreitende Wissenschaft auf die Spur gekommen war, sich zum Schema für die Gliederung des ganzen Weltinhaltes ausgedehnt. Lange fand man den Habitus der antiken vier Elemente in allen Dingen wieder, und die mystische Bedeutung dieser Vierzahl wurde später nur auf die neuentdeckten Grundstoffe der Organismen, Kohlenstoff Wasserstoff Sauerstoff und Stickstoff übertragen; sie stimmte vortrefflich mit den vier Himmelsgegenden, denn Zenith und Nadir fallen ja außer die natürliche Visirlinie unseres Blickes; sie stimmte ebenso mit den vier Jahreszeiten der gemäßigten Zone, in welcher diese Speculationen geübt wurden, und mit den vier unerläßlichen Casus der Declination; später kam mit der Vollendung der astronomischen Theorie der Gegensatz zwischen centripetalen und centrifugalen Bestrebungen in die Vorstellungen aller Dinge und verschmolz mit dem Gegensatze der Geschlechter und dem Verhältniß zwischen Säure und Alkali; Magnetismus und Elektricität führten das Schema der Polarität fast noch weiter in die Betrachtung alles Denkbaren ein. Entgegengesetzte Bestrebungen gingen von dem richtigen Gedanken aus, daß auch die Zahlenverhältnisse, zum Theil wenigstens, nur Beispiele noch abstracterer Grundbeziehungen seien; diese müsse man aufsuchen und werde sie finden, wenn man die Operationen überlege, durch welche unser Vorstellen eben die Vorstellungen aller Inhalte zu Stande bringe. Nun entsteht mindestens jede zusammengesetzte Vorstellung dadurch, daß man ein a setzt, ein b von ihm unterscheidet oder ihm entgegensetzt, beide endlich in eine Beziehung c bringt; so gilt nun Thesis Antithesis und Synthesis als das Schema der Bildung alles Wirklichen und als Rhythmus der Anordnung seiner Betrachtung; man sieht aber leicht, daß diese Symbole, je abstracter sie gefaßt werden, desto mehr in notiones communes übergehen, die zwar ziemlich von Allem gelten, aber über Nichts Aufschluß geben. Diesem ganzen Wirrwarr tritt nun die Logik mit der Anforderung entgegen, jeder Inhalt sei lediglich nach seiner eigenen Natur zu betrachten, einzutheilen und zu untersuchen; es gebe kein verwendbares allgemeines Schema, und die Benutzung

grundlos ausgedachter Schablonen könne nur der unparteiischen Aufsuchung der Wahrheit Gewalt anthun.

190. An diesem Verwerfungsurtheil ist nichts abzubrechen, und einige Bemerkungen, die ich noch machen will, haben nicht diesen Zweck. Wenn uns der Inhalt M eines Begriffs einer Vorstellung oder einer Anschauung so gegeben ist, daß er irgend eine Mehrheit von Merkmalen Theilen oder Beziehungspunkten in der Form μ vereinigt, so ist es eine ganz gerechtfertigte wissenschaftliche Neugier, erfahren zu wollen, wie sich seine Beispiele verhalten oder verändern und unterscheiden werden, wenn man entweder die Theile des Inhalts allein oder zugleich die allgemeine Verbindungsform μ innerhalb der zulässigen Grenzen ihrer Veränderlichkeit variirt. Bleiben wir zunächst bei der ersten Aenderungsart, so wird es uns meistens wenig interessiren, alle Arten von M zu entwickeln, die durch verschiedene Größenwerthe von Merkmalen entstehen, denn sie werden, im Allgemeinen wenigstens, einander ähnlich sein und dasselbe nur in verschiedenem Maßstabe wiederholen. Ist aber eines von diesen Merkmalen m von der Beschaffenheit, daß für dasselbe der Gegensatz des Negativen zum Positiven einen angebbaren und anschaulichen Sinn hat (sowie etwa rechts und links, Attraction und Repulsion, Concavität und Convexität, überhaupt Wachsthum über einen Nullpunkt hinaus und Abnahme unter diesen Punkt hinab, einander gegenüberstehen), so interessirt es uns lebhaft zu wissen, was aus M wird, wenn man seinem Bildungsgesetz jetzt diesen entgegengesetzten Anwendungspunkt $-m$ anstatt $+m$ gibt. Nimmt man $y = fx$ als Gleichung einer krummen Linie, so versäumt Niemand, successiv die positiven und negativen Werthe von x einzusetzen, und nicht eher als bis man die hieraus entspringenden Resultate vereinigt hat, glaubt man die Natur der Curve M zu kennen, die sich der Anschauung hier nicht als Allgemeines, sondern als das Ganze darstellt, welches aus der Verknüpfung aller möglichen Beispiele der allgemeinen Gleichung entsteht. Fällt uns irgendwo, als künstlerisches Ornament vielleicht, eine nach rechts und unten geschwungene Volute ins Auge, so empfindet unsere Einbildungskraft dasselbe Bedürfniß; auch ohne mathematisch das Bildungsgesetz dieser Curve zu kennen, begreifen wir doch, wegen der Gleichartigkeit der Raumrichtungen, daß sie ganz mit gleichem, aber entgegengesetztem Schwunge sich nach rechts und oben, und mit noch

anderem Gegensatz links sich nach oben und unten wiederholen könnte. Fehlen nun diese Fortsetzungen, zu deren Vorstellung der gesehene Anfang anregt, ohne daß in den Umgebungen ein erklärender Grund für diesen Mangel sichtbar würde, so fühlen wir uns ästhetisch unbefriedigt; aber dies Bedürfniß nach Symmetrie hat doch einen Grund logischer Art. Es gehört zur Natur des Gesetzes, Anwendung zu haben auf alle Variationen seiner Beziehungspunkte; darum liegt ein Widerspruch in der Anschauung, welche den Gedanken des Gesetzes zugleich mit der Möglichkeit seiner allgemeinen Geltung rege macht, und doch nur einen Theil seiner Geltung wirklich sichtbar werden läßt; was hier in der Anschauung fehlt, scheint in der Sache zu fehlen; wir suppliren es, um den grundlosen Mangel der Allgemeingültigkeit zu heben. Ein ähnlicher Trieb begleitet uns in die Betrachtung aller Begriffe. Ueberall, wo in irgend einem M eines seiner Bestimmungsstücke zwischen $+m$ und $-m$ schwanken kann, was nur möglich ist durch den Zwischenwerth $m = o$, überall da wird das Bild der so entstehenden dreigliedrigen Eintheilung für uns ein Schema, nach welchem wir die Untersuchung des ganzen Umfangs von M beginnen. Dies nämlich muß hier, zum Unterschied von den oben zurückgewiesenen Träumereien, hervorgehoben werden, daß dieses Schema uns nichts als eine Aufforderung zur Leitung der Untersuchung sein kann, aber nicht anticipirend ein Bild des herauskommenden Erfolges. Nicht überall, wie in dem Beispiele unserer Volute, werden sich die Gegenstücke, die wir dort erwarteten, finden lassen; es hängt von der Natur der Verbindungsform μ ab, ob M überhaupt noch mögliche Arten liefert, wenn jenes $+m$ in ihm in $-m$ übergeht; noch weniger ist vorherzusehen, ob und wie die so entstandenen Arten den Unterschieden ihrer Bedingungen sich proportional verhalten werden; nichts hindert die Möglichkeit, daß für ein bestimmtes μ dieser völlige Gegensatz von $+m$ und $-m$ ebenso völlig bedeutungslos ist. Man wird nun ebenso μ durch alle seine möglichen Arten, die durch eine vollständige Disjunction seines Begriffs gegeben werden, variiren lassen; man wird für bloße Größenzunahmen auch hier nur eine Reihe ähnlicher Resultate, für jeden Wendepunkt aber, an welchem μ eine qualitativ andere Bedeutung annimmt oder einen Sprung zu seinem Entgegengesetzten macht, auch in dem von ihm abhängigen M das Auftreten einer ganz neuen Bildung erwarten; man

wird endlich für jedes ausgezeichnete Verhalten, welches man in einem Sonderfalle von M gefunden, als Gegenstück ein gleich ausgezeichnetes Verhalten in einem auf ähnlichen Bedingungen beruhenden Sonderfall eines ähnlich gebauten N erwarten, wie man denn zu allem, was Lichtwellen begegnet, das Entsprechende für Schallwellen sucht: aber alles dies bleibt stets eine Frage an den Gegenstand, auf welche die Antwort zu erwarten ist; sie kann der Erwartung völlig entgegengesetzt ausfallen und muß hingenommen werden, wie die Untersuchung sie gibt. Darin bestand aber die Täuschung jener schematisirenden Tendenz, daß sie annahm, jede Stelle eines als allgemein vorausgesetzten Schema werde bei jeder Anwendung desselben auf einen beliebigen Stoff stets durch eine bedeutungsvolle Gestalt desselben ausgefüllt werden, niemals aber leer bleiben, und daß sie ferner hinzufügte, auch die Formen, mit denen wirklich die verschiedenen Inhalte, nach gleichem Rhythmus sich ändernd, dieselben Stellen des Schema füllen, würden durch hervorstechende Aehnlichkeit oder Analogie ihres gesammten Habitus als zusammengehörige, als verwandte oder als Gegenstücke, sich ankündigen. Wo dies nicht zutraf, lag dann die Versuchung nahe, die Lücken durch grundlose Vermuthungen zu füllen und die mangelnde Correspondenz entsprechender Glieder durch sachwidrige Hervorhebung von Nebenzügen herzustellen.

191. Die moderne Zeit hat mehrere großartige Beispiele schematischer Entwicklung des Weltinhaltes gesehen, welche selbst einen wesentlichen Mangel der pythagorischen Auffassung zu vermeiden schienen. An einem anderen Orte (Geschichte der Aesthetik in Deutschland S. 176 ff.) habe ich ausführlicher die Motive erläutert, die zur Ausbildung der Hegelischen Dialektik, der bedeutendsten unter diesen Bestrebungen, geführt haben; ich begnüge mich hier mit wenigen Bemerkungen über ihren logischen Charakter. Die pythagorische Art und Weise, unzählige parallele Entwicklungsreihen verschiedener Inhalte neben einander vorzustellen, gab nicht Rechenschaft von den Unterschieden, durch welche die correspondirenden Glieder verschiedener Reihen, ungeachtet ihrer identischen Plätze in dem allgemeinen Schema, von einander getrennt sind. Das dekadische Zahlensystem, mit seinen aufsteigenden Potenzen der Zehnzahl, hat hier doch nicht zu dem nahe liegenden Versuche veranlaßt, jene Parallelreihen selbst wieder als successive Perioden einer und derselben Hauptreihe zu fassen, in ihrer innerlichen Structur

einander gleich, aber gleichsam durch die Höhe des Niveaus, auf dem sie diesen Bau entfalten, einander so überbietend wie die Octaven der musikalischen Scala. Die moderne Phantasie hat diesen Mangel ergänzt; die Vielheit der Parallelen ist in eine einzige Reihe zusammengezogen, bestehend aus formell gleichgebauten Cyclen, deren jeder in seinem Endgliede den charakteristisch neugeformten Anfangspunkt für die Entwicklung des nächstfolgenden erzeugt. Ist es möglich, das erste Glied der ganzen Reihe und das Formgesetz des ersten Cyclus zu finden, so läßt sich für die Verschiedenheiten der Inhalte, welche die Glieder der folgenden Perioden bilden, ein Grund in der Länge des Abstandes vom Anfang und in der Umformung finden, die das Anfangsglied bei jedem Schritte dieses Weges erfahren hat. Man muß nun Hegel als eine metaphysische Voraussetzung, über deren Triftigkeit logisch gar nicht zu urtheilen ist, die Gewißheit zugeben, daß der Weltinhalt nicht eine Summe neben einander bestehender Dinge und neben einander verlaufender Ereignisse ist, jene so lange ruhig bestehend, bis sie von außen zur Veränderung gereizt werden, diese in ihren Wechselwirkungen und in ihrem Verlauf durch immer geltende allgemeine Gesetze bestimmt; vielmehr ist alle Vielheit der Welt nur die rastlose Entwicklung eines nie ruhenden Einen, alle Ereignisse nur Stufen seiner Entwicklung oder Nebenwirkungen derselben, die Dinge selbst entweder vergängliche oder in jedem Augenblick neu entstehende Erscheinungen, deren ganzes Wesen in den thätigen Bewegungen jenes Einen besteht, die sich in ihnen als secundären Subjecten seiner Entwicklung kreuzen und sammeln. Ich mache mit dieser Bezeichnung des Hegelischen Standpunktes keinen Anspruch auf vorwurfslose Genauigkeit, die für eine weitläufige Darstellung schwierig, für einen kurzen Ausdruck unmöglich sein würde; aber das Gesagte reicht hin, um begreiflich zu machen, daß innerhalb jedes dialektischen Cyclus sich nicht verschiedene Gestaltungen von etwa sich immer steigernder Bedeutung blos neben einander befinden können, sondern jede folgende aus der vorangehenden hervorgehen muß; Entwicklung ist der Charakter dieser Gliederung selbst.

192. Nun ist keine Entwicklung vorstellbar ohne eine bestimmte Richtung, welche sie nimmt, im Unterschiede von anderen, welche sie nicht nimmt; ebenso klar aber, daß in diesem Falle am wenigsten diese Richtung dem sich entwickelnden Einen von außen gegeben werden kann;

sie muß von seiner eigenen Natur abhängen. Aber hier findet sich, daß für das volle Wesen dessen, was unter dem Namen des Absoluten als der eine Weltgrund betrachtet wird, ein genauer und erschöpfender Ausdruck nicht möglich ist, daß vielmehr das, was wir mit ihm ahnungsvoll meinen, erst durch die Entwicklung selbst uns offenbar, ja auch an sich erst vollständig es selbst werden kann; begreiflich dem Wortlaut nach, denn da es nur Entwicklung ist, so kann es nicht ganz schon es selbst sein, bevor es sich zu entwickeln begonnen hat. Es bleibt daher nichts übrig, als eben hieran anzuknüpfen, an die Erkenntniß, daß jenes Absolute nicht Ruhe, sondern Entwicklung ist. Ganz gewiß wird dann seine Entwicklung in derjenigen Richtung und Form verlaufen müssen, die aus dem Begriff der Entwicklung selbst fließt und daher eigentlich in jedem Beispiele dieses Begriffes wiederzufinden sein wird. Dies führt auf sehr einfache Gedanken. Soll irgend ein A sich entwickeln, so darf es nicht schon sein, wozu es sich erst entfalten soll; es darf ebenso wenig nicht sein oder inhaltlos sein, so wäre es ja nicht der bestimmende Grund dessen, was entstehen soll; es muß, noch unentfaltet und gestaltlos doch die bestimmte Möglichkeit seiner zukünftigen Bildung, kurz: es muß *an sich* sein, wozu es werden wird. Aber sein Wesen würde nicht in Entwicklung bestehen, wenn es in diesem Ansichsein verharrte; es muß wirklich zu dem werden, wozu werden zu können seine Natur ist. Das Werden jedoch, der Vorgang der Entwicklung, ist nur ein Zwischenglied zwischen Möglichkeit und Erfüllung; nur werdend, zwischen Ausgangspunkt und Ziel schwebend, würde das sich Entwickelnde weder sich selbst gleich sein, wie es in seinem Ansichsein war, noch das schon sein, wozu es werden soll. Man begreift schon hieraus, warum dies zweite Glied der Entwicklung, als eine Art der Entzweiung des Ursprünglichen mit sich selbst, den Namen des Andersseins erhalten hat; er wird noch begreiflicher, wenn man sich erinnert, daß es der allumfassende Weltgrund ist, dem eigentlich diese Entfaltung zugeschrieben wird; es ist nicht eine einfache geradlinige Bewegung, in der dieses sein Werden besteht, sondern die Erzeugung unendlich mannigfacher Gebilde, deren Möglichkeit er war; jedes einzelne von diesen ist eine seiner Consequenzen, keines drückt sein ganzes Wesen aus; in der Summe aller mag wohl ein Ausdruck dieses ganzen Wesens vollständig liegen, aber doch nur für den Beobachter, der diese Summe zieht und

das Mannigfaltige in seinem Gedanken zur Einheit verbindet. Für sich selbst aber, nicht blos für andere, muß das sich Entwickelnde diese Einheit sein, wenn es wirklich zu dem soll geworden sein, wozu zu werden sein Wesen war, und so trägt denn den Namen des Fürsichseins dies dritte Glied des triadischen Cyclus, die Erfüllung des Werdens bedeutend, die Erreichung des Entwicklungszieles, die Rückkehr des Ansich zu sich selbst. Einfache Rückkehr freilich nicht: nicht in dem Sinne nämlich, daß das Zwischenglied des Werdens ergebnißlos aufgehoben oder ausgelöscht wäre; es soll aufgehoben sein in der Bedeutung des Aufbewahrtbleibens; durch die Geschichte seines Werdens, die es hinter sich hat, steht das Fürsichsein bereichert in sich selbst dem Ansichsein gegenüber. Es ist leicht, hierfür Bilder zu finden; denn so ist die Octave des Grundtons Rückkehr zu ihm selbst, und doch bewahrt sie in der Zunahme ihrer Höhe das Ergebniß der durchlaufenen Intervalle; so würde ein Geist, dem allgemeine Wahrheiten als instinctive Verfahrungsweisen seines Denkens angeboren wären, nur zu sich selbst und doch in sich selbst bereichert zurückgekehrt sein, wenn er durch mannigfaltige Erfahrungen und Untersuchungen hindurch, die den Zweifel und seine Beseitigung enthielten, für sich jene Wahrheiten zum Bewußtsein gebracht hätte. Ich vermeide jedoch, auf weitere Deutung des eigenthümlichen Sinnes dieser Ausdrucksweisen einzugehen; für uns reicht es hin, daß in dem dritten Gliede der Entwicklung etwas gegeben ist, was zwar Consequenz des ersten, aber doch ihm nicht gleich ist, sondern ihm wie überhaupt Erfüllung der Möglichkeit gegenübersteht. So gefaßt sind die drei Momente des Ansich des Andersseins und des Fürsichseins nur die Bestandtheile des Begriffs der Entwicklung, und in allem, was sich entwickelt, werden sie anzutreffen sein. Daß aber aller Inhalt der Welt, daß das Reich des Denkbaren, die Natur und alles geistige Leben, nur Entwicklungsstufen des einen Absoluten sind, und daß innerhalb jedes dieser großen Gebiete die einzelnen Glieder desselben nach dem gleichen Rhythmus aus einander begründet hervorgehen, daß also eine vollendete Erkenntniß die Summe alles Denkbaren und Wirklichen als eine große Reihe anschauen würde, deren einzelne gleichgebaute Perioden an eigenthümlicher Bedeutung ihres Inhalts sich unablässig steigern: dies ist, wie oben erwähnt, die metaphysische Ueberzeugung Hegel's, die wir hier nicht beurtheilen; zu fragen

bleibt, welchen logischen Werth die so geschilderte dialektische Methode habe.

193. Es ist nun leicht erkennbar, daß sie nicht eigentlich Methode in der Bedeutung einer Vorschrift oder Anweisung ist, die ein Gesuchtes zu finden lehrt; sie ist vielmehr in dem bisher gebrauchten Sinn ein Schema, das uns nur auffordert zu suchen, ob etwas und was wohl in einer angegebenen Richtung oder an einem vorausbestimmten Platze zu finden sein werde, mit der Zuversicht freilich, daß nie das Suchen vergeblich sein könne. Soll dies Schema zur independenten Behandlung eines Allgemeinbegriffs M verwandt werden, um seine verschiedenen Arten in eine Reihe zu ordnen, die ihren wesentlichen Verwandtschaften und Unterschieden entspräche, oder soll es benutzt werden, um eine Reihe von Begriffen, die durch anderweitige Beziehungen, etwa so wie Recht Unrecht Verbrechen und Strafe zusammengehören, in ihren wahren gegenseitigen Verhältnissen darzustellen, so empfindet man sogleich die Ungewißheit, in der man über die einzuschlagende Richtung der Gedanken gelassen ist. Es ist möglich, daß diese Ungewißheit verschwände, wenn man auf die Universalreihe recurrirte, in welcher die vollendete Philosophie die Entwicklungsgeschichte alles Denkbaren bereits gegeben und in ihr folglich auch den Begriff des Rechtes so gefunden hätte, daß aus ihm sich der Sinn und die Richtung seiner eigenen dialektischen Weiterentwicklung ergäbe. Aber dies hieße doch nur gleich von Anfang an die Anwendbarkeit der Methode als allgemeiner Anweisung zur Auffindung der Wahrheit leugnen; als solche könnte sie sich nur durch diesen independenten Gebrauch bewähren, den wir hier verlangen: jeden gegebenen Begriff müßte sie durch die Kraft ihrer blos formalen Behandlungsweise in alle seine wahren Consequenzen entwickeln lehren. Denken wir uns also den allgemeinen Begriff des Rechts gegeben, denn auf ihn als ursprünglich feststehenden beziehen sich offenbar die drei anderen angeführten Begriffe: was ist dann sein Ansich? in welches Anderssein geht er über? in welches Fürsichsein kehrt er zurück? Nun ist so viel wohl klar, daß in dem Recht eine Billigung von Verhältnissen liegt, welche zwischen den Willensansprüchen verschiedener geistigen Persönlichkeiten an irgend ein Object stattfinden, an welchem sie sich begegnen. Es gibt folglich kein Recht, wenn es keine Welt mit Verhältnissen und Objecten gibt, auf welche sich ein Wille

beziehen, oder wenn es die Persönlichkeiten nicht gibt, die in einer und derselben Welt ihren Willen auf diese gemeinsamen Zielpunkte richten könnten. Das Recht ist daher nur Recht an sich und noch nicht das, was es seinem Begriffe nach sein will, so lange es nur anticipirend Billigung oder Mißbilligung von Verhältnissen bedeutet, die noch nicht da sind. Nun wird auch das Anderssein begreiflich; es läuft alles auf die einfache Wahrheit hinaus, daß Allgemeinbegriffe nichts bedeuten, wenn es die Besonderheiten nicht gibt, die sie zusammenfassen; das Anderssein des Rechts besteht in den verschiedenen Rechten, deren Bedingungen in dem Dasein dieser Natur, dieser menschlichen Personen mit diesen bestimmten Bedürfnissen und Ansprüchen liegen; dem allgemeinen Theil der Wissenschaft, welcher den Begriff des Rechtes aufstellt, wird der besondere folgen, der dessen Anwendungen enthält. Diese Anweisung ist so einfach, daß man sie nicht erst von der dialektischen Methode zu erwarten brauchte; zu ihrer weiteren Befolgung leistet aber die Methode nichts; denn welche thatsächlichen Bedingungen existiren, die dem allgemeinen Gedanken des Rechts Veranlassung geben, sich in specielle Rechtsbildungen zu entwickeln, lernen wir doch nur aus Erfahrung.

194. Es ließe sich aber doch noch ein anderer Fortschritt denken. Uebergang des Allgemeinen in die Fülle seiner besonderen Gestalten bedeutet allerdings das Anderssein oft; aber ich habe schon bemerkt, daß die Methode Gewicht auf das Gegensatzverhältniß legte, das zwischen beiden Gliedern, auch zwischen dem Allgemeinen und Besonderen besteht; dieser Gedanke des Gegensatzes, verallgemeinert und bis zu dem Begriffe des Widerspruchs verschärft, gibt dem Anderssein auch die Bedeutung des Gegentheils überhaupt von dem, was das Ansich ist. Diesem anderen Antrieb folgend, ließ man Recht in Unrecht übergehen; daran schloß sich die Strafe zwar nicht als Fürsichsein, aber doch als das Mittel, durch Negation des Andersseins oder des Verbrechens das verletzte Recht zu seiner Geltung wiederherzustellen. Auch dies ist einerseits nichts, was nicht ohne die Zurüstung der Methode für sich klar gewesen wäre; anderseits wird es selbst unklarer durch sie. Die unbefangene Ueberlegung sagt sich, daß alles Recht eben nur lebendige Wirklichkeit hat, wenn es von lebendigen Personen nicht blos gewußt, sondern auch in ihrem Handeln geachtet wird; daß aber die Regungen

der Willen nicht durch das Ideal thatsächlich beherrscht werden, dem sie folgen sollen; daher erscheint das Unrecht und das Verbrechen nicht als ein Nothwendiges, das da sein müßte, sondern als ein Mögliches, das da sein kann, und das freilich, wenn wir nach unserer empirischen Kenntniß menschlicher Natur urtheilen, niemals fehlen wird. Diese behutsame Vermittelung beider Begriffe fehlt in jenem methodischen Uebergang; er läßt es zu dem Begriffe des Rechts gehörig erscheinen, daß es in Unrecht übergeht, und diese Paradoxie wird nicht durch eine nachher zu erwähnende Vertheidigung gerechtfertigt. Der Uebergang zu dem dritten Gliede aber, zur Strafe, befremdet uns blos deshalb weniger, weil wir die Motive zu ihm ergänzen, die in Wahrheit durch die Methode selbst gar nicht gegeben werden. Denn sie verlangt zwar Herstellung des Rechts und zwar durch Verneinung seiner Verneinung, des Unrechts; aber sie gibt gar nicht an, durch welchen Vorgang diese abstracte Aufgabe der Verneinung des Unrechts auszuführen ist. Warum soll sie die Gestalt der Strafe haben? Die böse Gesinnung, aus der das Unrecht entsprang, wird durch Mißbilligung und durch Besserung gleichfalls verneint, das entstandene Uebel durch Schadenersatz, die Verletzung der Würde des Rechts durch Reue und Wiederanerkennung seiner Verbindlichkeit. Alle diese Ueberlegungen zeigen, daß die dialektische Methode hier nur den Werth eines Schema hatte, für dessen vorherbestimmte Stellen man sich nach einer Ausfüllung umsehen konnte, daß aber der Inhalt, mit dem man sie zu füllen hatte, obwohl dies überhaupt hier leidlich gelang, nur aus einer von diesem Schema ganz unabhängigen Untersuchung der eigenthümlichen Natur des behandelten Gegenstandes zu finden war.

195. Daß es zu dem Begriffe des Rechts an sich gehöre, in Unrecht überzugehen, erschien uns widersinnig; gleichwohl ist dies Umschlagen eines Begriffs in sein Gegentheil so oft und so ausdrücklich als eine durch die Dialektik aufgefundene höhere Wahrheit behauptet worden, daß es der Mühe werth ist, hierauf zurückzukommen. Zuerst freilich, bemerkt Hegel (S. W. VI, 152 ff.), glaube der Verstand, die Natur und Wahrheit der Wirklichkeit durch viele feste in sich abgeschlossene und einander ausschließende Begriffe aufzufassen; das Wahre aber sei, daß verschiedene Begriffe nicht blos neben einander Ansprüche an das Endliche erheben, sondern durch seine eigene Natur

hebe dieses sich auf und gehe durch sich selbst in sein Gegentheil über. So sage man, der Mensch sei sterblich, und betrachte dann das Sterben als etwas, was blos in äußerlichen Umständen seinen Grund habe, nach welcher Betrachtungsweise es dann zwei verschiedene Eigenschaften des Menschen sein würden, lebendig und auch sterblich zu sein. Die wahrhafte Auffassung aber sei, daß das Leben als solches den Keim des Todes in sich trage und daß überhaupt das Endliche sich in sich selbst widerspreche und dadurch sich aufhebe. Nicht alle anderen auf Dialektik bezüglichen Stellen Hegel's gestatten so leicht wie diese die Unterscheidung zweier hier in einander verfließenden Behauptungen. Von den Begriffen, durch die wir das Wirkliche aufzufassen streben, behauptet die erste dieser Perioden Festigkeit und Abgeschlossenheit; nicht von den Begriffen, sondern von dem Endlichen, worauf wir sie anwenden, spricht sie den Uebergang in das Gegentheil aus, und hierin liegt in der That die ganze Wahrheit, von der dann die weiteren Sätze verrathen, daß sie eigentlich ohne oder gegen die Absicht des Sprechenden zum Ausdruck gekommen ist. Denn eben, wenn das Endliche als solches durch seine eigene Natur sich aufhebt, so hebt es sich nicht auf, weil die Allgemeinbegriffe, die von ihm gelten, ihre Bestimmtheit verlören und in ihr Gegentheil umschlügen, sondern deshalb, weil es selbst, das Anwendungsobject jener Allgemeinbegriffe, als Endliches oder als Wirkliches unfähig ist, dauernd das zu leisten, was jeder dieser in dem einen Augenblick von ihm geltenden Begriffe von ihm verlangt; durch Schuld seiner Natur gleitet es aus dem Umfange des einen stets mit sich identischen Begriffes in den Umfang eines anderen, ebenso mit sich selbst stets identischen, hinüber. Die Begriffe selbst aber ändern darum ihre ewige Bedeutung nicht, weil sie nur einen Augenblick vielleicht das richtige Maß ihrer veränderlichen Anwendungsgegenstände sind. Die wahre Auffassung kann daher nicht darin bestehen, daß das Leben als solches den Keim des Todes in sich trage und daß überhaupt das Endliche sich in sich selbst widerspreche; vielmehr beide Glieder dieses Satzes widersprechen einander. Das Leben als solches stirbt nicht, und der allgemeine Begriff des Lebens verpflichtet das Lebendige nur zum Leben, aber nicht zum Tode; nur das Endliche, welches der zweite Theil des Satzes erwähnt, nur die einzelnen lebendigen Körper tragen den Keim des Todes in sich. Und auch sie nicht vermöge der Idee des Lebens,

die sich ihnen realisirt hat, sondern allerdings nur um des äußerlichen Umstandes willen, weil die Verknüpfung der realen Elemente, durch die sich auf der Oberfläche der Erde das Leben allein verwirklicht findet, im Zusammenhang mit den allgemeinen hier wirksamen Naturbedingungen nicht ausreicht, oder im Zusammenhang mit einem universalen Weltplan nicht ausreichen soll, um der Idee des Lebens ein ihr selbst keineswegs widersprechendes ewig dauerndes Beispiel zu geben. Und ebenso geht nie das Recht selbst in Unrecht über, aber theils der Wille der lebendigen Persönlichkeit, der sein Träger sein soll, wird durch Mangel der Einsicht oder den Antrieb der Leidenschaften zum Unrecht geführt, wo er das Recht zu verwirklichen strebt, theils wird das Gesetz, dessen Allgemeingültigkeit für unser menschliches Verfahren nothwendig ist, da ein Unrecht bewirken können, wo Verwicklungen des besonderen Falles vorliegen, für deren Behandlung es keinen Anhalt bietet. In keiner Weise kann daher die Logik diese Lehre von der dialektischen Selbstaufhebung der Begriffe anerkennen; die Thatsache aber, daß die Wirklichkeit so geordnet ist, wie wir sie finden, so daß das Seiende durch seine eigene Natur nicht zwar sich selbst aufhebt, aber aus dem Gebiete des einen Begriffs in den des anderen übergeht, bleibt für sich der Beachtung werth, als ein Verhalten der Dinge nämlich, nicht als eine Eigenthümlichkeit der Denkmittel, welche wir zur Erkenntniß der Dinge anwenden.

196. In jedem Falle, auch wenn nicht alle die hier erhobenen Einwürfe stattfänden, würde doch die dialektische Methode uns zuletzt nur eine Anordnung der Begriffe liefern, die wohl einer vergleichenden Reflexion mancherlei Interesse durch den ästhetischen Eindruck aufgefundener Analogien Parallelen und Gegensätze böte, aber sie würde kaum eine neue Erkenntniß vermitteln, welche zu bestimmten neuen Urtheilen oder Sätzen, zur besseren und genaueren Entscheidung vorher zweifelhafter Fragen führen könnte. Eben diesen hier vermißten Vortheil möchten andere weitaussehende Entwürfe sichern, die Entwürfe zu einer logischen Sprache, einer allgemeinen Charakteristik der Begriffe oder einem philosophischen Calcül, denen Leibnitz eine fortgesetzte Aufmerksamkeit widmete. Der Rechnende, der eine Reihe von großen Zahlen auch nur zu addiren hätte, würde nie mit seiner Aufgabe fertig werden, wenn er von jedem der Tausende oder Hunderte

von Einheiten, die seine Summanden enthalten, eine gesonderte Vorstellung haben und durch Wiederholung des Zusatzes von Einheit zu Einheit sich im Moment des Rechnens jede einzelne dieser Zahlen und zuletzt ihre Summe aufbauen müßte. Die Einrichtung unseres Ziffersystems gestattet ihm aber, ohne von jenen Zahlen sich irgend eine deutliche Gesammtvorstellung machen zu müssen, Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte zu setzen, und indem er jede einzelne dieser einfachen Verticalreihen summirt, fehlerlos ein Ergebniß zu Stande zu bringen, das selbst wieder in einer einzigen Vorstellung durch seine Einbildungskraft gar nicht zu übersehen ist. Nun stimmen mit den Zahlen unsere Begriffe darin überein, daß auch sie meistens eine große Anzahl von Einzelvorstellungen enthalten, deren gegenseitige Verknüpfung nicht in jedem Augenblicke deutlich, sondern nur in einem Gesammteindrucke von uns gedacht wird; ihre Bezeichnung durch Worte aber steht weit hinter der der Zahlen durch Ziffern zurück. Durch etymologische Verwandtschaft, die doch oft dem Bewußtsein nicht mehr fühlbar ist, setzen die Worte der Sprache zusammengehörige Inhalte nur unvollständig in Beziehung überhaupt, denn auch für Verwandtes brauchen sie daneben von einander unabhängige Wurzeln; die Art der Beziehung drücken sie gleich unvollständig durch eine geringe Anzahl von Ableitungsformen aus, die unzureichend für die Mannigfaltigkeit der zu bezeichnenden Verhältnisse sind; von jedem Verhältniß finden sich außerdem Beispiele, auf welche die Aufmerksamkeit der sprachbildenden Phantasie am frühesten gelenkt war, durch einfache Worte bezeichnet, denen die bezeichnende Form jener Ableitung fehlt; nirgends endlich enthält der Name eines Begriffs die sämmtlichen Theilvorstellungen seines Inhalts durch einfache Zeichen und in solcher Verbindung repräsentirt, daß es uns möglich wäre, bei der Verknüpfung verschiedener Begriffe M N O von der Totalvorstellung ihrer Bedeutung abzusehen und aus der Combination einzelner von ihren Bestandtheilen doch so zweifellos richtige neue Resultate zu gewinnen, wie die Einrichtung unseres Ziffersystems sie bei der Rechnung mit Zahlen möglich macht. Diese Mängel müßte man zu verbessern suchen; durch Zergliederung aller unserer Begriffe müßten die einfachen nicht weiter zerlegbaren Urvorstellungen aller Art und ebenso die einfachsten Arten ihrer möglichen Combination aufgefunden und durch unwandelbare

Zeichen charakterisirt werden, um aus der Zusammensetzung derselben für jeden Begriff ein seinen Inhalt adäquat ausdrückendes Symbol zu finden. Auf die Ausbildung einer neuen sprechbaren Sprache, die doch niemals die geschichtlich entstandenen und nationalen verdrängen würde, braucht man dies Unternehmen nicht gerichtet zu denken; nur zu wissenschaftlichem Gebrauch des Denkens würde es eine Formelsammlung erzeugen, auf die zur Entscheidung der Zweifel, welche durch die Anwendung der zweideutigen Sprachausdrücke entstehen, in jedem Falle zurückgegangen werden könnte; dann, wenn man dies Hülfsmittel besäße, so schmeichelt sich Leibnitz, würden alle Streitenden mit dem gütlichen Abkommen: lasset uns die Sache berechnen, ihre Streitigkeit abbrechen.

197. Ohne Zweifel gehört dieser Entwurf zu denen, über deren Ausführbarkeit nur die Ausführung selbst vollgültig richten kann, und man würde übereilt die Möglichkeit dessen leugnen, was eine glückliche Erfindungsgabe doch vielleicht, bis zu gewissem Grade wenigstens, zu Stande brächte. Der bisherige Mangel jedes Erfolges läßt uns jedoch die inneren Schwierigkeiten des Unternehmens vor der Hand deutlicher werden als die Möglichkeit ihrer Beseitigung. Käme es nur auf systematische Bezeichnung der Begriffsinhalte an, so könnte die Aufgabe zwar groß, aber nicht unlösbar scheinen. Denn man würde sie wohl von Anfang an, mit Uebergehung aller naturgeschichtlichen Gattungsbegriffe, auf diejenigen Begriffe beschränken, aus deren Verknüpfung im Denken die Zweifel entspringen, welche die Wissenschaft oder die praktischen Ueberlegungen des Lebens belästigen. Gleichwohl ist schon diese Aufgabe größer als sie scheint, und ihre Lösbarkeit wird nur scheinbar durch Hinweisung auf die Zeichensprache der Mathematik und etwa auf die Symbole der Chemie beglaubigt. Die Mathematik rechnet eben nur mit vergleichbaren Elementen, mit Größen, deren einfachste Verbindungsformen sie allerdings vollkommen klar und eindeutig zu symbolisiren versteht; aber je zusammengesetzter die so entstehenden Functionen und Gleichungen sind, desto mehr macht sich schon hier im Gebrauch eine Art rückgängiger Bewegung merkbar; an die Stelle derjenigen Bezeichnungen, welche wirklich den inneren Bau einer in Rede stehenden Größe vollkommen genügend zur Anknüpfung der Rechnung darstellen, treten der nothwendigen Uebersichtlichkeit zu Gefallen

willkürliche Symbole, die diese Eigenschaft nicht mehr haben, sondern den Namen der Sprache gleichen, deren Bedeutung man unabhängig von ihrem Klange wissen muß. Die Formel $\sqrt{-1}$ drückt noch die Herkunft der so bezeichneten Function aus, und aus ihr läßt sich nach allgemeinen Regeln bestimmen, was entsteht, wenn man sie mit sich selbst ein oder mehrere Male als Factor zusammensetzt; aber schon diese Bezeichnung ist als zu weitläufig durch die andere i verdrängt worden, die an sich nicht verräth, was sie bedeutet und deren Sinn man nebenher kennen muß, um sie richtig zu verwenden. Wenn ferner von B- und Γ-Functionen die Rede ist, so sind diese Ausdrücke freilich kurz, aber verständlich nur durch Wiedergleichsetzung mit weitläufigen Formeln, die selbst nur durch eine vorangegangene Erläuterung darüber verständlich werden, welchen Sinn die in ihnen verwandten allgemeinen Größenzeichen und die Symbole der Verknüpfungen haben. Hierin liegt so wenig ein Tadel für die Mathematik als ein Beweis der Unmöglichkeit einer allgemeinen Begriffscharakteristik; es wird nur klar, daß die von der letzteren zu erwartenden Formeln nicht von selbst alles Nöthige lehren, sondern sehr Vieles voraussetzen, was man erst lernen müßte, um sie nur zu verstehen. Die chemischen Symbole machen dies noch deutlicher; sie beziehen sich bis jetzt nur auf die quantitativen Verhältnisse der zusammensetzenden Elemente und einigermaßen allerdings auf die vorausgesetzte Form ihrer Verknüpfung; welche Buchstaben nun welche Elemente bedeuten, und wie man durch ihre Reihenfolge die Lagerung derselben bezeichnen will, muß man natürlich lernen oder auswendig wissen, denn beides kann nur conventionell bestimmt sein; aber der so zu Stande gekommenen Formel kann Niemand ansehen, ob sie ein Gas eine Flüssigkeit oder einen festen Körper bedeutet, nicht welches die Dichtigkeit oder das specifische Gewicht oder die Farbe des Produkts ist, nicht ob es feuerbeständig oder flüchtig, in Wasser lösbar oder nicht sein wird. Wer nach Ansicht der Formel diese Fragen richtig beantwortet, beantwortet sie auf Grund der Analogien, welche ihm die Erfahrung darbietet, und welche er den Formeln nicht mit der Sicherheit ihres Zutreffens entnehmen konnte. Und doch würde alles das, was hier vermißt wird, nur die Bestimmung von Eigenschaften oder Verhaltungsweisen sein, die zwar nicht unmittelbar gleichartig, aber doch als physische Vorgänge von einander abhängig und Functionen

von einander sind, und deshalb Hoffnung auf Entdeckung von Gesetzen geben, nach denen ihre Wechselabhängigkeit einer leichten Bezeichnung zugänglich würde; die Schwierigkeiten steigen aber weit mehr, wo es sich, bei Bestimmung von Begriffen überhaupt, um die Verknüpfung ungleichartiger Elemente von dennoch nothwendiger Beziehung auf einander handeln würde.

198. Aber die Bezeichnung allein ist nicht das, was wir bedürfen, und die Mathematik verdankt ihre Erfolge nicht ihrer Symbolik, obgleich sie gewiß durch die glückliche Wahl derselben in ihren Fortschritten unterstützt wird; der Nutzen der Bezeichnungen beruht vielmehr hier auf dem Vorhandensein unzweideutiger Regeln, nach denen sich bestimmen läßt, was aus den einfachsten Verknüpfungen der Größen folgt, und die dann, mit eben derselben Unzweideutigkeit auf die zuerst gewonnenen Resultate von neuem angewandt, die eleganten und sicheren Verfahrungsweisen zur Lösung der Probleme hervorbringen. Diese Regeln sind das, was uns am empfindlichsten fehlt, wenn wir Begriffe, die nicht blos Größen bedeuten, zur Erzielung eines Ergebnisses verknüpfen wollen, und ich glaube, daß man sich ganz grundlos mit der Hoffnung schmeichelt, sie würden plötzlich von selbst unzweideutig klar werden, sobald man nur die Inhalte, auf die man sie anwenden will, bis in ihre letzten Bestandtheile zergliedert hätte. Gewiß ist es nicht nöthig, noch besonders zu versichern, daß wachsende Klarheit der Anwendungsobjecte in jedem Falle nur eine günstige Wirkung auf die Sicherheit unserer Folgerungen haben kann; aber im Wesentlichen wird es nicht die Analyse unserer Begriffe und ihre Zurückführung auf Grundbegriffe, sondern die Zergliederung unserer Urtheile und ihre Zurückführung auf einfache Grundsätze sein, worauf die allmähliche Feststellung unserer jetzt in Bezug auf so Vieles schwankenden Ueberzeugungen beruhen muß. Zweierlei aber werden wir zu wissen verlangen: zuerst, welche denknothwendigen Folgen aus bestimmten, entweder von uns willkürlich vorausgesetzten oder uns aufgedrängten Beziehungen verschiedener Begriffsinhalte fließen, dann aber: welche nicht nachweisbar denknothwendigen, aber thatsächlich gültigen allgemeinen Gesetze verschiedene Inhalte so verknüpfen, daß unser Denken auf Grund dieser Gesetze die dann nothwendig werdenden Folgen gegebener Bedingungen ableiten kann. Diese Aufgaben, welche die Anwendung

der Urtheilsform angehen, müssen wir zu lösen suchen, vorläufig ununterstützt durch die schätzbare Beihülfe, welche jene allgemeine Charakteristik, wenn sie vollendet wäre, uns ohne Zweifel gewähren würde.

Anmerkung über logischen Calcül.

Die reiche und sorgfältige Ausführung, welche dem oft gehegten und oft wieder fallen gelassenen Entwurf logischer Rechnung der Engländer Boole gegeben hat, beginnt auch in Deutschland die Aufmerksamkeit zu fesseln. Bei aller Anerkennung des erfinderischen Scharfsinns, der sein geistreiches Werk (An investigation of the laws of thought, Lond. 1854) sehr anziehend macht, kann ich mich dennoch nicht überzeugen, daß dieser Calcül Mittel zur Auflösung von Aufgaben darbieten werde, welche den gewöhnlichen Methoden der Logik unüberwindlich wären.

Allerdings dringt Boole darauf, daß das Ergebniß einer geführten Rechnung logisch deutbar sein müsse; zwischen Aufgabe und Lösung hält er aber doch einen Gang der Operationen für zulässig, der im Einzelnen eine logische Interpretation nicht vertrüge; er beruft sich auf die Erweiterung, welche die Mathematik durch die Zulassung des Imaginären erfahren hat. Diese Berufung ist schwerlich triftig. Der imaginären Formel konnte die Mathematik gar nicht ausweichen, sondern stieß auf sie im Zusammenhang wohlbegründeter Rechnungen; anderseits ist sie stets bestrebt gewesen, die Interpretation des räthselhaften Gebildes zu finden und hat sie ja auch auf geometrischem Gebiete gefunden. Im logischen Calcül dagegen würde dies zeitweilige Arbeiten im Finstern mit Symbolen geschehen müssen, die willkürlich zur Bezeichnung logischer Elemente und Elementarverhältnisse gewählt worden sind; kann daher eine Rechnung allerdings nur nützen, wenn sie uns die mechanische Lösung einzelner Aufgaben erlaubt, ohne in jedem Augenblicke ein Bewußtsein von der logischen Bedeutung des Geschehenen zu erheischen, so ist es um so nothwendiger, eben die Regeln, welche solche Erleichterungen gestatten, ganz nur aus rein logischen Grundsätzen und ohne jede gewagte und undurchsichtige Analogie aus dem Gebiete der Größenlehre festzustellen. Hierin ganz einverstanden mit der vortrefflichen Darstellung Schröder's (Der Operationskreis des Logikcalcüls, Leipz. 1877), werde ich doch auch ihr nicht ganz folgen; Demonstrationen, welche man in der Art der Mathematiker den Theoremen folgen läßt, haben für mich nur die Bedeutung zu zeigen, daß der ganze Calcül consequent in sich zusammenhängt und daß alle nach ihm zulässigen Umformungen und Verknüpfungen seiner Elemente zu identischen Resultaten in Bezug auf identische Aufgaben führen; unser Zutrauen zu der Triftigkeit des Ganzen kann nur auf der unmittelbaren Nachweisung beruhen, daß jeder allgemeine Satz nur die Transscription einer logischen Wahrheit in die Sprache der gewählten Symbole ist.

In dem Kapitel über künstliche Classificationen ist die Logik längst daran gewöhnt gewesen, Buchstaben zur Bezeichnung der Merkmale zu verwenden, welche sich in verschiedener Weise zu den verschiedenen Arten eines Begriffes verbinden. Gehörten zu dem Allgemeinen M die drei Merkmale ABC, so würde der disjunctive Lehrsatz uns anweisen, jedes von ihnen in seine Unterarten $a_1\, a_2\, a_3 \ldots$, $b_1\, b_2\, b_3 \ldots$, zu zerfällen; die Gesammtheit der Ternionen von der Form abc, und zwar selbstverständlich ohne Wiederholungen und Permutationen, würde die sämmtlichen Arten von M darstellen, welche, so lange keine näheren Bestimmungen vorliegen, als gleich mögliche angesehen werden können. Diese combinatorischen Zusammenstellungen sagen an sich nichts weiter aus, als die gleichzeitige Gegenwart ihrer Elemente; die Art der Verbindung aber zwischen diesen lassen sie in zweifacher Hinsicht unbestimmt. Sie erwähnen zuerst die Endform nicht, die aus der vollzogenen Combination hervorgehn soll. In der Anwendung auf logische Classification wird dieser Mangel durch das in Gedanken behaltene Bild des Allgemeinen M ergänzt, um dessen Arten es sich handelt; zu jeder Combination abc ist dieses M als der gemeinsame Grundriß hinzuzudenken, den die Verknüpfung der Elemente ausfüllen soll; sehen wir von dieser Veranlassung des combinatorischen Verfahrens ab, so bedeutet für sich genommen abc nur noch jedes irgendwie beschaffene Gedankending, in welchem sich die Merkmale a b und c, oder, was wichtiger ist, jeden noch nicht näher characterisirbaren Fall, in welchem sich die Bedingungen a b und c zusammenfinden. Für die Mathematik besteht diese Unbestimmtheit nicht, denn die Endform, welche das Ergebniß der Rechnung anzunehmen hat, wird hier völlig und allein durch die genau angebbare Art der Verbindung bestimmt, welche sie zwischen ihren Elementen herzustellen befiehlt. An sich selbst nun enthalten auch über diesen zweiten Punkt, die gegenseitige Determination ihrer Bestandtheile, die combinatorischen Formeln keinerlei Aufklärung. Ein Herkommen hat sie für die Algebra zum Ausdruck der Multiplication gemacht; die Buchstabenrechnung wenigstens hat das für die Zahlenrechnung beizubehaltende besondere Zeichen dieser Operation entbehrlich und das Product von Polynomien gleich der Summe der Combinationen ihrer Elemente gefunden. Die Logik ihrerseits setzt zwar jedes Merkmal eines Ganzen als in besonderer Weise mit jedem zweiten verbunden voraus, aber sie hat keine Mittel, diese specifischen Determinationen wirklich anzugeben, sondern überläßt sie der nebenhergehenden Kenntniß der Sache; nur, was sie aus eignem Rechte Allgemeines über die Verknüpfung der Merkmale weiß, hat keine Aehnlichkeit mit dem Sinne einer Multiplication. Ich lege hier wenig Werth darauf, daß der ursprünglich ganzzahlig zu denkende Multiplicator den an sich ungeänderten Werth des Multiplicandus nur vervielfältigt, während jedes neue Merkmal c, das zu einer Combination ab hinzutritt, nicht nur die gegenseitige Determination dieser schon vorhandenen Bestandtheile modificirt, sondern durch Vermehrung des Inhalts zugleich den Umfang beschränkt, in welchem das Ganze gelten kann; wer Lust am Disputiren hätte, würde es vielleicht nicht schwer finden, auch hier die Analogien des beiderseitigen Verhaltens mehr

zu betonen als die Unterschiede; wesentlich aber ist es für uns, daß die Multiplication sowohl die Wiederholungen aa, bb, als die Permutationen ab, ba, als nothwendige Bestandtheile ihrer Producte beibehalten muß, die Logik dagegen für jene keinen Sinn und für diese keinen Unterschied zugeben kann. In der Natur der Sache lag daher keine Aufforderung, von dem neutralen Sinne combinatorischer Formeln abzugehen, die sehr vielerlei bedeuten können, und auf sie den Rechnungsmechanismus anzuwenden, den sie eigentlich nur als Symbole multiplicirbarer Größen vertragen; man konnte dies nur in der Hoffnung wagen, die weitere Anwendung des Calcüls werde durch Ergebnisse, die nur durch ihn erreichbar wären, für Weitläufigkeiten entschädigen, zu denen man zunächst gezwungen war; denn man mußte nun durch Ausnahmsregeln die unpassend gewählte Rechnungsart mit der Natur ihres logischen Anwendungsgegenstandes in Einklang bringen.

Das natürliche Denken hat keine Veranlassung, irgend ein A, das nach dem Satze der Identität = A sein muß, noch einmal durch den Character A zu bestimmen in derselben Weise, in welcher A durch ein zweites Merkmal b determinirt werden könnte. Wir reden zwar wohl von einem Menschen, der wahrer Mensch, oder emphatisch von einem Manne, der Mann ist; aber mit solchen Ausdrücken befinden wir uns auf einem Gebiete, wo es erlaubt ist, den Begriff M eines Ideals von dem Begriffe μ desjenigen Thatbestandes zu unterscheiden, der zur Realisirung des Ideals berufen ist; wir bestimmen daher im Grunde nicht dasselbe M durch sich selbst; der Mensch Mμ, der nun wahrer Mensch ist, genügt nur einmal und vollkommen seiner Bestimmung M und eben so in anderer Hinsicht einmal und vollkommen seinem naturgeschichtlichen Begriffe μ; keine Aehnlichkeit besteht zwischen solchen Gedanken und dem Versuche, vierbeinige Thiere noch einmal durch den Character der Vierbeinigkeit zu determiniren. Nur der Mechanismus des Calcüls kann zu dieser Aufforderung führen, a durch a multiplicatorisch zu bestimmen; die Formel $aa = a$ oder $a^2 = a$ aber, welche nun zur Herstellung der logischen Wahrheit eingeführt wird, dürfte wenigstens nicht vorgeben, ein neu aufgefundenes Grundgesetz des Denkens und nicht bloßer Nothbehelf zur Correction eines unpassenden Verfahrens zu sein. Denn die Determination des a durch a ist logisch eine unvollziehbare Aufgabe; nur weil und soweit als im Zusammenhange unsers Denkens der fruchtlose Versuch das a nicht aufhebt, an dem er gemacht wird, ist es erlaubt, an die Stelle des a^2, auf welches die Rechnung führen würde, a allein, keineswegs aber dies a^2, als existirte es, dem a gleich zu setzen; die linke Seite dieser Gleichung enthält eine unlösbare Aufgabe, die rechte aber enthält nicht die Lösung, sondern das, wobei es sein Bewenden haben muß, weil es jene Lösung nicht gibt. Daß dies nicht bloßer Wortstreit ist, zeigt uns eine Betrachtung, die Boole hier weiter anknüpft. Gilt einmal $a^2 = a$ als Gleichung, so ist der Schritt sehr leicht zu den Folgerungen $a^2 - a = 0$ oder $a - a^2 = 0$; die letzte Formel löst Boole auf in $a(1 - a) = 0$. Nun lehrt der Satz vom ausgeschlossenen Dritten, daß alles Denkbare entweder a oder Non a ist; und diese

Wahrheit hatte Boole, indem er die Gesammtheit alles Denkbaren durch das Symbol 1 bezeichnete, dahin ausgedrückt, Non a sei dasjenige, was von dieser Gesammtheit übrig bleibe, wenn wir a von ihr abziehen; $(1-a)$ ist mithin der contradictorische Gegensatz zu a. Da nun die Nullsetzung der Gleichung nur bedeuten kann, daß es für die Combination, welche die linke Seite enthält, gar keinen Umfang gebe, den sie beherrsche, daß sie also überhaupt nicht vorkommen könne, so wurde die Formel $a(1-a)=0$ zum Ausdruck des Satzes, daß nichts Denkbares zugleich a und Non a sein könne. Man kann sich nun über die Geschmeidigkeit des Calcüls freuen, der für eine bekannte Wahrheit diese anschauliche Formel findet; um so weniger wird man der Deutung beistimmen, die ihr Boole S. 50 seines Werkes gibt. Sie zeige, daß der Satz, den man für den höchsten Grundsatz der Metaphysik ansehe, nur die Consequenz eines seiner Form nach mathematischen Denkgesetzes sei; weil dies Gesetz in einer quadratischen Gleichung sich ausspreche, seien wir genöthigt, unsere Zergliederungen und Classificationen dichotomisch zu vollziehen; wäre die Gleichung vom dritten Grade gewesen, so würden wir zu einem trichotomischen Verfahren gezwungen sein. Ich fürchte nicht der Trichotomie im Sinne des Haarspaltens schuldig zu sein, wenn ich gegen diese sonderbare Argumentation Einspruch thue. Boole selbst erwähnt, daß aus $a^2=a$ auch $a^3=a$ folge, aber er beseitigt diese cubische Gleichung durch die Bemerkung, daß zwei der Factoren, die sie voraussetze, $\pm(1+x)$, keiner logischen Bedeutung fähig sind; derselbe Grund hatte ihn offenbar schon bestimmt, nicht an $a^2-a=0$, sondern an $a-a^2=0$ seine Folgerungen anzuknüpfen. In diesem Verfahren liegt der ganz richtige Gedanke: von den mehrerlei Formeln, welche sich mathematisch aus dem für logisches Grundgesetz gehaltenen $a^2=a$ ableiten lassen, seien nur diejenigen von Bedeutung, welche etwas logisch Brauchbares ausdrücken; nicht die Gültigkeit des logischen Gesetzes hängt von der Gestalt der Formel, sondern die symbolische Brauchbarkeit dieser von ihrer Uebereinstimmung mit dem Sinne des Gesetzes ab. Aber die ganze quadratische Form selbst und ihre Deutung ist nur ein Spiel der Willkür. Ich will nicht weiter darauf bestehen, daß eben wegen $a^2=a$ sogleich a an die Stelle von a^2 zu setzen war, womit man auf $a-a=0$ verständlich zurückkam; selbst wenn man glaubte, a^2 als wirkliches Ergebniß einer ausführbaren Determination des a durch a beibehalten und es nun dem a gleichsetzen zu können, so gab es doch gar keine logische Berechtigung, $a-a^2$ in $a(1-a)$ aufzulösen; mathematisch, wenn wir von Größen sprechen, war die Umformung richtig und 1 bedeutet dann wirklich die Einheit; logisch lag in der Differenz $a-a^2$ nicht die mindeste Aufforderung, sie als Product zweier Factoren zu fassen; die 1 aber, die hier eingeführt wird, ist nicht die Einheit, welche sie sein müßte um die Zerfällung mathematisch richtig zu machen, sondern sie ist Boole's willkürlich obwohl nicht unpassend gewähltes Symbol für die Gesammtheit alles Denkbaren; daß a und $1-a$ zusammen diese Gesammtheit erschöpfen, mußte daher vorher feststehen um nur die Interpretation möglich zu machen, durch welche man eben diese Wahrheit erst aus der Formel gewinnen wollte.

Diese Träumereien sind nicht nach Deutschland übergegangen; ich erwähnte sie ausführlich, weil sie mit einem allgemeinen Gedanken zusammenhängen, der auch unter uns Zustimmung findet. Die Unterschiede arithmetischer und logischer Rechnung verkennt man nicht; aber man hegt den Gedanken eines noch allgemeineren mathematischen Algorithmus für den dieser Unterschied der Anwendungsgegenstände gleichgültig wäre. In der That nun, jede einzelne Denkhandlung, abgesehen von dem logischen Sinne ihres Ergebnisses, läßt viele gleichartige Wiederholungen, und die Ergebnisse selbst mancherlei Verknüpfungen und Anordnungen zu; die Begriffe der Gleichheit der Ungleichheit und des Gegensatzes ferner haben Bedeutung auch da wo sie sich nicht auf Größen beziehen; was dann aus ihnen folgt, wird allerdings für jedes Gebiet aus dessen eigner Natur zu entscheiden sein; nachdem es jedoch bestimmt, nachdem also nach logischem Rechte über das Resultat entschieden ist, welches aus dem Zusammenkommen oder der Sonderung mehrerer Denkhandlungen und ihrer Einzelergebnisse fließen muß: dann lassen sich die Wiederholungen und Verknüpfungen auch aller dieser Elemente denselben Regeln der Vereinigung Sonderung und Anordnung unterwerfen, die in Bezug auf alles Wiederholbare und Mannigfache gelten. Nur die specifisch logischen Gesetze, welche, wie das des ausgeschlossenen Dritten, die Bildung der Elemente selbst beherrschen, die in diese Zusammenhänge eintreten sollen, müssen auf eigenen Füßen stehen, und es ist ein eben so unrichtiger als unklarer Gedanke, für sie Begründung in einer abstractesten Mathematik zu suchen, die doch noch diesen Namen zum Unterschied von der Logik verdiente. Was eine solche Wissenschaft zu lehren hätte, würde im Gegentheil nur die Entwicklung einfachster logischer Wahrheiten sein, die gleichmäßig von allem Mannigfaltigen und seinen Verknüpfungen, von denen des Zählbaren und Gleichartigen eben so gut gelten wie von denen des nur Beziehbaren und Ungleichartigen; diese Wahrheiten, noch abgetrennt von ihren Anwendungen, für sich aufzuzählen, kann man ja, da sich mit Worten viel beweisen läßt, als eine wichtige Aufgabe ansehen, ich halte es mehr für langweilig als für unerläßlich.

Unmittelbare Ausdrücke solcher einfachsten Wahrheit sind sogleich die Axiome, deren besondere Vorerwähnung fast nur Sache der Etikette ist: natürlich auch für den logischen Calcül muß $a = a$, und jede a und b die einem dritten c gleich sind, auch unter einander gleich sein; nur die Definition der Gleichheit selbst bedarf eines Wortes. Die Logik bezeichnet durch a ein allgemeines Merkmal eine allgemeine Gattung oder einen allgemeinen Fall, und kann deshalb dem Sprachgebrauch des Calcüls beistimmen, welcher a das Symbol einer Klasse nennt, deren Umfang alle irgendwie beschaffenen Einzelheiten oder Einzelfälle umfaßt, welche an dem Character a theil haben. Nur diese Umfangsverhältnisse berücksichtigt nun der Calcül; ihm gelten daher zwei Klassensymbole a und b für gleich, wenn die durch sie vorgestellten Klassen identisch die nämlichen Einzelheiten umfassen und deswegen nur zwei Namen für dieselbe Klasse sind. An sich selbst können dabei a und b verschieden sein, auch wenn ihre Umfänge sich völlig decken; gleichseitige und gleichwinklige Dreiecke sind so, ihren Umfang allein

betrachtet, allerdings nur zwei Namen für dieselbe Klasse; logisch würden wir dennoch beide Begriffe in Bezug auf den Inhalt nicht gleichsetzen, den sie unmittelbar durch sich selbst aussprechen. Ebenso einfach folgt aus jenen einfachsten Wahrheiten, daß es immer möglich ist, in einer Summe $a + b$ zwei Denkhandlungen und ihre Ergebnisse zusammenzufassen; daß auch $a - b$ logisch möglich ist, wenn b in a enthalten und dadurch die nöthige Homogeneität hergestellt ist; daß die andere Combination ab, welche beide in eine Vorstellung zusammenzieht, ein neues Klassensymbol von bestimmtem Umfange darstellt; daß endlich, wo nur die Aufgabe einer gleichartigen Verknüpfung überhaupt gestellt ist, die Ordnung der Summanden und Factoren gleichgültig ist, die wir zur Summe oder zum Producte zusammenstellen. Mehr als diese begreiflichen Analogien mathematischer und logischer Rechnung verdienen die Differenzen Erwähnung, welche die specifische Natur des Logischen herbeiführt. Ich habe die Gleichung $a^2 = a$ bereits erwähnt; in ebenso paradoxer Form verhüllt der Satz $a + a = a$ die logische Wahrheit, daß jeder Allgemeinbegriff nur einmal vorhanden ist, daß mithin jede logische Behauptung über das ihm Untergeordnete völlig erschöpft ist, wenn sie einmal von diesem durchgängig gilt, und daß keine neue Wahrheit durch Wiederholung desselben Verfahrens an demselben Gegenstande gewonnen werden kann; ebenso erinnern uns die Theoreme $a + ab = a$ und $a(a + b) = a$, daß jede Behauptung, die einmal allgemein von a gilt, auch von jeder Art des a gilt, die durch irgend ein b noch weiter bestimmt ist, daß mithin die Erwähnung von ab neben a nutzlos bleibt oder jenes durch dieses „absorbirt" wird. Nur der unpassende Gebrauch des Gleichheitszeichens gibt diesen Sätzen den Schein der Sonderbarkeit; was sie sagen, ist nur dies: überall wo der Mechanismus des Calcüls zu den Formen a^2, $a + a$, $a + ab$, führen sollte, sind diese nutzlosen Nebenproducte desselben für logische Zwecke durch das einfache a zu ersetzen.

Wichtiger ist der ausgedehnte Gebrauch, den der Calcül von dem Satze des ausgeschlossenen Dritten macht; denn nur dieser wohlbekannte Satz steckt hinter dem Princip der Dualität, das hier als neues Denkgesetz auftritt. Bezeichnen wir mit a' den contradictorischen Gegensatz des a, und mit 1 die Gesammtheit alles Denkbaren, so gelten, wirklich als Gleichungen, die Formeln $a + a' = 1$, nach welcher aller Inhalt des Denkbaren durch a und Non a erschöpft wird, und $aa' = 0$, welche die Unmöglichkeit einer Verbindung von a und Non a ausspricht. Weder für diese Sätze noch für den andern, daß die Negation von Non a nur auf a zurück und nicht zu irgend einem Dritten führt, sind weitere Beweise möglich oder nothwendig; sie sind logische Wahrheiten, die allerdings in jenen Formeln eine sehr bequeme und anschauliche Bezeichnung erhalten haben.

In ihren Kapiteln von den unmittelbaren Folgerungen, den Umkehrungen und Contrapositionen der Urtheile versuchte auch die alte Logik, auf denselben Grundsatz gestützt, den Inhalt eines ausgesprochenen Urtheils in seine Beziehungen zu nicht ausgesprochenen zu verfolgen; Boole stellt sich umfassender die Aufgabe, die verschiedenen einander ausschließenden Abtheilungen des Denkbaren zu

entwickeln, welche sich durch Bejahung und Verneinung der in einem Urtheile verbundenen Begriffe Klassensymbole oder Elemente überhaupt bilden lassen. Wenn x und y die gegebenen Elemente sind, und x', y' ihre contradictorischen Gegentheile, so sind selbstverständlich xy, xy', $x'y$ und $x'y'$ die vier Gattungen, in welche sich alles Denkbare muß vertheilen lassen, oder die Constituenten der gesammten Eintheilung, welche Boole die Expansion oder Entwicklung des zwischen x und y gegebenen Verhältnisses nennt. Es hat einige Unbequemlichkeit, daß er nach mathematischem Herkommen jenes Verhältniß zwischen x und y als Function beider, $f(x, y)$, bezeichnet; logisch bedeutet ein solcher Ausdruck erst dann etwas, wenn er als Definition oder Prädicat irgend eines M aufgefaßt wird; dann werden aus der gegebenen Verbindung zwischen x und y alle jene Constituenten xy, xy' u. s. w. nebst den Coefficienten sich ableiten lassen, durch welche sie, innerhalb des Umfangs von M, als möglich oder unmöglich bezeichnet werden. Boole benutzt indessen vorläufig die unabhängige Function $f(x, y)$ um aus ihr ebenso allgemein das Gesetz der Bildung jener Coefficienten zu entwickeln. Seine anfängliche Gleichung $x^2 = x$ veranlaßt ihn, da er für sie nur die beiden arithmetischen Analogien $0^2 = 0$ und $1^2 = 1$ findet, zu der Annahme, logischer und mathematischer Calcül würden einander völlig decken, wenn alle Größen nur diese beiden Werthe annehmen könnten; alle mathematischen Operationen findet er umgekehrt logisch erlaubt, wenn man die Klassensymbole, auf die man sie anwendet, als Größen behandle, die nur diese beiden Werthe zulassen. Sei nun $ax + bx'$ die gegebene Function $f(x)$ und $f(1)$ und $f(0)$ die beiden Werthe welche sie annimmt, wenn wir $x = 1$ und $x = 0$ setzen, wodurch x' allemal die entgegengesetzten Werthe annimmt, so wird gezeigt, daß $f(x)$ sich durch die Verbindung beider Werthe herstellen läßt: $f(x) = f(1)\,x + f(0)\,x$. Dieselbe Betrachtung führt dann für den Fall, daß die gegebene Function die beiden Elemente x und y enthält, zu der Formel:

$$f(x, y) = f(1, 1)\,xy + f(1, 0)\,xy' + f(0, 1)\,x'y + f(0, 0)\,x'y'$$

in welcher die beiden eingeklammerten Werthe sich der Reihe nach auf x und y beziehen.

Wenn man Gewicht auf dies Schema der logischen Entwicklung einer Function legt, so wäre es leicht gewesen, es auf weniger abenteuerliche Weise zu begründen. Man muß doch bedenken, daß die Null, welche jeden Größenwerth verneint, so daß für jedes m immer $0 \cdot m = 0$, und die Einheit, die als unausgesprochner Factor in jeder Größe enthalten ist, so daß für jedes m immer $1 \cdot m = m$, auch in der Arithmetik eine Sonderstellung haben und nicht einfach allen andern Größen gleichartig zu achten sind; mögen sie, einzeln betrachtet, als Größenwerthe gelten, so haben sie doch in ihrer combinatorischen oder multiplicatorischen Verbindung mit andern Größen den allgemeinen logischen Sinn der Bejahung und der Verneinung. Nur diese auch für die Arithmetik gültige aber nicht aus ihr stammende logische Bedeutung brauchte man hier und hätte deshalb nicht den Schein verschulden sollen, als habe die Logik die Hülfsmittel zu ihren Operationen aus arithmetischen Specialitäten zu entlehnen. Wie dies zu

verstehen ist, zeige ich an zwei Beispielen. Wenn zuerst $M = ax + bx'$ ist, so erhält man offenbar den Werth der rechten Seite wieder, wenn man erst das erste Glied unterdrückt und das zweite bestehen läßt, dann das zweite unterdrückt und das erste bestehen läßt, endlich die beiden bestehen gelassenen wieder addirt: $ax + bx' = ax + 0 \cdot bx' + bx' + 0 \cdot ax$; natürlich sind dann die Coefficienten durch $f(1)$ und $f(0)$ ausdrückbar und $ax + bx' = f(1)x + f(0)x'$. Sei nun die Function $f(x, y) = ax + by$ gegeben und ihre Entwicklung nach den Gliedern xy, xy', $x'y$ und $x'y'$ verlangt, und sehen wir ferner, um zu wissen wovon wir sprechen, $f(x, y)$ sogleich als ein bestimmtes M an, dessen Definition oder Umfangsangabe die rechte Seite der Gleichung enthält. Es ist dann, innerhalb dieses M, die Combination xy in drei Fällen möglich, nämlich für diejenigen ax, welche zugleich y, für diejenigen by, welche zugleich x, und für diejenigen ax, welche zugleich völlig by oder die by, die zugleich völlig ax sind; denn keine dieser Combinationen ist durch die rechte Seite der Gleichung ausdrücklich ausgeschlossen. Man würde also haben axy, bxy, $abxy$; da jedoch die ab logisch ohnehin schon sowohl unter a als unter b enthalten sind, so reicht es hin $a + b$ als Coefficienten von xy aufzuführen und allerdings ist $a + b = f(1, 1)$, gleich dem Werthe der rechten Seite für $x = 1$, $y = 1$. Das zweite Glied der Entwicklung würde xy' enthalten; die Gleichung lehrt, daß wenn wir by unterdrücken, welches niemals mit y' combinirt werden kann, es innerhalb des Umfangs von M kein anderes y' oder Non y geben kann, als ax; folglich ist a der Coefficient von xy' und a ist allerdings $= f(1, 0)$. Eben so folgt, daß innerhalb M kein anderes x' oder Non x möglich ist, als by; folglich ist $bx'y$ das dritte Glied, und b allerdings $= f(0, 1)$. Endlich lehrt die Gleichung, daß der Umfang von M durch ax und by völlig erschöpft ist und Nichts enthält, was weder x noch y wäre; mithin ist 0 der Coefficient von $x'y'$, und er ist wieder $= f(0, 0)$.

Rechtfertigen ließe sich daher aus blos logischen Ueberlegungen die aufgestellte Formel der Functionsentwicklung allerdings, und ich würde versuchen, dies allgemeiner zu beweisen, wenn mir deutlicher wäre, wozu dies ganze Verfahren dienen soll. Die nächsten Beispiele, die Boole anführt, können nur als Uebungsexempel angesehen werden. Wenn die reinen Thiere x nach jüdischem Gesetz diejenigen sind, welche den Huf spalten y und wiederkäuen z, und die Entwicklung lehrt uns nun, es gebe keine reinen Thiere, die zwar den Huf spalten aber nicht wiederkäuen, keine, die zwar wiederkäuen aber nicht den Huf spalten, keine reinen Thiere ferner, die weder das eine noch das andere thun, endlich keine Thiere, die beides thun ohne doch rein zu sein; so bezweifle ich die Häufigkeit des logischen Wunsches, diese Folgerungen des Gegebenen zu erfahren, hat man aber das Bedürfniß, so ist es ohne Zweifel ohne Calcül leichter zu befriedigen als mit ihm. Aber zwei andere Aufgaben hofft Boole durch diese Formulirungen zu lösen; zuerst, wenn eine Anzahl Elemente irgendwie verbunden gegeben sind, soll die Gleichung, welche diese Verbindung ausspricht, nach jedem beliebigen der darin enthaltenen Elemente aufgelöst, und dann jedes belie-

bige aus der Gleichung eliminirt werden können, um die Verhältnisse der übrigen zu einander bloßzulegen.

In Bezug auf die erste Aufgabe kann ich nur bedauern, daß Boole sich rücksichtslos seinem Grundsatz überläßt, alle Rechnungsoperationen sich zu erlauben, sobald das Resultat nur logisch deutbar wird. Wenn der Satz: alle Menschen y sind sterblich x, gegeben ist, so contraponirt er ihn in: Kein Mensch ist unsterblich: $yx' = 0$. Da aber $x' + x = 1$, also $x' = 1 - x$, so wird $y(1-x) = 0$ oder $y - xy = 0$, $xy = y$; und nun weiter $x = \frac{y}{y}$ und durch Entwicklung von $\frac{y}{y}$ erhält man: $x = y + \frac{0}{0}(1 - y)$ oder $= y + \frac{0}{0}y'$; dies aber heiße, indem die mathematische Bedeutung des Symbols $\frac{0}{0}$ eingeführt wird: Das Sterbliche schließt ein alle Menschen und eine unbestimmte Menge dessen, was Nicht Mensch ist. Ergebnisse, die nur auf so unverantwortlichen Wegen erhaltbar wären, würden sicher keine Erweiterung der Logik bilden. Zudem waren diese Künste hier nicht einmal nöthig. Denn nicht die contraponirte Form $y(1 - x) = 0$, sondern die ursprüngliche $y = x$ war mit der Vorsicht hier zu brauchen, x sogleich mit einem particularisirenden Factor v zu versehen, $y = vx$; denn nur dies, und gar nichts anderes, meint der Satz: alle Menschen sind sterblich; er faßt nur y als untergeordnet dem x, in dessen Umfang es dann noch anderes gibt. Es versteht sich nun von selbst, und es hat gar keinen Sinn, eben dies, was man voraussetzt, noch einmal zu errechnen, nämlich, daß x außer den vx, welche y sind, noch eine nichtbestimmbare Anzahl w von Arten umfaßt, welche nicht y sind, also daß $x = y + wy'$.

In Bezug auf das Eliminationsverfahren begnüge ich mit mich einem Beispiele. Jede logische Gleichung kann durch Contraposition des durch sie ausgedrückten bejahenden Urtheils auf 0 gebracht werden; denn Nichts anderes als: kein x ist z, bedeutet die Gleichung $xz = 0$. Ich lasse nun dahin gestellt, was über das Verfahren gelehrt wird, alle gegebenen Einzelurtheile oder Gleichungen in eine einzige resultirende Gleichung zusammenzuziehen und unterdrücke die Bedenken, die ich gegen die Nothwendigkeit oder Ersprießlichkeit dieser Operation hege. Gesetzt aber, es sei die Gleichung so geordnet gegeben: $pab + qab' + ra'b + sa'b' = 0$, so wird als Resultat der gleichzeitigen Elimination von a und b das Product der Coefficienten $pqrs = 0$ angegeben. Man versteht dies leicht durch die gewöhnlichen Mittel der Logik. Denn logisch kann diese Gleichung nur Null sein, wenn jedes ihrer Glieder einzeln $= 0$ ist. Dann sagt $pab = 0$: kein pa ist b; aber $qab' = 0$ gibt contraponirt: alle qa sind b; folglich nach Celarent: kein qa ist pa; oder $pqa = 0$ und hieraus: kein pq ist a oder contraponirt: alle pq sind a'. Ferner gibt $ra'b = 0$: kein ra' ist b; aber $sa'b' = 0$ contraponirt: alle sa' sind b; folglich nach Celarent: kein sa' ist ra' oder $sra' = 0$, oder: kein rs ist a'. Ordnen wir dem ersten Schlußsatze: alle pq sind a', den zweiten unter: kein rs ist a', so folgt nach derselben Figur:

Kein rs ist pq oder pqrs = 0. Man bemerkt leicht, daß dann, wenn eine ebenso geordnete auf Null gebrachte Gleichung außer a, b und a′, b′ noch andere Paare solcher Gegensätze c, c′ enthält, die Elimination auf demselben Wege fortgesetzt werden kann, aber allerdings ist, für solche Fälle, die abgekürzte Regel dankenswerth, das Resultat der Elimination bestehe aus dem gleich Null zu setzenden Producte der Coefficienten; hätte außerdem die Gleichung ein von den zu eliminirenden Paaren unabhängiges Glied z = 0 enthalten, so würde dies unverändert fortbestehen, also dem vorigen so hinzugefügt werden können, daß in pqrs + z = 0 jedes der beiden Glieder für sich = 0 bleibt. Schröder bemerkt hierbei S. 23 seiner Schrift, die Ergebnisse der Elimination eines Symbols a aus mehreren getrennten Gleichungen seien weniger umfassend als die der Elimination aus der vereinigten Endgleichung; $xa + ya' = 0$ und $pa + qa' = 0$ geben gesondert nur $xy = 0$ und $pq = 0$; die vereinigte Gleichung dagegen: $xy + qx + py + pq = 0$; deshalb sei die letztere Geschäftsordnung vorzuziehen. Schafft man sich hier nicht künstlich kleine Schwierigkeiten eben durch die Geschäftsordnung, die zuletzt auf die Entwicklung der Functionen zurückläuft? Warum vereinigt man die vier Glieder $xa = 0$, $ya' = 0$, $pa = 0$ und $qa' = 0$, die doch für sich gelten müssen, in zwei Gleichungen und betrachtet sie nicht eben als vier beliebig zu benutzende? Dann fände man ja ohne Schwierigkeit alle Eliminationsresultate, an deren Aufsuchung man ein Interesse hätte.

Ich behaupte nicht, daß in allen oder in verwickelteren Fällen dasselbe syllogistische Verfahren leicht zum Ziele führen würde. Allein wenn Boole selbst einschärft, man müsse sorgsam zergliedern, was man in jedem Falle meine, ehe man das Gemeinte in die Sprache der Symbole übersetze, so glaube ich allerdings, daß die Erfüllung dieser Vorbedingung uns des ganzen Calcüls überheben, und daß die Logik reich genug sein würde, um für besondere Aufgaben auch die Hülfsmittel der Lösung erfinden zu lassen, selbst wenn diese nicht stereotyp vorher festgesetzt wären. Ich erwähne in dieser Beziehung eine Aufgabe, die Boole stellt und die auch Schröder wiederholt.

Es werde angenommen, man wisse aus einer Bearbeitung von Erfahrungen, daß in einer Klasse von Natur- oder Kunsterzeugnissen die Combinationen der Merkmale a b c d e folgenden Regeln dergestalt unterliegen, daß nicht blos das Vorkommen, sondern auch das Nichtvorkommen jedes einzelnen Merkmals zu den Bedingungen gehört, aus denen auf Dasein oder Nichtdasein der übrigen geschlossen werden muß.

1. überall wo a und c gleichzeitig fehlen, ist e vorhanden und zwar mit b oder d, aber nicht zugleich mit beiden;

2. wo a und d vorkommen, e jedoch nicht, sind stets b und c entweder zugleich vorhanden oder fehlen zugleich;

3. überall wo a mit b oder e oder mit beiden zugleich vorkommt, ist zugleich c oder d da, jedoch nicht beide zusammen;

4. umgekehrt: wo von c und d das eine ohne das andere vorkommt, findet sich a mit e oder b oder mit beiden zusammen.

Man verlangt nun zu wissen:

1. was aus der Gegenwart von a in Bezug auf b c und d gefolgert werden kann;

2. ob und welche Beziehungen zwischen b c und d unabhängig von den übrigen Merkmalen bestehen;

3. was aus dem Vorhandensein von b in Bezug auf a c und d, und

4. was für a c d an sich folgt.

Boole sieht voraus, kein Logiker werde auf syllogistischem Wege hierauf die richtigen Antworten finden, ohne sie vorher gekannt zu haben; ich gebe dies völlig zu; allein wer würde diesem Problem gegenüber versucht sein, diesen Weg zu wählen, da der passendere sich ganz von selbst darbietet? Wir haben nur alle Combinationen zu fünf, die sich aus a b c d e und a′b′c′d′e′ mit Vermeidung der Wiederholungen und des gleichzeitigen Vorkommens contradictorischer Elemente bilden lassen, ganz mechanisch zu verzeichnen und dann, oder gleich während des Verzeichnens diejenigen zu unterdrücken, welche durch die Gesammtheit der gegebenen Bedingungen ausgeschlossen sind. Es bleiben nur 11 Combinationen:

a b c d′e	a b′c d′e	a′b c d e	a′b′c d e
a b c d′e′	a b′c′d e	a′b c d e′	a′b′c d e′
a b c′d e	a b′c′d′e′	a′b c′d′e	

Man liest aus ihnen die Beantwortung der gestellten Fragen ab: 1. aus der Gegenwart von a ist zu schließen, daß entweder c oder d, jedoch nicht beide zusammen, da sind, oder daß b c und d zusammen fehlen; 2. zwischen b c und d findet keine unabhängige Relation statt, denn alle denkbaren Combinationen derselben mit b′ c′ d′ sind gleich gültig; 3. aus dem Vorhandensein von b folgt, daß entweder a c und d zugleich fehlen, oder nur eines von ihnen fehlt; 4. wenn a und c beide vorhanden sind oder beide fehlen, so ist d nicht möglich. Außerdem würden ähnliche Fragen in Bezug auf e, welche nicht gestellt sind, sich aus derselben Uebersicht ergeben, ohne besondere Arbeit nöthig zu machen.

Ich entlehne, dem gegenüber, der Schrift Schröder's wenigstens den Anfang der Auflösung durch Rechnung, nicht sowohl um zu zeigen, daß diese, wenn alle Zwischenglieder wirklich hergestellt werden, sich keineswegs durch Kürze auszeichnet, sondern hauptsächlich, um überhaupt den Gebrauch des Calcüls an einem Beispiele zu erläutern, das doch eine wirkliche Aufgabe enthält und nicht blos rückwärts das Bekannte in schwerfällige Formeln einkleidet.

Wenn man die positiven Aussagen, welche die gegebenen Bedingungen über die möglichen Combinationen machen, contraponirt, mithin sie als Gleichungen auf Null bringt, so erhält man

aus 1. $a'c'[e' + b\,d + b'd'] = 0$

aus 2. $a\,d\,[b\,c' + b'c]\,e' = 0$

aus 3. $a\,[b + e]\,[c\,d + c'd'] + [c\,d' + c'd]\,[a' + b'e'] = 0.$

Da nun die Fragen von e und e′ nichts wissen wollen, so ist zuerst die für

uns überflüssig gewesene Elimination dieses Gegensatzpaares auszuführen. Nach dem Früheren besteht ihr Resultat aus der gleich Null gesetzten Summe der von e und e' freien Bestandtheile der Gleichungen und des Productes der Coefficienten von e und e'. Nun ist zuerst der Coefficient von e in 3. $= a(cd + c'd')$ und der von e' in 1. 2. und 3. $= a'c' + ad[bc' + b'c] + b'[cd' + c'd]$; das Product beider wird nach Beachtung der früher erwähnten Regeln $= ab'cd$ und mit Zufügung der von e und e' freien Glieder, welche $= a'c'[bd + b'd']$ $+ ab[cd + c'd'] + a'[cd' + c'd]$ sind, wird das ganze Eliminationsresultat zusammenzuziehen sein in:

$$a[cd + bc'd'] + a'[cd' + c'd + b'c'd'] = 0.$$

Um nun hieraus zunächst die zweite Frage nach den Relationen zwischen b c und d zu beantworten, müßten wir a und a' eliminiren; das hierzu erforderliche Product ihrer Coefficienten ist aber $= 0$, da jedes entstehende Einzelproduct wegen der Combination contradictorischer Elemente für sich zu Null wird; das Resultat ist also $0 = 0$ und dies müssen wir uns als Zeichen dafür genügen lassen, daß keine unabhängige Relation zwischen diesen drei Merkmalen stattfindet. Man sieht jedoch zugleich, daß, wenn wir p den Coefficienten von a nennen, der von a' zu Non p oder p' wird; wir haben daher aus $ap + a'p' = 0$ die beiden Gleichungen: $ap = 0$ oder kein a ist p und $a'p' = 0$, kein Non a ist Non p; die erste gibt sogleich: alle a sind Non p oder p'; mithin $a = cd' + c'd + b'c'd'$, woraus die erste Frage zu beantworten ist.

Ich unterlasse die Fortsetzung, welche nöthig wäre, um auch der dritten und vierten Frage zu genügen, und bemerke nur, daß für diese ganze Aufgabe jene Entwicklung von Functionen gar nicht in Anspruch genommen ist, über deren Wichtigkeit ich schon oben meinen Zweifel aussprach; unmittelbar aus den vorliegenden Aussagen wurden die zu benutzenden Gleichungen gewonnen und die Eliminationen aus ihnen erfolgten nach einer Methode, deren Ursprung aus Schlüssen nach der zweiten Figur uns begreiflich war. Gegen die Triftigkeit dieses Verfahrens ist daher nichts einzuwenden; aber ebenso wenig gegen die größere Einfachheit und Anschaulichkeit des von uns innegehaltenen, welches, nebenbei bemerkt, nicht erst von Jevons entdeckt zu werden brauchte, sondern in der Anweisung zu Classicationen vorlag, die längst zuerst die combinatorische Zusammenstellung der Merkmale und dann die Streichung der Combinationen verlangte, welche durch die nun zu berücksichtigende gegenseitige Determination der Merkmale unzulässig wurden. Ich kann mich daher von den Vortheilen nicht überzeugen, welche aus dem Versuche entspringen würden, alle jene Veranschaulichungs- und Abkürzungsmittel, auf welche im gegebenen Falle Jeder von selbst verfällt, und die er bald so bald so in Uebereinstimmung mit der vorliegenden Aufgabe anwendet, zu einem festen logischen Calcül zu systematisiren. Es wird nicht zu vermeiden sein, daß eine Methode der Symbolisirung, die für Alles gleichartig sorgen will, ihre Bequemlichkeit für die Lösung einer Aufgabe durch unnütze Weitläufigkeit in der Bearbeitung anderer und durch mancherlei Zwiespalt mit dem Sprachgebrauche erkauft.

Schon die quantitative Bestimmung des Prädicats im Urtheile, von welcher die neuere englische Logik ausging, war keine neue Entdeckung, sondern die überflüssige Aufbauschung eines bekannten Gedankens zu übertriebener Wichtigkeit. Daß das Prädicat im Urtheil, die reciprocablen ausgenommen, größeren Umfang hat als das Subject, das eben in diesen Umfang eingeordnet wird, daß also nicht blos das Prädicat das Subject determinirt, sondern auch dieses das Prädicat auf diejenige Modification einschränkt, die ihm, dem Subjecte zukommt, waren alte Lehren der Logik und in ihren Umkehrungsregeln hatte sie auch für die Anwendung derselben gesorgt. Daß diese Wahrheit in den Schematen der Urtheile ebenso wenig wie in der gewöhnlichen sprachlichen Form der Sätze besonders ausgedrückt wurde, was schadete das, wenn man die Sache wußte? hat dieser Mangel jemals einen besonnenen Denker zum Irrthum verführt? und mußte man, um solche Kleinigkeiten zu bessern, gleich zu so gefährlichen Anstalten greifen, den natürlichen Ausdruck der Gedanken an eine neue Symbolisirung und einen neuen Calcül zu knüpfen? Wenn man den Satz: alle Menschen sind sterblich, durch $y = vx$ ausdrückte, so wäre ein reeller Gewinn nur gewesen, wenn man nun Mittel gehabt hätte, dieses v zu bestimmen; so lange es ein unbestimmter Coefficient bleibt, ist es eine wirkungslose Bezeichnung dessen, was wir vorher wußten. In der Umkehrung des Urtheils: einiges Sterbliche ist Mensch, würde diese unbestimmte Particularität auch nach der alten Logik weder besser noch schlechter als vermittelst jenes v zum Ausdruck gekommen sein; nimmt man aber an dem „Einiges" Anstoß, so war er leicht durch die Betrachtung zu entfernen, daß solche unbestimmt particulare Urtheile zugleich Formen der Modalität sind, und die Möglichkeit einer Verknüpfung ihres Prädicats mit dem Allgemeinbegriffe ihres Subjects aussprechen, indem sie diese Verknüpfung für einige aber nicht für alle Exemplare dieses Begriffs asseriren.

Zu dieser Bemerkung regt unter andern eine Stelle von Jevons an (Principles of Science, London 1877. Seite 59): er bildet zwei Prämissen: Natrium = Natriummetall und Natrium = auf Wasser schwimmendem Natrium; zu dem daraus gezogenen Schlusse: Natriummetall = auf dem Wasser schwimmendem Natrium, fügt er die Bemerkung hinzu: „dies ist nun wirklich ein Schluß nach Darapti der dritten Figur, nur daß wir eine Conclusion von exacterem Character erhalten haben, als nach dem „alten" Syllogismus möglich ist. Aus jenen Prämissen würde Aristoteles gefolgert haben: einiges Metall schwimmt auf Wasser; wenn man aber fragte, welche Metalle dies wären, würde er haben antworten müssen: das Natrium. Mithin enthält des Aristoteles Schluß einen Theil der Wahrheit nicht, den die Prämissen darbieten und behütet uns nicht davor, jenes „einiges Metall" in weiterem Sinne zu verstehen, als erlaubt ist. Von diesen deutlichen Fehlern des alten Syllogismus ist unser Schluß frei und man kann ihm höchstens den Vorwurf machen of being tediously minute and accurate." O nein, höchstens das tediously könnte man bejahen; außerdem wird Aristoteles Recht behalten. Denn das ganze Verfahren von Jevons ist eben nur die Wiederholung oder höchstens die Summirung seiner beiden

Prämissen; in einer solchen aber, die bei dem gegebenen Thatbestande einfach bleibt, hat man nie einen Schluß gesehen, sondern nur in einer Gedankenbewegung, die das Gegebene benutzt, um darüber hinauszugehen. Die hier vorgeschlagene Zusammenstellung von Worten ist daher überhaupt kein Schluß und folglich auch keiner in Darapti; wenn Aristoteles den seinigen bildete, so sagte er damit: das Vorkommen des auf dem Wasser schwimmenden Metalls Natrium beweist, daß die Eigenschaft solcher Leichtigkeit mit dem Character des Metalls im Allgemeinen nicht unvereinbar ist; drückte er dies aus durch: einiges Metall ist schwimmbar, so wollte er natürlich nicht die Prämissen wiederholen, die man ohnehin wußte, sondern die Möglichkeit einer allgemeinen Verbreitung dieser Eigenschaft unter den Metallen aussprechen als eine Vermuthung, deren factische Richtigkeit man weiter zu prüfen Veranlassung hat, weil sie logisch nicht undenkbar ist. Selbst der Ausdruck: einiges Metall, ist im Grunde ganz richtig, denn gewiß ist Natrium einiges Metall; zugleich an andere Metalle zu denken befiehlt dieser Ausdruck gar nicht; daß er es aber nicht auch verbietet, ist eben so richtig und hat keinen Irrthum zur nothwendigen Folge.

Wie oft haben solche moderne Unternehmungen schon den Anbruch einer ganz neuen Epoche für die Logik und den Untergang der verächtlichen alten verkündigt! Ich bin überzeugt: wenn nun wirklich einige Menschenalter hindurch die alte Logik ganz vergessen wäre, dann aber von einem Glücklichen wieder entdeckt würde, so würde man in ihr den so lange gesuchten, nun endlich gefundenen, naturgemäßen Gang des Denkens begrüßen, aus welchem die Sonderbarkeiten und zugleich die dennoch in gewissem Maße vorhandene Triftigkeit der logischen Rechnungen begreiflich würde, mit denen man sich bis dahin beholfen hätte.

Viertes Kapitel.

Die Formen des Beweises.

199. Die verschiedenen Formen der Urtheile hatte die systematische Logik aufzuführen und die bestimmte Art der Verknüpfung zu zeigen, welche zwischen S und P in jeder derselben als vorhandene oder als zu vollziehende gedacht wurde; die angewandte Logik hat zu überlegen, welche Inhalte S und P mit Recht in einer dieser Verknüpfungsformen verbunden werden können. Verschiedene Aufgaben, die wir nicht immer trennen werden, fallen in diese Richtung. Hauptsächlich Mittheilung fremder Gedanken überliefert uns zahlreiche Sätze von der Form: S ist P, deren Sinn und Inhalt vollständig bestimmt, deren Gültigkeit jedoch frag-

lich ist; dann entsteht für uns die Aufgabe eines Beweises für den gegebenen Satz T; eigene Beobachtungen führen uns anderseits auf die Vermuthung, zwischen zwei Inhalten S und P müsse eine Beziehung obwalten, die, wenn sie bekannt wäre, sich durch ein Urtheil der Form: S ist P, würde ausdrücken lassen müssen; dann entspringt für uns die Forderung der Erfindung des noch nicht bekannten Satzes T, der den genauen Ausdruck dieser vorausgesetzten Beziehung bilden würde. Beide Leistungen, Beweis und Erfindung, unterscheiden sich nur durch abweichende Handhabung derselben logischen Mittel. Die nämlichen Gedankenverbindungen, durch welche Wahrheit oder Wahrscheinlichkeit eines Satzes T zuerst gefunden worden sind, lassen sich theils in etwas veränderter Fassung, theils selbst ohne solche Umformung immer auch zum Beweise der Wahrheit oder Wahrscheinlichkeit eines gegebenen T verwenden. Auch bemerkt man sogleich, daß das erfinderische Nachsinnen, um sein Ziel nicht zu verfehlen, allerhand kleiner Zwischenglieder von der Form des Beweises bedarf; umgekehrt wird dieser, gleichfalls um sein Ziel zu erreichen, einer erfinderischen Gedankenbewegung nicht entbehren können. Gleichwohl reicht im Ganzen die Erfindung weiter als der Beweis; ich trenne deshalb, ohne indessen bei jeder Gelegenheit ihre natürliche Vermischung zu vermeiden, beide Aufgaben. Wissenschaftliche Untersuchungen führen auf beide ziemlich gleichmäßig; die Bedürfnisse des Lebens häufiger auf die Erfindung. Aber ich habe Grund, meinen nächsten Gegenstand noch weiter zu theilen und den Beweis für allgemeine Sätze von dem für particulare oder singulare zu trennen. Eine allgemeine Beziehung zwischen S und P wird sich allerdings selten feststellen lassen, ohne von Erkenntnissen Gebrauch zu machen, welche die Erfahrung geliefert hat; aber da diese Erkenntnisse, um zu allgemeinen Folgerungen zu führen, selbst allgemeine Geltung besitzen müssen, so kann man sie als solche ansehen, die, früher allerdings aus Erfahrungen gewonnen, doch jetzt, nachdem man sie mit dem Zutrauen zu ihrer Allgemeingültigkeit besitzt, zu den eigenen Hülfsmitteln des Denkens zu rechnen sind. Der Beweis einzelner Thatsachen dagegen, geschichtlicher Ereignisse oder gewöhnlicher Begebenheiten des Lebens, kann nie aus allgemeinen Sätzen allein fließen, auch aus solchen nicht, die selbst der Erfahrung entlehnt sind; er setzt die Kenntniß einer Menge von Einzelumständen voraus, die nur hier

vorkamen und nur hier sich in dieser bestimmten Weise verbanden. Die vorgängige Ermittlung aller dieser Bedingungen, aus denen zu schließen ist, erfordert eigenthümliche Hülfsmittel, deren Betrachtung später folgen wird. Die Auflösung gestellter Aufgaben dagegen, auch wenn sie nicht einen allgemeinen Satz, sondern ein ganz singulares Ergebniß liefern sollen, läßt sich mit dem Beweise allgemeiner Sätze verknüpfen; unter den Bedingungen, die hier nicht gesucht zu werden brauchen, sondern gegeben sind, und so weit sie gegeben sind, ist der bestimmte Satz T, welcher sie alle erfüllt, immer durch die allgemeinen Mittel des Denkens zu finden, und diese theoretischen Ergebnisse sind nur insoweit ungenau und in praktischer Anwendung einer Verbesserung bedürftig, als es eben nicht gelungen war, alle jene Bedingungen anzugeben, denen T genügen sollte.

200. Jeder Beweis ist ein Schluß oder eine Schlußkette, welche zu dem gegebenen Satze T die Prämissen ergänzt, aus deren Ineinandergreifen T als denknothwendige Folgerung hervorgeht. Die Gültigkeit jeder Folgerung aber hängt ab von der Gültigkeit ihrer Prämissen; auch diese würde sich durch neue Beweise feststellen lassen, nur würde dies Verfahren sich fruchtlos ins Unendliche fortsetzen, wenn es nicht irgend eine Anzahl allgemeiner Sätze gäbe, deren Gültigkeit für uns unmittelbar feststeht, die daher eines Beweises weder bedürftig noch fähig sind, vielmehr selbst die letzten Entscheidungsgründe bilden, nach denen sich Triftigkeit oder Untriftigkeit jeder einzelnen Folgerung aus ihren Prämissen beurtheilen läßt. Ich erörtere hier noch nicht die Frage, woher unserem Denken der Besitz so unmittelbar gewisser Wahrheiten kommen mag; nur die Frage nach dem Kennzeichen geht uns hier an, das uns berechtigt, einen Satz T zu der Reihe dieser Axiome zu rechnen, deren Zugeständniß man von jedem gesunden Denken glaubt fordern zu können. Nun ist begreiflich, daß dies Kennzeichen, eben weil jeder Beweis eines Axioms unmöglich ist, zuletzt nur in der Evidenz, in der unmittelbaren Klarheit und Gewißheit bestehen kann, mit welcher der Inhalt eines allgemeinen Satzes sich uns als denknothwendig aufdrängt; und in der That ist man hierauf immer zurückgekommen. Vielfältige Erfahrung lehrt uns jedoch, daß Sätze, deren Unrichtigkeit spätere Zeiten nachwiesen, für frühere die größte Evidenz und Ueberzeugungskraft besessen haben; Verhältnisse, die wir in dem beschränkten

Beobachtungskreise, in welchen wir eingeschlossen sind, beharrlich bestehen oder wiederkehren sehen, ohne daß eine Erfahrung des Gegentheils uns an ihnen irre macht, nehmen sehr allgemein für uns den Schein der Denknothwendigkeit an. Es gibt nur ein Mittel, diese falsche Evidenz der Vorurtheile von der echten wahrhafter Axiome zu unterscheiden: man muß versuchen, ob das contradictorische Gegentheil des fraglichen Satzes T ebenso undenkbar ist, als T selbst uns denknothwendig scheint. Diese Probe wird oft völlig entscheidend sein; zu unserer Verwunderung werden wir häufig finden, daß der Versuch, S und P in der entgegengesetzten Weise von derjenigen zu verbinden, welche der gegebene Satz T behauptete, zu gar keinem inneren Widerspruch im Denken führt. Dann wird T kein Axiom sein, sondern entweder überhaupt ein Irrthum, oder eine Wahrheit von nur particularer Geltung, oder eine allgemeine zwar, aber eine solche, die eines Beweises bedürftig ist. Im anderen Falle, wenn das contradictorische Non T ebenso undenkbar scheint, wie T denknothwendig, werden wir mit um so größerem Vertrauen T als unmittelbares Axiom betrachten; vollständige Sicherheit indessen gewährt dann die Probe nicht, denn nichts hindert, daß die Undenkbarkeit von Non T auf ebenso falscher Evidenz beruhe, wie die scheinbare Denknothwendigkeit von T. Fände dieser doppelte gleichzeitige Irrthum statt, so würde es kein kurzes logisches Mittel zu seiner Entdeckung geben; nur das Gewahrwerden der Widersprüche, welche die Erfahrung gegen die angenommene Gültigkeit von T erhebt, und eine langsame vielseitige Umformung unseres Gedankensystems auf Veranlassung dieser Widersprüche könnte allmählich die Verbesserung unseres Fehlers herbeiführen. Grundsätze blos theoretischer Erkenntniß werden selten von diesem Doppelirrthum behaftet sein, öfter die, welche unserer ethischen Beurtheilung zu Grunde liegen, und die man wohl den echten oder scheinbaren Axiomen zurechnen darf, obgleich sie nicht eigentlich denknothwendig, sondern nur selbstverständlich und ihre Gegentheile nicht undenkbar, sondern nur absurd erscheinen. Daß man den Feinden schaden müsse, galt im Alterthum lange und allgemein als selbstverständlich und das Gegentheil für absurd; solche Irrthümer kann am meisten nur die langsame Umstimmung der Gewohnheiten des Gemüthes beseitigen.

201. Sei nun T ein allgemeiner Satz von nicht axiomatischer

Geltung, ein solcher also, der eines Beweises bedürfen würde, so wird man doch diesen Beweis nicht eher antreten, bis man weiß, daß T ihn verdient. In drei Fällen wird er es nicht. Zuerst dann nicht, wenn sein Inhalt ein unvollständiger und deshalb unbestimmter Gedanke ist. Der ungeschulte Verstand pflegt, so lange er sich auf die Gegenstände seines natürlichen Gesichtskreises beschränkt, gewissenhaft in der Aufzählung und Erforschung aller Beziehungspunkte zu sein, welche zum Verständniß einer Thatsache gehören; er befolgt hier die alte Regel, die Fragen alle zu beantworten: quis? quid? ubi? quibus auxiliis? cur? quomodo? quando? Desto unbehülflicher wird er, wo er in allgemeine Betrachtungen abschweift, die dem Gebiete der Speculation angehören; er gelangt dann meist nur zu einem unförmlichen Ausdruck von etwas, was er vielleicht mit Recht meint verlangt oder voraussetzt, aber an keine bestimmten oder bestimmbaren Beziehungspunkte anzuknüpfen weiß. Die Speculation ihrerseits, in Abstractionen schwelgend, kommt ihm hier nicht immer helfend entgegen, sondern begnügt sich auch oft, mit Begriffen zu verfahren, die von ihren natürlichen Anwendungspunkten abgelöst im Leeren schweben; nirgends sind daher unbestimmte Thesen häufiger als da zu finden, wo der logisch nicht disciplinirte Verstand naturalistisch zu philosophiren beginnt. Daß Gott und Welt Eins sei, kann nur der beweisen, der diesen Satz selbst aufgestellt hat; so weit dann sein Beweis richtig sein wird, hat er durch ihn erst interpretirt, was er mit seinem Satze meinte; wer diesen aber nicht selbst aufgestellt hat, thut am besten, ihn weder zu beweisen noch zu widerlegen; denn daß Gott und Welt in gewissem Sinne Zwei sind, sagt der Satz selber, sonst könnte er sie nicht unterschieden haben; daß sie aber in irgend einer der vielen Bedeutungen, welche der Begriff der Einheit hat, auch Eins sind, läßt sich im voraus vermuthen. Daß die Dinge Erscheinungen sind, ist ebenso zweideutig; die scheinbaren Dinge der sinnlichen Wahrnehmung sind es natürlich, sonst erschienen sie uns nicht; daß aber diejenigen Dinge, die wir als selbst unbeobachtbar dem sinnlichen Wahrnehmen unterlegen, auch Erscheinungen seien, ist so lange ein unvollständiger Gedanke, bis hinzugefügt wird, was denn hier erscheinen soll und wem. Alle diese und ähnliche Sätze verdienen Beweis und Widerlegung nicht, sondern sind angebrachter Maßen zurückzuweisen, ganz ebenso wie man im recht-

lichen Verfahren jeden abweist, der blos über erlittenes Unrecht klagt, aber nicht angibt, was ihm geschehen sei und von wem.

202. Der zweite Fall findet statt, wenn zwar von dem S oder P des Satzes T eine völlig scharfe Nominaldefinition gegeben werden kann, diese aber entweder eine nachweisbar unmögliche oder eine nicht nachweisbar gültige Vorstellungsverknüpfung enthält. Niemand wird sich um Beweis oder Widerlegung eines Satzes bemühen, dessen Subject der Begriff eines hölzernen Eisens ist; Niemand untersuchen, ob dies hölzerne Eisen im Feuer verbrennen werde wie Holz, und nicht vielmehr schmelzen wie Eisen. Gespenster und Irrlichter enthalten so logischen Widerspruch nicht; ob aber jene schlafbedürftig sind, diese von vergrabenem Metall angezogen werden, läßt man doch dahingestellt, bis die Existenz beider bewiesen ist. Was man hier verlangt, läßt sich im Allgemeinen die Rechtfertigung eines Begriffes nennen, die dann, wenn von ihm Gebrauch gemacht werden soll, allemal zu seiner nominalen Definition hinzugefügt werden muß. Sie kann in verschiedener Weise geleistet werden. Bedeutet M etwas, dem äußere Wirklichkeit zukommen soll, so wird am kürzesten M durch unmittelbare Aufzeigung eines Beispiels oder einer Thatsache gerechtfertigt, in welcher die Wirklichkeit seines Inhalts gegeben und der Beobachtung zugänglich vorliegt. Bezeichnet M eine Vorstellungsverknüpfung, deren Gültigkeit darin besteht, daß sie ausführbar ist und daß ihr Ergebniß sich vorstellen oder in innerer Anschauung verwirklichen läßt, so wird eben diese Verwirklichung des von M verlangten Inhaltes, oder seine Construction, M selbst rechtfertigen; so legitimirt die Geometrie die Zulässigkeit von Begriffen, die sie gebildet hat, durch anschauliche Herstellung dessen, was sie vorher nur als Aufgabe enthielten, und beweist hierdurch am einleuchtendsten, daß diese Aufgabe lösbar war. Ist weder ein Beispiel von M nachweisbar, noch seine Construction ausführbar, so muß wenigstens eine Begründung (Deduction) eintreten, welche zeigt, im Zusammenhang mit welcher nachweisbaren Wirklichkeit oder im Verfolg welcher Aufgabe wir mit Fug und Recht zu der Bildung des Begriffes von M veranlaßt werden. Nicht immer kann diese Begründung die Gültigkeit von M, in der Gestalt, in welcher sein Begriff vorliegt, unmittelbar beweisen, aber immer stellt sie M als vorläufige Bezeichnung eines nicht grundlos, sondern mit Recht gesuchten Inhalts

dar; der weiteren Untersuchung, deren Beginn hierdurch gerechtfertigt wird, bleibt es überlassen, ob M selbst sich als gültiger Begriff wird rechtfertigen lassen, oder welche Umformung seines Inhalts vorzunehmen ist, um diese Gültigkeit herbeizuführen. Im Alterthum war die Verdoppelung des Würfels ein wichtiges Problem; aber auch wenn man durch geometrische Operationen die gesuchte Seite des doppelten Würfels nicht construiren konnte, war doch von Anfang an gewiß, daß die Aufgabe überhaupt lösbar und die gesuchte Seite eine Größe sei, die sich irgendwie auffinden lassen muß. Denn man konnte zeigen, daß mit stetiger Zunahme der Seite auch das Volumen des Würfels ohne Aenderung seiner cubischen Gestalt stetig zunehmen muß; in der unendlichen Reihe wachsender Würfel muß sich daher auch derjenige finden, welcher das Doppelte eines gegebenen ist, und somit ist auch seine Seite eine in der Reihe der Linien existirende. Diese Begründung der nothwendigen Gültigkeit des Gesuchten ersetzt hier die wirkliche Ausführung der Construction. Man kann ferner darüber zwar Bedenken haben, ob ein und derselbe Begriff von Länge auf krumme und gerade Linien passe; setzt man aber dies Bedenken beiseit, so war es vorläufig eine nicht unbegründete Hoffnung, durch elementare geometrische Construction die gerade Linie zu finden, die dem Umfange eines Kreises von gegebenem Halbmesser gleich ist; denn gewiß war dies, daß die gesuchte Länge von der dieses Halbmessers und zugleich nur von dieser abhängt. Die ausgeführte Untersuchung erst hat diese Hoffnung beseitigt und gezeigt, daß der Umfang als geschlossene reale und algebraische Function des Halbmessers nicht herstellbar ist. Naturwissenschaftliche Hypothesen nehmen häufig Thatsachen an, die man nicht hoffen kann, jemals in unmittelbarer Beobachtung nachweisen zu können; nicht selten muß man sogar Gott und der Zukunft überlassen, auch nur die Möglichkeit und Construirbarkeit dessen zu beweisen, was man vorläufig als Annahme gar nicht entbehren kann. Dann bleibt nur die Begründung übrig, welche aus den gegebenen Thatsachen die Dringlichkeit der angewandten Vorstellungsweise ableitet, allerdings dann mit dem Vorbehalt, sie in Zukunft so ändern zu können, daß sie construirbar wird, ohne ihre Brauchbarkeit einzubüßen. Hierauf führen uns andere Gelegenheiten zurück; für den Augenblick genügt es, auf die zuerst gebrauchten Beispiele zurückzuverweisen, um

deutlich zu machen, welche Art der Rechtfertigung wir für Begriffe verlangen, deren Verknüpfungen im Urtheile Beweis oder Widerlegung verdienen sollen.

203. Haben nun auch die Begriffe, die in dem allgemeinen Satze T verbunden sind, die nöthige Bestimmtheit und Gültigkeit, so wird man sich dennoch auf einen Beweis, welcher T als nothwendige Folge aufzusuchender Prämissen darzustellen hätte, nicht eher einlassen, bis man sich einige vorläufige Bürgschaft für seine thatsächliche Geltung verschafft hat; denn jede Mühe würde verschwendet sein, etwas zu beweisen, was eben nicht gilt. Ist T ein allgemeiner Satz, dessen Anwendungsgebiet sich in Gedanken nicht leicht übersehen läßt, so versuchen wir zuerst, ob T in einigen naheliegenden Beispielen zutrifft; ein einziger Fall, in welchem dies nicht geschähe, würde die Allgemeingültigkeit von T aufheben und die Aufgabe würde sich in die der Auffindung von Bedingungen verwandeln, unter denen T wenigstens eine particulare Geltung besäße; ist dagegen, was T behauptet, in allen verglichenen Beispielen seiner Anwendung gültig, so kann diese hier stets unvollständige Durchprobirung zwar nicht die Allgemeingültigkeit des T beweisen, aber seinen Inhalt doch so weit empfehlen, daß die Aufsuchung eines Beweises der Mühe werth wird. Dies durchaus nothwendige Vorverfahren, das später seine Stelle auch unter den Beweisformen selbst finden wird, versäumen wir in der That nur selten und meist nur dann, wenn die Gültigkeit von T nicht durch bloße Ueberlegung in Gedanken aufzufindender Anwendungsbeispiele, sondern nur durch äußere Beobachtung oder Versuch festzustellen ist. Nicht nur die Höflinge Ludwigs XIII. erschöpften sich in geistreichen Beweisen für den Satz, daß ein lebendig hineingeworfener Fisch ein ganz volles Gefäß zum Ueberlaufen bringe, ein todter aber nicht, und erst der hinzugerufene Gärtner zeigte durch den Versuch die Ungültigkeit der ganzen Behauptung; auch sonst finden sich, in den weniger exacten Theilen der Naturwissenschaft, tiefsinnige erklärende Beweise genug für Erscheinungen, deren thatsächliches Vorkommen völlig zweifelhaft ist.

204. Wäre nun diese Vorfrage erledigt, und T ein allgemeiner Satz, der eines Beweises würdig ist, so kann seine Wahrheit oder Unwahrheit entweder in kürzester Linie oder auf einem Umwege festgestellt werden, und hiernach unterscheiden wir die Beweise zuerst. Sie sind

direct, wenn sie unmittelbar den gegebenen Satz T als nothwendig oder als unmöglich nachweisen; sie heißen indirect oder apagogisch, wenn sie Wahrheit oder Unwahrheit von T mittelbar durch Aufzeigung der Unwahrheit oder Wahrheit seines contradictorischen Gegentheils Non T begründen. In beiden Fällen kann die Richtung, welche der Gang der Gedanken nimmt, noch eine doppelte sein. Ich nenne den Beweis rechtläufig oder progressiv, wenn er aus dem, was in der Natur der Sache das Bedingende ist, das Bedingte als Folge entstehen läßt; er ist rückläufig oder regressiv, wenn er das, was in der Natur der Sache das Bedingte ist, als Erkenntnißgrund des Bedingenden benutzt. Der Beweis der ersten Form, da er a principio ad principiatum geht, mag ebensowohl deductiv heißen; für die Beweise der zweiten Form, die a principiato ad principium fortschreiten, wird man den entgegengesetzten Namen der inductiven im Allgemeinen nicht ebenso passend finden. Beide Beweisgänge lassen endlich noch einen Unterschied zu: man kann progressiv von allgemeinen Wahrheiten zu T oder von T zu seinen eigenen Folgen und ebenso regressiv von den Folgen des T zu T, oder von ihm selbst zu den Wahrheiten übergehen, die seinen Grund bilden. Ueber den verhältnißmäßigen Werth der acht verschiedenen Formen, die so entstehen, wird man erst dann urtheilen können, wenn man jede von ihnen mit Rücksicht auf die Aufgaben ins Auge faßt, für die sie verwendet zu werden pflegt. Hierzu mag folgende Uebersicht dienen.

205. Die erste Beweisform, direct progressiv, geht von einer allgemeinen Wahrheit aus, die sie als Obersatz an die Spitze ihres ganzen Verfahrens stellt; im Untersatz, oder in einer Reihe von Episyllogismen, wenn der Beweis nur in einer Schlußkette vollendbar ist, wird dann nachgewiesen, in welchem Verhältniß die Bestandtheile S und P des gegebenen Satzes T zu jenem Obersatz stehen; der Schlußsatz endlich folgert, daß um dieser Verhältnisse willen von S und P der zu beweisende Satz T gelten müsse. Bestimmt man die Aufgabe auf diese allgemeine Weise, so scheinen alle drei aristotelischen Figuren zu dieser Beweisform benutzt werden zu können; in der That aber entspricht dem Sinne derselben doch blos die erste. Die dritte Figur halte ich nicht deswegen für ungenügend, weil sie nach gewöhnlicher Bezeichnung blos particulare Schlußsätze gibt, während wir hier allgemeine Sätze be-

weisen wollen; übertragen wir die particulare Conclusion: einige S sind P, in modale Form: was S ist, kann P sein, so gibt sie allerdings einen allgemeinen Satz, dessen Beweis von Werth sein kann. Wird zum Beispiel eine Leistung P verlangt, zu deren Herstellung man an das scheinbar ungünstige Material S gebunden ist, so wird man gern in einem Beweise, nach Bamalip, gezeigt sehen, daß an einem Subject M sich S und P vertragen, folglich S die Leistung P nicht allgemein unmöglich mache. Aber die dritte Figur liefert diesen Beweis nicht in progressiver Richtung. Sie stellt in ihren beiden Prämissen nur ein Beispiel des Zusammenbestehens von S und P auf, aus welchem wir regressiv, ab esse ad posse, auf die Verträglichkeit beider zurückschließen. Die zweite Figur erlaubt zwar allgemeine, aber nur verneinende Folgerungen; auch diese können von Werth sein, aber um in dieser Figur gewonnen werden zu können, setzen sie qualitativ entgegengesetzte Prämissen voraus und befriedigen deshalb nicht. Denn ein allgemein verneinender Satz T, der von einem S ein Prädicat P blos deshalb ausschließt, weil, was S und was P ist, sich entgegengesetzt zu einem dritten M verhält, beruft sich auf ein Kennzeichen, welches die Unvereinbarkeit des S und P sicher bezeugt, aber nicht auf einen Grund, der sie erklärt; er drückt nur eine Thatsache aus, die zwar gilt, aber so lange unverstanden bleibt, bis man in einem bejahenden Urtheile erfahren hat, was S wirklich ist, und nun einsieht, daß es, weil es dies ist, jenes andere, P, nicht sein kann. Auch die zweite Figur liefert daher zwar triftige und zwingende, aber nicht erklärende Beweise ihrer Schlußsätze, auch sie ist mehr von regressivem, als von progressivem Charakter. Auf die erste Figur, und zwar vorzüglich auf ihre bejahenden Modi, für unsere Aufgabe ausschließlich auf Barbara, hat sich daher gewöhnlich die Aufmerksamkeit gerichtet, wenn von direct progressiven Beweisen die Rede war; nur hier findet die Unterordnung eines gegebenen Inhalts unter eine allgemeine Wahrheit statt, aus welcher nicht blos begriffen wird, daß T gilt, sondern auch warum es gilt.

206. So urtheilte schon Aristoteles; es verdient jedoch angemerkt zu werden, daß nicht blos in diesem Sinne diese Beweisform als ein Ideal zu betrachten ist: sie hat Anspruch auf das ihr gespendete Lob nur dann, wenn es uns gelingt, sie mit dem Inhalt zu füllen, den

ihre Gliederung verlangt: wenn wir also im Obersatze ein solches allgemeine Urtheil voranschicken, welchem untergeordnet zu werden der besondere Fall des Untersatzes seinem eigenen Inhalte nach fordert, und welcher deshalb wirklich der bedingende Grund sein würde, aus dem die Gültigkeit des zu beweisenden Satzes, nicht blos für unsere Erkenntniß, sondern nach der eigenen Natur der Sache selbst hervorgeht. Aber es ist klar, daß man die Form dieses Beweises benutzen kann, ohne im mindesten die eben gestellte Bedingung zu befriedigen. Gibt es doch, und zwar gerade auf dem exact zu behandelnden Gebiet mathematischer Erkenntniß, zahlreiche Sätze T, für die sich verschiedene gleich triftige Beweise geben lassen, die alle in dieser subsumptiven Form verlaufen, und von denen daher keiner beanspruchen kann, ausschließlich den eigenen Zusammenhang und Entwicklungsgang der Sache selbst auszudrücken. Die Möglichkeit, denselben Inhalt in sehr verschiedenen Formen ohne Veränderung seines Werthes darzustellen, erlaubt hier, ihn sehr verschiedenen allgemeinen Obersätzen subsumirbar zu machen und von allen diesen willkürlich gewählten Ausgangspunkten zu derselben Behauptung T zu gelangen. Ich wünsche hierüber nicht mißverstanden zu sein und gehe deshalb ins Einzelne. Ich gebe zuerst zu, daß sehr viele mathematische Sätze T so offenbar bloße Anwendungsbeispiele eines bestimmten Obersatzes M sind, daß nur die Herleitung aus diesem Obersatze natürlich, die aus jedem andern N als eine Künstlichkeit erscheint. Ich bemerke ferner, daß da, wo T aus verschiedenen Obersätzen M, N, O mit gleicher Leichtigkeit ableitbar ist, hierin allein kein Grund für mich liegt, diese verschiedenen Beweise dem eigenen Zusammenhange der Sache fremd zu nennen; denn ich will hier zwar nicht eben lehren, aber als eine mögliche Ansicht hinstellen, daß das Ganze z. B. unserer geometrischen Erkenntniß in der That auf einer Mehrheit ursprünglicher gleich evidenter Anschauungen beruht, von denen keine aus der andern ableitbar ist, die aber alle zusammen, gleich einzelnen Bestandtheilen eines g a n z e n Gedankens, zugleich gelten und unter einander auf bestimmte Weise zusammenhängen. Dann begreift man, wie vermöge dieses Zusammenhanges derselbe Satz T verschiedene gleich triftige Beweise zuläßt, je nachdem man von einer oder der andern jener untrennbar verknüpften Anschauungen ausgeht; keiner dieser Beweise wird ausschließlich die Natur der Sache, aber

jeder kann sie doch wirklich so darstellen, wie sie sich für den gewählten Standpunkt projicirt; die Möglichkeit einer Mehrheit von Beweisen beruht hier auf der eigenen Organisation des Inhalts, der nicht nur nach einer, sondern nach vielen Richtungen zugleich ein zusammenstimmend gegliedertes Ganze bildet. Aber ich muß nun doch drittens hinzufügen, daß zahlreiche Sätze T übrig bleiben, deren Beweis, immer in dieser subsumptiven Form, nur durch Kunstgriffe gelingt, die sich rechtfertigen lassen, nachdem sie angewandt sind, von denen aber nicht erfindlich ist, wie man durch die Natur des gegebenen Inhalts selbst dazu aufgefordert wird, sie anzuwenden. Von diesen Beweisen, deren es manche in der reinen Mathematik, eine viel größere Anzahl in ihren Anwendungen gibt, soll die oben gemachte Bemerkung gelten: namentlich, wenn sie sehr vielgliedrige Schlußketten bilden, mögen sie zwar an Triftigkeit nichts zu wünschen übrig lassen, aber sie werden auch so unübersichtlich wie möglich, und da sie fast nur erlauben, die nothwendige Folge der Verkettung je zweier nächsten Glieder einzusehen, der erfinderische Scharfsinn dagegen, der diese Verkettung anstiftete, völlig regellos sich zu bewegen scheint, so kann man nicht in Wahrheit sagen, daß diese Beweise zeigen, warum der Schlußsatz T gilt; sie nöthigen uns auch nur zuzugestehen, daß er gilt. Ich habe dies angeführt um seiner praktischen Bedeutung willen. Das Ideal unserer Erkenntniß und Beweisführung besteht ohne Zweifel darin, daß wir jeden gegebenen Satz T aus den bedingenden Gründen, von denen er wirklich bedingt wird, erklärend ableiten, nicht aber uns seiner Gewißheit blos durch eine logische Hinterlist bemächtigen; und wenn diese Aufgabe gelöst werden soll, ist sie immer nur in der Form dieses direct progressiven Beweises zu lösen. Aber sie ist überhaupt nur innerhalb enger Grenzen lösbar, und wo sie es nicht ist, wo man mithin sich an der bloßen Gewißheit von T muß genügen lassen, da hat diese subsumptive Beweisform nicht den mindesten Vorzug vor anderen. Es ist logische Pedanterie, sie dennoch erzwingen zu wollen und für einen Satz, der indirect sich mit zwei Worten schlagend beweisen läßt, eine directe Ableitung zu suchen, die nur durch eine Kette willkürlich gewählter Zwischenglieder möglich ist, die Erlangung jener Gewißheit umständlicher und die Einsicht in den inneren Grund ihres Vorhandenseins um nichts reicher macht.

207. Eine zweite direct progressive Form geht von dem gegebenen Satze T aus, den sie als gültig voraussetzt, und entwickelt aus ihm seine nothwendigen Folgen. Findet sich unter diesen Folgen auch nur eine einzige, welche entweder feststehenden Thatsachen oder allgemeinen Wahrheiten widerspricht, so ist T, als allgemeiner Satz, ungültig, und der Beweis gestaltet sich zu einer Form der Widerlegung eines gegebenen Satzes; er schließt dann, wie man leicht sieht, jenes früher erwähnte Vorverfahren ein, welches vor dem Antreten des wirklichen Beweises sich versichert, daß überhaupt kein gegebenes Beispiel eine Instanz gegen die Gültigkeit des zu Beweisenden bildet. Fände die Entwicklung der Folgen des T, so weit sie auch fortgesetzt würde, keinen Widerspruch mit Thatsachen oder Wahrheiten, so würde sie dennoch nicht hinreichen, um die Wahrheit von T festzustellen, denn die nächste Fortsetzung jener Entwicklung über die Grenze hinaus, bei der man Halt gemacht hat, könnte das bisher verborgene Bestehen eines Widerspruchs nachweisen; aber wenigstens reicht dies Verfahren auf theoretischem Gebiete zur Empfehlung einer Hypothese hin, deren weitere Prüfung man sich vorbehält. Sein wirkliches Anwendungsgebiet hat aber dieser Beweis im praktischen Leben; durch ihn empfiehlt man Vorschläge, Einrichtungen die zu treffen, Entschlüsse die zu fassen sind. Und hier ist die Unvollständigkeit der Entwicklung der Folgen von T kein Hinderniß; in allen menschlichen Angelegenheiten reicht es hin, zu ermitteln, welche Wirkungen innerhalb einer übersehbaren Zeit und eines übersehbaren Gebietes der Anwendung aus einer vorzuschlagenden Maßregel entspringen werden; alle mikroskopisch erkennbaren Nebenwirkungen oder auf Jahrhunderte hinaus alle Folgen unseres heutigen Handelns in Betracht ziehen zu wollen, ist superciliöse Pedanterie; zur Vermeidung kleiner Nachtheile wird man neue Entschlüsse fassen, und die fernste Zukunft hat für sich selbst zu sorgen.

208. Eine dritte Form, die erste direct regressive, geht von der angenommenen Gültigkeit von T aus und sucht nach rückwärts die Bedingungen auf, unter denen diese Gültigkeit stattfinden kann. Der Unterschied dieser Form von der zuletzt behandelten ist nicht erheblich, doch fehlt er nicht; nicht erheblich deswegen, weil man die zur Geltung von T nöthigen Vorbedingungen doch auch nur findet, indem man T als ihren Erkenntnißgrund behandelt und sie aus ihm als Folgen ab-

leitet, ein Verfahren, welches mit dem vorigen direct progressiven zusammenfällt; vorhanden aber ist der Unterschied dennoch, wenn man die Natur des so Abgeleiteten berücksichtigt. Als Beispiel für beide Formen zusammen kann die in der Mathematik übliche Lösung von Aufgaben dienen, denn jede solche Lösung ist zugleich der Beweis der Lösbarkeit, also der Gültigkeit der Vorstellungsverknüpfung, welche die gestellte Aufgabe T enthielt. Nimmt man nun T als gültig an und entwickelt die aus ihm fließenden Denkfolgen, so werden diese letzteren selbst verschieden sein können; einige von ihnen werden Einzelumstände sein, die mit gegebenen Thatsachen stimmen oder streiten, andere werden allgemeine Verhältnisse zwischen verschiedenen Beziehungspunkten ausdrücken, die mit anderweit feststehenden Wahrheiten entweder in Einklang oder in Widerspruch sind. Kommt man nur auf Einzelfolgen, die mit gegebenen Thatsachen oder Nebenbedingungen streiten, so wird man daraus zwar die Ungültigkeit von T mit Gewißheit ableiten, aber ohne Einsicht in den Grund derselben; ist T ein praktischer Vorschlag, so kann er selbst ganz annehmbar an sich sein und ist nur in der Ausführung auf ein Hinderniß gestoßen, und dies ist der Fall der vorigen Beweisform; kommt man dagegen auf widersinnige allgemeine Sätze, die wahr sein müßten, wenn T gelten sollte, so erhält man außer der Gewißheit, T sei unmöglich, noch eine starke Hindeutung auf die Gründe dieser Unmöglichkeit; sie liegen in den allgemeinen Wahrheiten, gegen welche die abgeleiteten widersinnigen Bedingungen streiten; und hierin würden wir die Leistung dieser dritten Beweisform finden. Es wird durch sie nicht nur der späteren Auffindung eines directen und progressiven Gegenbeweises vorgearbeitet, sondern es liegt eine ungemein überzeugende und anschauliche Verneinung eines gegebenen Satzes T in der Aufweisung aller der widersinnigen Voraussetzungen, die zu seiner Gültigkeit nothwendig sein würden; und um deswillen ist dieser regressive Beweis häufig einem progressiven vorzuziehen. Etwas anderes als die Ungültigkeit von T kann er nicht liefern; er bleibt also eine Form der Widerlegung. Führte der Rückschritt zu den Bedingungen von T auf lauter zulässige Voraussetzungen, so würde hieraus nur auf dem Gebiete der Mathematik die Gültigkeit von T wirklich fließen; denn nur hier ist es möglich, aus einer gestellten Aufgabe alle zu ihrer Lösung nothwendigen Vorbedin-

gungen zu entwickeln; in anderen Anwendungsfällen bleibt der Zweifel, ob man in der That aus T alle die Denkfolgen erschöpfend abgeleitet hat, die zu den Vorbedingungen seiner Gültigkeit gehören; der nächste Schritt, den man noch weiter thäte, könnte eine vorauszusetzende Widersinnigkeit zu Tage bringen. Bejahend reicht daher auf theoretischem Gebiet dieser Beweis nur zur Begründung der Wahrscheinlichkeit von T hin; das praktische Leben aber bedient sich seiner zur Empfehlung von Vorschlägen ebenso wie des vorigen progressiven. Denn nicht nur durch die zu erwartenden Folgen machen wir einen Vorschlag annehmbar, sondern ebenso sehr dadurch, daß wir nachweisen, die Bedingungen seiner Ausführung seien nicht im Widerspruch entweder mit allgemeingültigen Bestimmungen der Möglichkeit des Rechts und der Sittlichkeit, oder mit den thatsächlichen Mitteln, die ihr zu Gebote stehen. Jeder politische Antrag hat diese Doppelpflicht, theils nach der vorigen Beweisform durch seine nützlichen Folgen, theils nach dieser durch die rechtliche und sittliche Zulässigkeit seiner allgemeinen Voraussetzungen sich zu rechtfertigen; und jedes alltägliche Handeln berücksichtigt nicht nur den zu erwartenden Vortheil einer Vorkehrung, sondern auch die Kosten, deren Aufwendung ihn möglich macht.

209. Eine vierte Form, die zweite direct regressive, geht von gegebenen Sätzen aus, um aus ihrer Gültigkeit die von T als ihrer erzeugenden Bedingung zu beweisen. Zu einem solchen Gedankengang sind wir überaus häufig aufgefordert; denn der größte Theil unserer allgemeinen Erkenntnisse wird auf diesem Wege des Rückschlusses von gegebenen Thatsachen auf die Bedingung gewonnen, die zur Möglichkeit dieser Thatsachen angenommen werden muß. Man sieht jedoch leicht, daß die bedeutendsten Anwendungen hiervon dem erfindenden Gedankengange angehören, der ein noch unbekanntes T aus dem Gegebenen zu ermitteln sucht. Ist der allgemeine Satz T selbst gegeben und sieht man sich nach den einzelnen Sätzen um, die zu seiner Bestätigung dienen können, so beginnt dies Verfahren eigentlich immer mit der progressiven Entwicklung dessen, was als Folge von T gelten muß, wenn T gilt; und erst nachdem man davon eine Uebersicht gebildet hat, vergleicht man nun das Gefundene mit der Erfahrung oder mit anderen Wahrheiten, um aus seiner Gültigkeit auf die von T regressiv zu schließen. Ich überlasse deshalb manches Hier-

hergehörige späterer Gelegenheit und erwähne nur eine Art dieser Form, welche aus der Gültigkeit der Einzelfälle eines T seine allgemeine Gültigkeit folgert: es ist die vollständige Induction oder der collective Beweis. Man ist zu ihm sehr oft genöthigt; so ist es nicht immer möglich, einen Satz T zugleich und auf einmal für ganze und gebrochene, positive und negative, rationale und irrationale, reelle und imaginäre Größen zu beweisen; aber jede einzelne dieser Arten von Größen kann eine besondere Handhabe darbieten, um zunächst für sie allein T festzustellen; sind wir nun sicher, die möglichen einzelnen Anwendungsfälle von T sämmtlich umfaßt zu haben, also in diesem Falle: sind wir sicher, daß außer den genannten keine anderen Arten von Größen denkbar sind, so gilt nun T von allen Größen überhaupt. Es wird dann ganz gewiß in dem allgemeinen Begriff der Größe an sich selbst irgend ein Grund liegen, der diese allgemeine Geltung möglich macht; gleichwohl kann man nicht immer oder doch nicht immer mit hinlänglicher Evidenz und Klarheit diesen Grund aufzeigen; dann bleibt der collective Beweis unentbehrlich.

210. Die Nothwendigkeit, alle Arten von Anwendungsfällen des T vollständig zu umfassen, um T allgemein zu beweisen, führt hier zu einer interessanten speciellen Form. Man kann freilich jene Vollständigkeit an sich immer erreichen, wenn man alle Fälle in den einen Q und in Non Q, dies Non Q wieder in R und Non R eintheilt, und dies Verfahren bei einem beliebigen Gegensatz U und Non U abbricht; aber dies nützt selten; denn wenn man auch für die bejahten Fälle Q, R, U leicht noch Einzelbeweise findet, so findet man doch sehr schwer einen solchen für das negative Restglied Non U, das eine Menge verschiedener Fälle zusammenfaßt. Man fühlt daher das Bedürfniß, aus einem Falle Q, für welchen man irgendwie in den Besitz eines Beweises von T gekommen ist, die übrigen Fälle R, U .. so abzuleiten, daß sich zeigt, die Umwandlungen, durch welche Q in R, R in U übergeht, ändern entweder die Bedingungen nicht, auf denen die Gültigkeit von T für Q beruhte, oder sie erzeugen dieselben Bedingungen stets von neuem wieder. Dies ist der in der Mathematik bekannte, zuerst von Jacob Bernoulli formulirte Beweis von n zu n + 1, hauptsächlich anwendbar, wenn die Einzelfälle, in denen allen T gelten soll, von selber eine Reihe bilden, in der jedes folgende (n + 1)te Glied auf

dieselbe genau angebbare Weise aus dem vorhergehenden n ten gebildet wird. Gilt dann T, sobald es von dem Gliede n gilt, auch von dem Gliede n + 1, um der Art willen, wie n + 1 aus n entsteht, so gilt es aus gleichem Grunde auch von dem nächstfolgenden Gliede n + 2 und so fort von allen Gliedern der Reihe. So pflegt man z. B. im elementaren Unterricht den binomischen Lehrsatz für ganze Exponenten anschaulich zu beweisen, indem man die wiederholte Multiplication des Binoms mit sich selbst ausführt. Der allgemeine Gedanke dieses Beweises ist aber gar nicht auf Mathematik beschränkt, sondern wird im gewöhnlichen Leben sehr oft, und zuweilen unter dem nicht ganz passenden Namen eines Beweises durch Analogie, angewandt. Um einen Vorschlag oder eine Behauptung annehmbar zu machen, erwähnt man zuerst einen Fall, in welchem jener offenbar empfehlenswerth, diese offenbar gültig ist; dann zeigt man, daß die denkbaren anderen Fälle sich von jenem im Grunde durch gar keinen Zug unterscheiden, welcher im Stande wäre, hierin eine Aenderung hervorzubringen; folglich gelte T allgemein. Wie ein unvorsichtiger oder sophistischer Gebrauch dieses Verfahrens zum Irrthum führt, ist leicht zu sehen. Zwischen zwei sehr verschiedene Fälle A und Z schaltet man sehr viele Zwischenfälle ein, die sich um unbeträchtliche Differenzen d unterscheiden. Man zeigt dann nicht, daß T, wenn es von A gilt, auch von A + d = B gelten müsse, sondern setzt dies einfach, wegen der Geringfügigkeit von d, voraus; so schließt man weiter von B auf C, und trägt endlich die Gültigkeit des T von A, für welches sie feststand, auf ein Z über, das durch Ansammlung der vielen vernachlässigten Differenzen d von A völlig verschieden ist und nicht im mindesten zu dem wirklichen Anwendungsgebiete des T gehört.

211. Ich kann kürzer über die indirecten Beweise sein; sie verhalten sich formell zu Non T wie die directen zu T und erlangen nur darum einige Eigenthümlichkeit, weil wir durch sie nicht zu Non T, sondern zu T kommen wollen; sie sind also nicht behauptende, sondern widerlegende Beweise in Bezug auf Non T. Die fünfte Beweisform, die erste indirecte progressive, würde die Ungültigkeit von Non T aus allgemeinen Gründen nachweisen, was durch Schlüsse in der ersten und zweiten Figur mit einer allgemein negativen Prämisse geschehen kann. Aber man wird selten Gelegenheit zu dieser Be-

weisform finden; gibt es für T einen directen Beweis, so wird man diesen vorziehen; gibt es keinen, so pflegt eine allgemeine Widerlegung von Non T um nichts leichter zu sein. Für den Gebrauch wichtig ist daher nur die Nebenform dieses Beweises, welche dem einen contradictorischen Gegentheil Non T von T die vollständige Summe aller conträren Gegentheile substituirt. Für jedes dieser Gegentheile, eben weil jedes ein ganz bestimmter positiver Inhalt ist, läßt sich eher ein Beweis seiner Ungültigkeit hoffen, der aus allgemeinen Gründen, also in progressiver Form geführt werden kann. Die Vereinigung aller dieser negativen Einzelbeweise zu dem Beweis der allgemeinen Ungültigkeit von Non T ist dann freilich schon ein regressiver Gedankengang, der dem positiven collectiven Beweise entspricht. Denkt man sich T und alle conträren Gegentheile desselben vereinigt als die Summe aller überhaupt denkbaren Beziehungen, die zwischen den Beziehungspunkten S und P des Inhalts von T vorkommen können, so ist die hier erwähnte Beweisform unter dem Namen des Beweises durch Ausschließung bekannt: die Geltung von T folgt dann aus der Ungültigkeit aller anderen Glieder dieser vollständigen Disjunction. Und von dieser Form selbst ist wieder eine der wichtigsten Anwendungen der besondere Fall einer dreigliedrigen Disjunction, in welcher T zwei Gegentheile hat, oder Non T in zwei contradictorische Gegensätze zerfällt; es entsteht dann der Beweis durch Eingrenzung. Man kennt ihn und seine außerordentliche Wichtigkeit in der Mathematik, und er gehört hier ebenso sehr dem erfindenden als dem beweisenden Gedankengange an: jede Größe a ist entweder gleich oder größer oder kleiner als eine andere mit ihr vergleichbare, d; läßt sich zeigen, daß sie weder größer noch kleiner als d ist, so ist der Satz $a = d$ erwiesen. In der Anwendung gestaltet sich dieser Gedanke meistens anders; denn das Vorige setzt voraus, daß man auf den bestimmten Werth d, der zuletzt dem a gleich sein wird, bereits aufmerksam geworden sei. Dies wird in der Regel nicht der Fall sein, sondern man wird nur wissen, daß a kleiner als eine zweite Größe b und größer als eine dritte c ist; gelingt es dann nachzuweisen, daß dasselbe Verhältniß immer bestehen bleibt, wenn man den Werth von b auf β verringert, denn von c auf γ erhöht, so wird der Werth von a zwischen einander immer näher rückenden Grenzen β und γ liegen und es wird möglich sein, ihn mit un-

beschränkt wachsender Annäherung zu berechnen. Das bekannteste und elementarste Beispiel bietet die Bestimmung der Länge des Kreisumfanges durch Einschließung zwischen die größere des umschriebenen und die kleinere des eingeschriebenen Vielecks, von denen man die erste durch fortgesetzte Vermehrung der Seitenzahl unbegrenzt abnehmen, die zweite zunehmen läßt. Auf Beweisformen dieser Art muß man seine Aufmerksamkeit richten; sie sind die mächtigen operativen Hülfsmittel, durch welche wir wirklich unsere Erkenntnisse erweitern; Ausbildung und Anwendung dieses Beweises durch Archimedes ist ein größerer Fortschritt der angewandten Logik, als irgend einer aus der blos syllogistischen Kunst des Aristoteles hervorging.

212. Eine sechste, die zweite progressiv indirecte Form, würde von der Annahme des Non T ausgehen, ihre nothwendigen Folgen entwickeln und aus der Ungültigkeit dieser, in Bezug auf diesen letzten Schritt freilich regressiv, auf die Ungültigkeit von Non T zurückschließen. Ich verweise auf den zweiten direct progressiven Beweis und füge in Bezug auf diesen indirecten nur hinzu, daß alle gültigen Folgen, die sich aus Non T ableiten lassen, hier bedeutungslos sind; denn auch aus einem falschen Satze können über solche Punkte, für deren gegenseitige Verhältnisse sein Irrthum gleichgültig ist, eine Anzahl zulässiger Consequenzen fließen; aber eine einzige ungültige, mit Non T nothwendig verbundene Folge hebt dessen allgemeine Gültigkeit auf. Widerstreitet diese Folge lediglich gegebenen Thatsachen, so hat man eigentlich keinen Grund, diesen Beweis eine deductio ad absurdum zu nennen, obwohl dieser Name zuweilen allen Anwendungen dieser Form gegeben wird; man hat vielmehr nur die thatsächliche Ungültigkeit eines an sich nicht undenkbaren und auch nicht absurden Gedankens erwiesen. Absurd oder abgeschmackt ist aber eigentlich auch nicht das, was als denkunmöglich bekannt ist, sondern das, was allen probablen Annahmen, dem allgemeinen Wahrheitsgefühl und einer Menge in diesem enthaltener, vielleicht beweisbarer, aber nicht wirklich bewiesener Wahrheiten widerspricht. Daß $2 = 3$ sei, ist mehr als absurd; es ist unmöglich; daß aber die ganze Welt ein gedankenloser Spaß sei, daß die Aeltern den Kindern gehorchen sollen, daß man Verbrecher belohnen und die Sünde schonen müsse, sind absurde Behauptungen. Deductio ad absurdum würde ich daher nur den indirect progressiven Beweis nennen,

der aus Non T solche nicht denkunmögliche, aber unzähligen für Wahrheit geltenden und hinlänglich begründeten Ueberzeugungen widersprechende Folgen entwickelt. So kommt dieser Beweis im Leben tausendfach vor, namentlich überall da, wo Non T einen an sich vielleicht richtigen Gedanken zu allgemein ausspricht, also von einer zu weiten Definition des Subjects S, dem ein P zukommen soll, oder von einer zu weiten Definition dieses P ausgeht; auf diese Weise zeigt man die Unvernunft und Abgeschmacktheit eines Gesetzvorschlags, gleichviel ob er Rechte und Pflichten nimmt oder zutheilt, indem man deutlich macht, welche unerträglichen und unerhörten anderen Consequenzen sich aus der Allgemeingültigkeit des Vorgeschlagenen ergeben würden. Gewöhnlich schließt man jedoch in die deductio ad absurdum auch die Form des apagogischen Beweises ein, welche auf denkunmögliche Folgen des angenommenen Satzes führt und ihn durch sie widerlegt. Es ist ein besonderer Fall hiervon, wenn diese Entwicklung auf eine Folge führt, welche unmittelbar die gemachte Voraussetzung selbst aufhebt, so daß der innere Widerspruch, der in der angenommenen Gültigkeit derselben lag, von selbst zu dem Ergebniß ihrer Ungültigkeit treibt. Ein einfaches Beispiel sei der indirecte Beweis für den Satz T: auf einer Geraden ab ist in derselben Ebene und in demselben Punkte c nur eine Senkrechte cd möglich. Non T würde also behaupten, in c seien unter denselben Bedingungen mehrere Senkrechte möglich. Angenommen nun, dies sei richtig, angenommen ferner, cd sei die erste Senkrechte, d. h. sie bilde mit ab die beiden gleichen Nebenwinkel α, so wird jede zweite Senkrechte ce, um von cd unterschieden zu sein, mit ihr am Punkte c irgend einen Winkel δ bilden müssen, zugleich aber, damit sie senkrecht auf ab sei, mit dieser gleiche Nebenwinkel. Die Anschauung der Figur lehrt dann, daß die beiden Winkel $\alpha + \delta$ und $\alpha - \delta$ gleich und jeder gleich einem rechten sein müssen; ist aber $\alpha + \delta$ ein rechter Winkel, so ist α, als Theil dieses rechten, kein rechter Winkel, gegen die Voraussetzung, welche behauptete, er sei einer. Die Gleichung $\alpha + \delta = \alpha - \delta$ kann nur bestehen, wenn $\delta = o$, also ce mit cd zusammenfällt. Mithin gilt T: auf demselben Punkt einer Geraden ist in derselben Ebene nur eine Senkrechte möglich. Zu Beweisen dieser Art wird man überall geführt werden, wo es sich um die einfachsten grundlegenden Anschauungen oder Sätze eines zusammenhängenden Ge-

dankengebiets handelt; die Unmöglichkeit, die Beziehung zwischen S und P anders zu fassen, als sie in T ausgedrückt ist, also die Fruchtlosigkeit des Versuchs, Non T zu behaupten, wird sich immer dadurch verrathen, daß die daraus fließenden Folgen das Subject S oder das Prädicat P aufheben oder verändern, die man beide für Non T in demselben Sinne gültig voraussetzte, in welchem sie für T galten.

213. Wie der directe, so ist auch der indirecte Beweis zweier regressiven Formen fähig; beide, die siebente und achte unserer Uebersicht, haben wenig Eigenthümliches; sie verhalten sich zur Ungültigkeit von Non T ganz wie die beiden direct regressiven zur Gültigkeit von T. Die erste würde von Non T zu den Bedingungen zurückgehen, die zu seiner Gültigkeit nothwendig wären, und aus der Ungültigkeit oder Undenkbarkeit dieser Principien würde sie dann auf die des Non T zurückschließen. In der Ausführung ist dies Verfahren wenig von dem vorigen progressiven verschieden; denn die zur Richtigkeit von Non T nöthigen Principien findet man doch nur, wenn man Non T als ihren Erkenntnißgrund benutzt, und sie aus ihm als Folgen, mithin progressiv, entwickelt. Die zweite Form würde von gegebenen Sätzen oder Thatsachen ausgehn und zeigen, daß sie nicht von Non T als ihrem Grunde abhängen können, vielmehr die Ungültigkeit dieser Annahme ausdrücklich verlangen. Auch dies läßt sich am Ende nur ausführen, wenn man entweder Non T progressiv in seine Folgen entwickelt und findet, daß das Bestehen derselben die gegebenen Thatsachen unmöglich machen würde, oder indem man diese gegebenen Thatsachen als Erkenntnißgrund verwendet und aus ihnen, ebenfalls progressiv, ihre nothwendigen Voraussetzungen ableitet; dies aber wird am seltensten viel nützen, denn meistens wird dann die nothwendige Gültigkeit von T als solcher Voraussetzung leichter direct zu ermitteln sein als indirect die nothwendige Nichtgeltung von Non T. Ueberhaupt schließe ich diese Uebersicht mit der Bemerkung, daß ich zwar die verschiedenen Absichten der Beweisführung durch meine Eintheilung richtig glaube gesondert zu haben, daß aber nicht jeder dieser Absichten eine gleich wichtige und gleich eigenthümliche mit den andern nicht vermischte Beweisform entspricht; es reichte daher hin, diejenigen eingehender zu erwähnen, die sich im Gebrauche als häufig anwendbare Figuren bewährt haben.

214. Man wird in meiner Aufzählung die Beweise durch Ana-

logie vermissen; ich glaube allerdings nicht an ihr Dasein. In allen Fällen wo man glaubt, Beweise durch Analogie führen zu können, ist die Analogie in der That gar nicht der Grund für die Richtigkeit des Behaupteten; sie bildet nur die erfinderische Gedankenbewegung, durch welche man zur Entdeckung eines zulänglichen Beweisgrundes gelangt; auf diesem, und dann immer durch Subsumption des Einzelnen unter ein Allgemeines, beruht die Nothwendigkeit des zu beweisenden Satzes. Obwohl es weitläufig sein wird, glaube ich doch hierauf eingehen zu müssen. Als ausnahmlos gültigen Grundsatz strenger Analogie kann man diesen betrachten, daß von Gleichem unter gleichen Bedingungen Gleiches gelte, eine Behauptung, der die Mathematik für ihre verschiedenen Aufgaben noch eine Reihe besonderer Ausdrucksformen gibt. Es ist leicht, diesen Grundsatz auf den der Subsumption zurückzubringen: wenn von einem S unter der Bedingung x ein P gilt, so kann S und x zusammen als ein Allgemeinbegriff M gefaßt werden, dem als solchem P zukommt; unter dasselbe M ist jedes zweite S zu subsumiren, das dem ersten gleich und der gleichen Bedingung x unterworfen ist; deßwegen gehört diesem S dasselbe Prädicat, wie dem ersten. Diese Transformation, die hier willkürlich und überflüssig erscheinen kann, wird man schon bei dem zweiten Satze nicht entbehren können: von Ungleichem unter gleichen Bedingungen gelte Ungleiches. Man wird geneigt sein, auch ihn für unbedingt gültig anzusehen, aber in der Anwendung erwachsen doch Verlegenheiten. Nehmen wir an, die ungleichen Größen a und b seien durch dieselbe dritte c dividirt, so wird in diesem ersten Falle der Satz gelten: die Quotienten werden ungleich sein. Dividiren wir aber im zweiten Falle jede der beiden ungleichen Größen durch sich selbst, so scheint er nicht zu gelten, denn die Quotienten sind beide $= 1$. Natürlich wird man sogleich erinnern, hier sei die Bedingung x, der man die ungleichen Elemente a und b unterwarf, eben nicht die gleiche für beide; denn wenn wir jede Größe durch sich selbst dividiren, so führen wir ja ihre Ungleichheit wieder in den Inhalt der Bedingung ein, die wir für beide gleich denken wollten. Aber diese Erörterung paßt nicht für den dritten Fall: wenn wir beide Größen mit 0 multipliciren, so ist das Product beide male $= 0$. Man wird nicht leugnen können, daß die Operation, eine Größe Nullmal zu nehmen, durchaus eindeutig ist, und nicht, wie im vorigen Falle, abhängig von dem Werthe

der Größe, auf die man sie anwendet; dagegen wird man mit Recht hervorheben, hier sei eben der Sinn der gleichen Bedingung oder Operation x von der eigenthümlichen Art, daß er die Ungleichheit der Größen, auf die man diese anwendet, unwirksam macht. In dem vierten Falle, wenn wir die ungleichen a und b quadriren, ist der Sinn dieser Bedingung, der wir sie unterwerfen, wieder abhängig von den Größen selbst, wie im zweiten Falle, aber mit dem entgegengesetzten Erfolg: die Quadrate a^2 und b^2 sind ungleich. Die Erfolge sind endlich wieder gleich und $= 1$ in dem fünften Falle, wenn wir a und b auf die nullte Potenz erheben; und hier scheint die Bedingung, der wir die ungleichen Größen unterwarfen, von ihrem eigenen Werth unabhängig; in der That ist aber die Erhebung auf die nullte Potenz eine für sich ganz unvorstellbare Operation; man muß sich erinnern, daß allgemein a^{m-n} eine andere Bezeichnung für $\frac{a^m}{a^n}$, folglich auch $a^{1-1} = a^0$ identisch mit $\frac{a}{a}$ ist, dieser fünfte Fall also derselbe wie der zweite. Will man alle diese Zweideutigkeiten vermeiden, so bleibt nur übrig zu sagen: von Ungleichem gilt Ungleiches unter gleichen Bedingungen dann, wenn die Natur der Bedingung der Ungleichheit des Ungleichen ihre Bedeutung läßt; es gilt Gleiches, wenn die Bedingung so beschaffen ist, daß sie diese Ungleichheit wirkungslos macht. Aber diese beiden Sätze sind ganz unfruchtbare Tautologien; nicht einmal die armselige Entscheidung darüber, ob Gleiches oder Ungleiches gelten werde, machen sie möglich ohne eine vorgängige Zergliederung des jedesmal gegebenen Falles, welche uns lehrt, unter welche allgemeine Regel MP denn eigentlich hier a und b zu subsumiren sind, und welche bestimmten Prädicate p^1 und p^2 ihnen vermöge der speciellen Werthe zukommen, mit denen sie, als ungleiche Arten des M, an dessen allgemeinem P theilnehmen. Nachdem man diese p^1 und p^2 gefunden hat, sieht man, ob beide gleich oder ungleich sind; nicht durch Analogie also, sondern durch Subsumption wird die ganze Folgerung zu Stande gebracht.

215. Den dritten Satz: von Gleichem gelte unter ungleichen Bedingungen Ungleiches, kann man höher schätzen; in der That würde es dem Gesetze der Identität widersprechen, wenn ein identisches Subject unter wirklich verschiedenen Bedingungen keinen Einfluß dieser

Verschiedenheit spüren sollte, und ich werde, weit später, Gelegenheit haben, diesen Satz als eine nicht unfruchtbare Maxime bei der Behandlung philosophischer Aufgaben zu benutzen. Für den Augenblick fallen aber die zahlreichen scheinbaren Ausnahmen auf. Wie wäre denn die Aufgabe der Maschinentechnik lösbar, einen Apparat zu construiren, der sich unter wechselnden Bedingungen selbst regulirt und gleichförmigen Gang beibehält, wenn schlechthin dasselbe Subject oder Substrat unter verschiedenen Bedingungen verschiedene Wirkungen erfahren müßte? Die genauere Betrachtung entfernt diesen Einwurf; sie lehrt, daß in den hierher gehörigen Fällen entweder die ungleichen Bedingungen nicht einfach, sondern Paare von Bedingungen, oder das gleiche Subject nicht einfach, sondern ein Ganzes von verschiedenen Theilen ist. Zwei Paare von Bedingungen aber können in Bezug auf eine bestimmte Wirkung äquivalent sein, weil die Ungleichheiten der einzelnen Glieder in jedem Paar, vermöge der bestimmten Beziehung, die zwischen ihnen stattfindet, sich bis zu gleichen Resten aufheben; anderseits auf die verschiedenen Theile eines Ganzen können verschiedene ungleiche Bedingungen so wirken, daß diese Einzelwirkungen in jedem Falle einander bis zu gleichem Folgezustand des Ganzen modificiren. Ein einfaches materielles Element, das außer Beziehung zu anderen steht, kann niemals unter dem Anstoß der einen Kraft a dieselbe Bewegung annehmen, wie unter dem einer ungleichen Kraft b. Aber unter der gleichzeitigen Einwirkung von a und b kann es dieselbe Geschwindigkeit und Richtung erhalten, wie unter der verbundenen Einwirkung von c und d; wirken diese vier Kräfte in derselben geraden Linie, so reicht die Gleichheit ihrer algebraischen Summen, also die Bedingung $a \pm b = c \pm d$ hin, um dem materiellen Element die gleiche Bewegung m mitzutheilen; allgemeiner: jede Bewegung m läßt sich als Resultante unzähliger verschiedenen Paare von Componenten begreifen. Man kann sich nun dies Ergebniß verschieden zurechtlegen. Betrachtet man die Summen $a \pm b$ und $c \pm d$ als die auf das materielle Element einwirkenden Bedingungen, so sind diese Bedingungen selbst einander gleich, und unser Fall gehört unter den Satz, daß von Gleichem unter gleichen Umständen Gleiches gelte; läßt man aber die einzelnen Kräfte gesondert, so scheint er einen Ausnahmsfall des dritten Satzes zu bilden. Gleichwohl möchte ich die allgemeine Gültigkeit dieses letzteren aufrecht halten, denn

seine wahre Meinung ist es doch offenbar: die Summe **aller** Einwirkungen, welche dasselbe Subject oder Substrat unter verschiedenen Bedingungen erfährt, werde immer verschieden sein. Wenn daher zwei Paare von Bedingungen auch äquivalent sind in Bezug auf eine Art der Wirkung, die sie an demselben Subject erzeugen, so sind sie es deswegen nicht auch in Bezug auf alle Wirkungen, und wir verfahren ungehörig, wenn wir nur jenen gleichen, aber nicht diesen ungleichen Theil ihres Einflusses in Betracht ziehen. Wenn a und b in entgegengesetzter Richtung auf ein materielles Element wirken, ebenso c und d, und wenn die Summen oder Differenzen $a \pm b$ und $c \pm d$ gleich sind, so erfährt allerdings dies Element die gleiche Bewegung m, und es bleibt in Ruhe, wenn $a = b$ und $c = d$; aber es erleidet offenbar sehr verschiedene Drucke, je nachdem es von zwei großen oder zwei kleinen Kräften im Gleichgewicht gehalten wird. Wenn eine sich selbst compensirende Maschine unter constanten und unter veränderlichen Bedingungen gleichen Gang behält, so ändert sie doch die Stellung ihrer Bestandtheile mit der Veränderung der Bedingungen, und ihre Abnutzung ist größer, wenn sie genöthigt ist, ihre Compensation auszuführen, als wenn sie unter immer gleichförmigen Umständen dieselbe unbenutzt läßt. Wenn auf die eine Schale einer im luftleeren Raume sich im Gleichgewicht befindenden Wage volles Licht, auf die andere der Schatten eines Gegenstandes fällt, so wird das Gleichgewicht nicht gestört, aber die erste Schale wird doch mehr erwärmt und ausgedehnt als die andere. Endlich, wenn wir a einmal mit ab, dann mit ba multipliciren, so sind diese Bedingungen freilich ganz äquivalent in Bezug auf die Größe des herauskommenden Produkts, aber doch nicht in Bezug auf seine Structur, und aab ist immer eine andere Combination als aba. Man kann diese an sich schon sehr verschiedenen Beispiele leicht vermehren und dadurch die allgemeine Gültigkeit des dritten Satzes stützen; aber sein Nutzen für einen Beweis durch Analogie bleibt doch sehr gering; man kann durch ihn nicht darthun, was doch alle Analogie will, daß in einem zweiten Fall dasselbe stattfinde, wie in einem ersten, sondern man kommt nur zu dem negativen Schlußsatz, daß **jede** Verschiedenheit der Bedingungen an demselben Subjecte die Gleichheit der Gesammtwirkung unmöglich mache; was an dieser noch gleich, was ungleich ist, bedarf allemal ganz andersartiger Untersuchung. Den vierten Satz

erwähne ich nur; daß von Ungleichem unter ungleichen Bedingungen Ungleiches gelte, ist nach allem Vorigen so offenbar unbegründet oder zweideutig, daß eine nützliche Anwendung dieser Behauptung undenkbar ist. Ich füge nur zum Abschluß hinzu, daß die Gedanken, die man Beweise durch Analogie nennen zu können meint, nicht einmal unmittelbar von diesen Grundsätzen ausgehen, obwohl sie auf dieselben zurückgeführt werden müßten. Ihre allgemeine Voraussetzung lautet vielmehr: von Aehnlichem gelte unter ähnlichen Bedingungen Aehnliches. Nun ist Aehnlichkeit immer eine Mischung von Gleichheit in der einen und Ungleichheit in der anderen Rücksicht; fällt es daher schon schwer, aus den vorigen Sätzen, welche doch die Bestandtheile der Mischung sondern, eine triftige Folgerung zu ziehen, so ist dies noch weniger möglich, wenn in den Aehnlichkeiten, auf die man sich beruft, beide ungeschieden verschmolzen sind. Ich glaube daher hinlänglich gezeigt zu haben, daß es Beweise d u r c h Analogie nicht gibt; ich leugne damit nicht, daß die Beachtung selbst entfernter Aehnlichkeiten ein sehr wirksames Hülfsmittel des erfindenden Gedankenganges theils zur Entdeckung neuer Wahrheiten, theils zur Aufsuchung eines Beweisgrundes für gegebene ist; denn, um mich kurz zusammenzufassen, nicht die abstracte Gültigkeit der drei letzten Grundsätze braucht bezweifelt zu werden, sondern nur ihre Fruchtbarkeit für den Beweis. Man kann nicht um unzergliederter Aehnlichkeit zweier Subjecte willen das Prädicat des einen auf das andere übertragen, sondern nur um nachgewiesener Gleichheit willen, wenigstens der Gleichheit in Bezug auf die Bedingungen, an denen dies Prädicat überall hängt; und dies führt immer auf die Aufstellung eines allgemeinen Satzes MP und auf die U n t e r o r d n u n g beider Subjecte unter den bedingenden Begriff M zurück.

216. Ich habe noch der mathematischen Folgerungen zu gedenken, die man als Schlüsse nach s t r e n g e r A n a l o g i e bezeichnet. Da der Name der Analogie ursprünglich von den Proportionen herrührt, so hat jedes Verfahren, das auf diese zurückführt, ein begründetes Recht auf die angeführte Benennung; indessen hat doch der Sprachgebrauch es dahin gebracht, daß wir unter einem Schluß durch Analogie eine Folgerung erwarten, welche unmittelbar von Aehnlichem auf Aehnliches schließt, ohne dazu des Umwegs durch ein übergeordnetes Allgemeine zu bedürfen. In diesem Sinne aber lassen sich die mathematischen

Verfahrungsweisen den Schlüssen durch Subsumption nicht entgegenstellen. Eine Proportion zwischen vier bestimmten Größen, a : b = c : d, ist nur Ausdruck einer Thatsache; zu einer Quelle neuer Folgerungen wird sie erst, wenn die beiden letzten Glieder unbestimmt gelassen werden; in dieser Form aber: a : b = m : n ist sie der Ausdruck eines allgemeinen Gesetzes; sie behauptet: diejenigen Größen, auf welche die im Sinne gehabte Aufgabe führt, gehören paarweis so zusammen, daß in jedem Paar das eine Glied zum andern sich wie a : b verhält. Geben wir m und n irgend einen bestimmten Einzelwerth, so folgt hieraus ein Schluß nach Darii: alle durch den Sinn der Aufgabe gegebenen Größenpaare (M) haben das Verhältniß P, nämlich a : b; nun sind m und n (das S des Untersatzes) ein solches Paar, also ist zwischen m und n das Verhältniß a : b. Ohne Zweifel ist diese Reduction auf die erste Figur sehr langweilig; aber man täuscht sich, wenn man wegen der Kürze des formulirten Ausdrucks, den der Mathematik die Natur ihrer Objecte möglich macht, in der einfachen Proportion auch einen kürzeren Gedankengang als den hier angegebenen zu finden glaubt; selbst das gewöhnlichste Exempel der Regel de tri kommt nur durch ihn zu Stande. Wir sagen: wenn 1 Pfund zwei Thaler kostet, so kosten 10 Pfund 10·2 Thaler; dabei setzen wir voraus, was uns selbstverständlich scheint, nämlich, daß das Verhältniß zwischen jeder Quantität der Waare und ihrem Preise dasselbe sei; wir ordnen also das der 10 Pfund zu dem ihrigen dem des einen Pfundes zu dem seinigen als einen Anwendungsfall unter; der Kaufmann aber verkauft die 10 Pfund vielleicht zu 18 Thalern und zeigt dadurch, daß jene Voraussetzung sich nicht unbedingt von selbst versteht, sondern daß man sie eben zum Behuf jener ersten Berechnung wirklich machen mußte; ebenso versteht sich, daß man stillschweigend unter m und n Mengen derselben Waare und derselben Münzeinheiten denkt, wie unter a und b, also auch in dieser Beziehung den zweiten Fall jenem ersten als der allgemeinen Regel unterordnet. Jede allgemeine Gleichung, welche einen und denselben Inhalt unter zwei verschiedenen Formen darstellt, ist gleichfalls eine allgemeine Regel, die nur gültig ist für diejenige Art von Größen, welche man nach einer in der Formel selbst nicht mit ausgedrückten Convention durch die gewählten Buchstaben bezeichnet haben will und für welche Größenart man die Gültigkeit der Gleichung ur-

sprünglich bewiesen hat. Es ist daher nicht erlaubt, an die Stelle der Größen m oder n, die in einer Gleichung vorkommen, beliebige andere μ und ν zu setzen und die Gleichung auch dann noch als gültig anzusehen; man muß zuvor wissen, daß μ und ν unter den allgemeinen Artbegriff der m und n subsumirbar sind, in Bezug auf welchen die Gültigkeit der Gleichung bewiesen ist. Hätte man durch wirkliche Ausführung der Multiplication und vermittelst des Beweises von n zu n + 1 gefunden, daß $(1+x)^m = 1 + \frac{mx}{1} + m\frac{(m-1)}{1.\ 2}x^2 \cdots$ ist, so hätte man nicht das Recht zu schließen, daß auch $(1+x)^{\frac{1}{m}} = 1 + \frac{x}{1 \cdot m} + \frac{1}{m}\frac{(\frac{1}{m}-1)}{1 \cdot 2} \cdot x^2 \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot$ sein werde; denn in jener ersten Formel bedeutete m nur den Gattungsbegriff der ganzen positiven Zahl, für welche allein jener Beweis durch Multiplication sich ausführen ließ; ihm aber ist der Begriff eines Bruches nicht subsumirbar. Hätte man dagegen ein Mittel gehabt, diesen binomischen Lehrsatz zuerst für den Bruchexponenten $\frac{m}{n}$, und zwar für jeden positiven Werth der Ganzzahlen m und n, zu beweisen, so hätte man, da jedes ganze m sich durch einen unechten Bruch darstellen läßt, hieraus auch den ersten Lehrsatz unmittelbar entwickeln können.

217. Ich will endlich diese Betrachtungen noch einmal mit dem Dictum de omni et nullo oder dem disjunctiven Denkgesetze in Verbindung bringen. Wenn S^1 und S^2 zwei Arten des Allgemeinbegriffs M oder zwei Einzelfälle des allgemeinen Falles M sind, in dem Inhalt von M aber P allgemein vorkommt, so wissen wir, daß dem S^1 und S^2 nicht P in dieser Allgemeinheit, sondern dessen Modificationen p^1 und p^2 als Prädicate zukommen. Es kann nun der specielle Fall eintreten, daß nach der Art, wie die verschiedenen Prädicate P Q R in M zusammenhängen, die verschiedenen Merkmalgruppen $p^1 q^1 r^1$, $p^2 q^2 r^2$, $p^3\ q^3\ r^3$, die in den einzelnen Subjecten S^1 S^2 und S^3 entstehen, unter einander identisch sein müssen; sie stellen dann ein, wenn wir so sagen wollen, secundäres Prädicat Π dar, welches man schon dem M zuschreiben kann, und welches unmodificirbar ganz ebenso jeder Art des M zukommt. So erfordert der Begriff M des Dreiecks drei Winkel p q r, aber die verschiedenen Werthe dieser Winkel combiniren sich in den verschiedenen unähnlichen Dreiecken immer zu derselben Summe

$\Pi = 2$ Rechten; dieses identische Merkmal Π kommt daher allen Dreiecken zu und kann jedem einzelnen durch bloße Subsumption unter seinen Gattungsbegriff sofort zugeschrieben werden. Abgesehen aber von solchen Fällen bleibt das p^2 oder q^2, welches einem S^2 gebühren wird, unbestimmt, mit der einzigen Einschränkung, daß es eine Art von Q, und daß es überhaupt, wenn auch mit einem Nullwerth, dessen Annahme man rechtfertigen kann, vorhanden sein muß. Soll dies q^2 bestimmt werden, so muß es eine Regel geben, nach welcher die specifische Eigenthümlichkeit von S^1, durch welche es nicht blos eine Art von M, sondern diese Art von M ist, die Modification der allgemeinen Merkmale des M, hier die des Q, mitbedingt, und man muß voraussetzen, daß nach derselben Regel auch die Eigenheit des S^2 die ihm zugehörige Modification q^2 des allgemeinen Q bedingen wird. Ist diese Regel bekannt, so kann man q^2 bestimmen, und dies ist eben der Fall, den man den Schluß nach strenger Analogie nennt, der aber, wie sich ergibt, auf nichts anderem, als auf der Subsumption unter die gleiche allgemeine Regel beruht. Ist diese letztere aber nicht bekannt, so wird allerdings in uns die Tendenz fortdauern, q^2 durch Berücksichtigung der Aehnlichkeiten und Verschiedenheiten in dem Verhalten von S^1 und S^2 zu einander und zu M zu finden, und die hierauf gebauten Verfahrungsweisen nennen wir dann gewöhnlich Folgerungen durch Analogie; sie reichen jedoch nur aus, das richtige Ergebniß zu errathen, aber nicht es zu beweisen. Der pythagoreische Satz hatte gelehrt, daß für rechtwinklige Dreiecke das Quadrat der Hypotenuse h gleich der Summe der Quadrate der Seiten a und b ist, die den rechten Winkel einschließen. Da dies Verhalten von nichts anderem, als von der allgemeinen Natur des Dreiecks, von dem rechten Winkel und von der Länge der Seiten abhängen kann, so ist die Tendenz völlig gerechtfertigt, auch für andere Werthe des Gegenwinkels einen analogen Satz über das Quadrat der Gegenseite zu suchen. In der Formel $h^2 = a^2 + b^2$ findet sich nun keine Erwähnung des rechten Winkels mehr; die Formel, die wir suchen, muß aber den Gegenwinkel erwähnen, denn die einfachste Anschauung lehrt, daß bei gleichen a und b sich h mit seiner Vergrößerung verlängert und mit seiner Verminderung verkürzt. Folglich muß die pythagoreische Formel durch ein Glied ergänzt werden, welches für den Winkel $\varphi = 90^0$ zu Null wird, und da nicht der Winkel

selbst, sondern nur eine von ihm abhängige Länge, oder ein Zahlencoefficient, der eine andere Länge bestimmt, zur Ausmessung von h dienen kann, so wird man $h^2 = a^2 + b^2 \pm m \cos\varphi$ versuchsweise setzen. Die Zweideutigkeit des Zeichens hebt sich sogleich durch die Beobachtung, daß h wächst, wenn φ über 90^0 wächst, der cosinus mithin negativ wird; es kann daher in der Formel nur das negative Zeichen gelten. Um das unbestimmte m zu finden, wenden wir uns an die beiden Grenzwerthe $\varphi = o$ und $\varphi = \pi$. Im letzten Falle wird $h^2 = (a + b)^2$ und $\cos\varphi = -1$; im ersten ist $h^2 = (a - b)^2$ und $\cos\varphi = +1$; beide Fälle geben gleichmäßig $h^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\varphi$. Diese Formel ist nun richtig für alle Werthe von φ, aber bewiesen ist sie keineswegs; sie deckt mit Sicherheit nur die drei Specialwerthe $\varphi = o$, $\varphi = \pi$, $\varphi = \pi/_2$, aus denen sie entwickelt ist; es ließe sich leicht eine andere Formel denken, z. B. $h^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\varphi \cdot \cos^2(\pi - \varphi)$, welche denselben Dienst leistete; welche von beiden auch den Zwischenwerthen von φ allgemein entspricht, bleibt also unbestimmt, bis eine leichte geometrische Construction, welche den pythagoreischen Satz auch voraussetzt, für die wirkliche Allgemeingültigkeit der zuerst gefundenen entscheidet. Ich führte dies einfache Beispiel aus, um an ihm zu zeigen, wie vielerlei Nebenerwägungen nöthig sind, um unser Streben, neue Wahrheiten nach Analogie gegebener zu finden, nur überhaupt in eine Direction zu bringen, die einen Erfolg verspricht.

Fünftes Kapitel.

Die Auffindung der Beweisgründe.

218. Die wesentlichste Leistung jeder Beweisführung für einen gegebenen Satz T ist die Auffindung des Obersatzes G, aus welchem, durch schickliche Unterordnung, T als nothwendige Folge hervorgehen soll. Diese Aufgabe, offenbar eine des erfindenden Gedankenganges, macht keine logische Regel möglich, nach welcher ihre Lösung, ohne auf die freie Mitwirkung des individuellen Scharfsinnes zu rechnen, in allen Fällen mit Sicherheit gefunden werden könnte. Man muß nicht

nur voraussetzen, daß früheres Nachdenken überhaupt schon eine Anzahl allgemeiner Erkenntnisse geliefert hat, die in einer für diesen Zweck benutzbaren Beziehung zu dem Inhalt des gegebenen T stehen, und die nun, im Bewußtsein reproducirt durch die Aehnlichkeit dieses Inhalts mit ihrem eigenen, dem Suchen entgegen kommen und sich als Erklärungsgründe des Gegebenen anbieten; man wird außerdem zugeben müssen, daß der Scharfblick, welcher unter ihnen den passendsten Beweisgrund herausfindet, und die vielleicht nöthigen Umformungen übersieht, durch welche das Gegebene ihm untergeordnet werden kann, in weitem Umfang Sache des angeborenen Talents und nicht einmal unabhängig von der augenblicklichen Stimmung ist. Indessen muß es doch möglich sein, aus dem logischen Verhältniß, welches zwischen den Bestandtheilen eines wahren und deßhalb beweisbaren Satzes T stattfindet, wenigstens eine solche Anleitung zu gewinnen, durch welche man auf den Weg, auf welchem man freilich den Beweisgrund immer noch wird zu suchen haben, einigermaßen hingewiesen und von gänzlich richtungslosem Tasten abgehalten wird. Nirgends anders liegt dieser Hinweis, als in dem früher bemerkten Umstande, daß jedes wahre allgemeine Urtheil T, wenn man sein Subject und sein Prädicat durch alle angedeuteten oder unausgesprochenen, aber doch mit gedachten Nebenbestimmungen ergänzt und vervollständigt denkt, ein identisches Urtheil bilden muß. Substituirt man daher dem Begriffe S, welcher in T als Subject auftritt, diese vervollständigte Summe aller in ihm enthaltenen Theilvorstellungen in den ihnen zukommenden Formen der Verknüpfung, so muß hierin der Grund liegen, der das Prädicat rechtfertigt; substituirt man anderseits dem vollständigen P die Summe der in ihm eingeschlossenen Theilvorstellungen, so müssen in ihr alle Forderungen vereinigt sein, deren Erfüllung man von dem Subject, zur Richtigkeit des Satzes T, zu verlangen hat. Ich versuche, an einigen Beispielen den Nutzen dieser Anweisung zu verdeutlichen, und da in der That hier Beweisführung und Erfindung ganz dieselben Wege gehen, so behandle ich einige dieser Beispiele als Beweise für den gegebenen Satz T, andere als Beispiele seiner Erfindung, d. h. der Frage, welches durch einen Satz T aussprechbare Verhältniß zwischen einem gegebenen S und P stattfinden müsse?

219. Es möge zuerst der gegebene Satz T, der Winkel im Halb-

kreis sei ein rechter, zu beweisen sein. Zergliedern wir das Subject, so finden wir, daß unter dem fraglichen Winkel ein solcher zu verstehen ist, dessen Schenkel von den Endpunkten a und b einer Graden ab ausgehen und sich irgendwo auf der Peripherie eines Kreises schneiden, der über ab als Durchmesser beschrieben ist. Damit nun dem zweiten Theil dieser Definition, welcher die Lage des Durchschnittspunktes e bestimmt, genügt werde, muß die Entfernung des e von dem Halbirungspunkt c der Graden ab gleich der Hälfte ac oder cb dieser Graden sein. Diese aus der Definition des Subjects fließende Forderung führt unmittelbar auf die einzige kleine Hülfsconstruction, deren wir bedürfen: diese Linie ec müssen wir ziehen, um für unsere Anschauung deutlich die Verhältnisse hervortreten zu lassen, auf denen die Nothwendigkeit des gegebenen Satzes T beruht. Haben wir nun ec gezogen, so ist durch sie das vorige Dreieck aeb in die beiden gleichschenkligen aec und ecb, der Winkel bei e aber in die beiden α und β getheilt; aus der Gleichschenkligkeit der beiden Dreiecke folgt und folgt zugleich Nichts anders, als daß $<$ eac $= \alpha$ und $<$ ebc $= \beta$; daraus aber, wie beide Dreiecke das Dreieck aeb zusammensetzen, indem ec ihnen gemeinsam ist, ac und cb aber in dieselbe Grade fallen, folgt weiter, daß die vier Winkel $\alpha, \alpha, \beta, \beta$ zusammen gleich der Winkelsumme des Dreiecks aeb sind. Man hat also $2(\alpha + \beta) = 2$ R., und da $\alpha +$ b eben der gesuchte Winkel im Halbkreis ist, diesen selbst gleich einem Rechten. Nicht immer wird eine so leichte Zergliederung des Subjects hinreichen, wie in diesem einfachsten Falle; fügen wir deßhalb ein zweites Beispiel zur Erläuterung eines häufig anwendbaren Kunstgriffes bei. Man besitzt vielleicht einen Satz T, welcher uns lehrt, was von einem Subject gilt, welches dem Subject S des gegebenen Satzes **nicht** gleich ist, sondern von ihm um eine angebbare Differenz abweicht; läßt man dann aus ihm, durch Aufhebung dieser Differenz, das gegebene Subjekt S entstehen, und kann man nachweisen, wie sich hiermit das durch T ausgesprochene Verhalten ändert, so wird man den gegebenen Satz T beweisen, wenn er richtig ist, oder den richtigen Satz T finden, wenn der gegebene falsch oder wenn überhaupt keiner gegeben war. Die Frage sei: wie groß die Winkelsumme des Dreiecks sei? Ich nehme an, daß die von den Parallelen und ihrem Durchschnitt mit einer Graden geltenden Sätze unabhängig von der Betrachtung des Dreiecks feststehen,

und lasse dann die beiden Graden ad und bc einander parallel sein, von einer dritten Graden ab aber in den Punkten a und b geschnitten werden. Diese drei Linien bilden so kein Dreieck, sondern einen offenen Raum, aber die Summe S der beiden Winkel dab und abc ist bekannt und gleich zwei Rechten. Drehen wir jetzt die Linie ad um den Punkt a, so daß sie gegen bc convergirt, so entsteht zwischen ihrer neuen Lage und ihrer vorigen ein Winkel φ, welcher aus der Winkelsumme S ausgeschlossen wird; zugleich aber entsteht zwischen der geneigten Linie und bc ein neuer Winkel, welcher als dritter Winkel des jetzt entstehenden Dreiecks zu dem Reste der Winkelsumme S hinzutritt, und nach den Sätzen über die Parallelen gleich dem ausgeschlossenen $< \varphi$ ist. Bei dem Uebergang aus dem Nichtdreieck in das Dreieck erfährt daher die Summe der von den drei Seiten eingeschlossenen Winkel gleichen Gewinn und Verlust φ; sie ist also auch im Dreieck gleich zwei Rechten.

220. Es sollen die Bedingungen des Gleichgewichts bewiesen oder gefunden werden, für einen völlig freien und absolut festen Körper, auf den in verschiedenen Punkten verschiedene Kräfte nach verschiedenen Richtungen wirken. Analysiren wir den Begriff des Körpers, von dem hier gesprochen wird, so bedarf die völlige Freiheit desselben keiner weiteren Zergliederung; als Abwesenheit jeder bedingenden Relation zu andern ist sie für sich klar, und nur diese Relationen, wenn sie beständen, würden Gegenstand weiterer Begriffsbestimmungen sein; absolut fest aber ist der Körper, wenn jede beliebigen zwei Punkte desselben eine unveränderliche Entfernung haben. Stände nun dieser Körper gar nicht unter dem Einfluß von Kräften, so würde man von ihm wissen, daß er entweder in Ruhe ist, oder eine ursprüngliche Bewegung mit der constanten Geschwindigkeit c fortsetzt; man hätte nur $c = o$ zu setzen, um die Bedingung des Gleichgewichts der Ruhe auszudrücken, welches wir hier meinen. Um aber zu entscheiden, wie er dies Gleichgewicht unter dem Einfluß von Kräften behauptet, müssen wir, analog dem vorigen Falle, zuerst zusehen, wie er sich bewegen würde, falls er sich bewegte, und dann müssen wir alle die Bedingungen negiren, die mit dieser Bewegung unzertrennlich verbunden sein würden. Dies ist kein blos nützlicher, logisch unmotivirter Einfall; denn das Gleichgewicht, welches wir hier suchen, ist seinem Begriffe nach nicht bloße Ruhe, sondern V e r n e i n u n g der Bewegungen, die

es zu stören suchen. Da es nun keine anderen Bewegungen gibt, als fortschreitende drehende und die aus beiden gemischten, so haben wir, um das Gleichgewicht des Körpers zu bestimmen, nur die Bedingungen der beiden ersten Bewegungsarten zu beachten; mit ihrer Verneinung verschwindet die Möglichkeit der dritten von selbst.

221. Sprechen wir zuerst nur von der fortschreitenden oder translatorischen Bewegung und schließen ausdrücklich jede Drehung aus, so folgt aus der Definition der Festigkeit, daß alle Theile des festen Körpers sich in gradlinigen und parallelen Bahnen und deßhalb mit gleicher Geschwindigkeit fortbewegen müssen. Auf welche Weise daher auch immer eine Kraft es dahin gebracht haben mag, dem einen Theile a des Körpers eine Geschwindigkeit c zu ertheilen, immer muß, falls es eine fortschreitende Bewegung und keine Drehung geben soll, die Wirkung dieser Kraft auch jedem andern Theile b des Körpers dieselbe Geschwindigkeit mitgetheilt haben. Hieraus entspringt für unsern Zweck die große Bequemlichkeit, daß wir zur Beurtheilung des translatorischen Enderfolges aller einwirkenden Kräfte die Verschiedenheit ihrer Angriffspunkte an dem festen Körper nicht zu berücksichtigen nöthig haben; es genügt, daß wir alle Kräfte, jede jedoch parallel mit ihrer gegebenen Richtung, an einen beliebigen Punkt des Raumes versetzen, in den wir die Masse des Körpers concentriren, und dann nach den bekannten Regeln über die Zusammensetzung der Bewegungen die resultirende Bewegung R bestimmen, welche sie diesem Punkte ertheilen würden; Größe und Richtung dieser Resultante R sind dann identisch mit Größe und Richtung der Bewegung, die der Körper unter dem vereinigten Einfluß der Kräfte annimmt, und er bleibt in Ruhe, wenn $R = o$ ist. Drückt man dies Ergebniß so aus, daß der Körper ruht, wenn die Wirkungen aller an ihm angebrachten Bewegungsantriebe sich aufheben, so bedarf dieser Satz, als identischer, überhaupt keiner Begründung; unsere Erläuterung gab jedoch auch die Bedingung an, unter welcher jene Aufhebung stattfindet; sie war die nämliche, wie in dem Falle, daß alle Kräfte auf denselben Punkt wirken.

222. Die Mechanik pflegt indessen diese Bedingung nicht unter dieser Form $R = o$ anzugeben, sondern spaltet sie, zur Bequemlichkeit der rechnenden Anwendung, in drei Gleichungen, die ich noch erwähne, weil gewiß die Rücksicht auf Ausführbarkeit einer logischen Vorschrift mit zu

den Aufgaben einer angewandten Logik gehört. Ist die Zahl n der auf den Körper wirkenden Kräfte beträchtlich, so wird es mühsam, die letzte Resultante R dadurch zu finden, daß man zuerst aus zweien dieser Kräfte eine erste, aus dieser und der dritten Kraft eine zweite Resultante sucht und so bis zur Zusammensetzung der letzten Kraft mit der zuletzt gefundenen Resultante fortfährt. Auch pflegen die Winkel, welche jede Kraft mit jeder andern macht, und welche diese Berechnung zu beachten hätte, selten zu den ursprünglich gegebenen Bestimmungsstücken zu gehören; wo aber die Beobachtung eines gegebenen Thatbestandes diese Bestimmungsstücke erst feststellen muß, wird sie hier wie überall vorziehen, die Richtungen aller Kräfte durch ihre Beziehungen zu einem einzigen allgemeinen Maßstabe zu characterisiren, anstatt die Divergenzen zwischen je zweien zu messen. Man legt daher drei auf einander rechtwinklige Coordinatenaxen X, Y, Z zu Grunde, bestimmt die Richtung jeder Kraft P durch die drei Winkel α, β, γ, welche sie mit diesen Axen oder ihren Parallelen macht und denkt sich zugleich jede in drei diesen Axen parallele Seitenkräfte zerlegt, die nach einem bekannten Satze $P \cos \alpha$, $P \cos \beta$ und $P \cos \gamma$ sein werden. Die drei Summen, welche dann die gleichgerichteten Componenten aller Kräfte vereinigen, also die Summen $\Sigma P \cdot \cos \alpha$, $\Sigma P \cdot \cos \beta$, $\Sigma P \cdot \cos \gamma$ werden die resultirenden Kräfte sein, welche den Körper beziehungsweis parallel den Axen X, Y, Z zu bewegen streben; ist jede dieser Summen für sich gleich Null, so schreitet der Körper nach keiner der drei Axenrichtungen, also überhaupt nicht, vorwärts; denn jede Bewegung in einer Zwischenrichtung würde eine gleichzeitige hier geläugnete Verschiebung nach wenigstens zweien dieser Axen einschließen. An die Stelle von $R = o$ treten also die drei Gleichungen $\Sigma P \cdot \cos \alpha = o$, $\Sigma P \cdot \cos \beta = o$, $\Sigma P \cdot \cos \gamma = o$ als die Bedingung, welche die translatorische Bewegung des Körpers aufhebt.

223. Wir haben noch die andern Bedingungen zu suchen, welche die Drehung des Körpers unmöglich machen. Dreht sich nun eine grade Linie um einen ihrer Punkte, so ändern außer diesem einen, den wir als fest betrachten, (wodurch wir zugleich die fortschreitende Bewegung der ganzen Linie aufheben,) alle ihre übrigen Punkte ihre Raumcoordinaten. Die Linie kann sich daher nicht drehen, sobald zwei ihrer Punkte unveränderliche Coordinaten haben. Aber um diese nun in

ihrer ganzen Ausdehnung festliegende Linie kann sich eine Ebene drehen, in der sie enthalten ist; dann ändern alle Punkte der Ebene außer dieser Axe ihre Coordinaten; die Drehung der Ebene wird folglich unmöglich, wenn ein Punkt außerhalb der Axe, wenn also im Ganzen die drei Eckpunkte eines beliebigen in der Ebene angenommenen Dreiecks festliegen. Dieselbe Bedingung genügt offenbar, um die Drehung eines festen Körpers unmöglich zu machen, dessen jeder Punkt eine unveränderliche Entfernung von jedem Punkt einer beliebig in ihm angenommenen festen Ebene besitzt. Man könnte daher die Bedingung der Nichtdrehung dahin aussprechen, daß die drei Eckpunkte eines willkürlich in dem Körper verzeichneten Dreiecks ihre Coordinaten nicht ändern. Aber der Nachweis, daß diese Bedingung erfüllt sei, würde nicht bequem sein; man könnte ihn durch Anwendung der vorigen drei Gleichungen auf jeden dieser drei Punkte nur dann führen, wenn man nachweisen könnte, zu welcher Resultante sich an jedem von ihnen alle die Kräfte verbinden, die nicht an ihm selbst, sondern an andern Punkten angebracht sind; dies aber, wie man leicht bemerkt, ist eben das, was wir noch zu erfahren suchen. Man verfährt daher anders, und zwar, da die Lage jenes Dreiecks ganz willkürlich ist, so wird man am natürlichsten darauf verfallen, seine drei Eckpunkte in die drei Axen X, Y, Z zu vertheilen, in Bezug auf welche man ja die Richtungen aller zusammenwirkenden Kräfte bereits bestimmt hat; auch in jeder Axe aber ist die Lage des dahin versetzten Punktes willkürlich: man kann daher jeden Punkt jeder Axe als einen Punkt unveränderlicher Lage, mithin die drei Axen selbst als drei feste Linien ansehen, in Bezug auf welche, wenn die Drehung ausgeschlossen sein soll, kein Punkt des Körpers seine Lage und Entfernung ändern darf. Betrachtet man endlich die Axen als Dimensionen, die innerhalb des Körpers selbst liegen oder als identisch ihrer Lage nach mit drei auf einander rechtwinkligen Punktreihen dieses Körpers, so folgt aus der Definition der Festigkeit, daß nur diese Punktreihen im Raume festzuliegen brauchen, um jede Ortsveränderung der übrigen Körperpunkte unmöglich zu machen. Die Aufgabe reducirt sich daher auf den Nachweis, daß alle zusammenwirkenden Kräfte keine der drei Punktreihen oder keine der jetzt gegen ihre frühere Richtung beweglich gedachten Axen X, Y, Z nach irgend einer Richtung zu drehen im Stande sind.

224. Die zuletzt entwickelte Vorstellungsweise würde jedoch als Unterlage der Berechnung nur dann bequem sein, wenn die Richtungen aller den Körper treffenden Kräfte durch die drei Axen gingen. Dies wird im Allgemeinen nicht der Fall sein; um diejenigen Kräfte mit in Betracht ziehen zu können, deren Verlängerungen bei jenen Punktreihen vorbeigehen, ohne sie zu schneiden, müssen wir diesen drei Linien drei einander rechtwinklig schneidende Ebenen substituiren, deren jede mithin zwei von diesen Axen einschließen wird; eine dieser Ebenen trifft die nöthigenfalls verlängerte Richtung jeder Kraft. Die Aufgabe ist jetzt, zu zeigen, daß alle Kräfte weder die Ebene XY und XZ um X, noch die YZ und YX um Y, noch die ZY und ZX um Z zu drehen im Stande sind. Betrachten wir die Bedingungen der Drehung um Z. Jede Kraft P, welche in beliebiger Richtung einen Punkt des Körpers angreift, dessen Coordinaten x, y, z sind, und welche mit den drei Axen die Winkel α, β, γ macht, kann, wie früher, in die drei den Axen parallelen Seitenkräfte $P \cos \alpha$, $P \cos \beta$, $P \cos \gamma$ zerlegt werden. Von ihnen kommt die letzte hier nicht in Betracht; sie könnte nur eine translatorische Verrückung des Körpers nach der ZAxe bewirken, die durch die Gleichungen des § 222 schon ausgeschlossen ist, oder eine Drehung der XY Ebene um X oder Y, die wir hier noch ausschließen. Von den beiden andern Kräften steht $P \cos \alpha$ senkrecht auf der ZY und $P \cos \beta$ senkrecht auf ZX; beide streben, wie eine leicht zu entwerfende Figur zeigt, die Ebenen ZX und ZY, also den Körper, in welchem diese beiden unveränderlich verbunden sind, nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen; die Richtung der wirklich erfolgenden Drehung würde daher von ihrer Differenz abhängen. Aber nicht einfach von ihrer Differenz, denn ein Satz, dessen wir uns hier einstweilen nur erinnern, lehrt, daß die drehende Wirkung einer Kraft, die senkrecht auf eine Linie ist, nach dem Product ihrer Intensität in die Entfernung ihres Angriffspunktes von der Drehaxe zu messen ist. Für $P \cos \alpha$ ist diese Entfernung y, und x für $P \cos \beta$; die Differenz der Producte $yP \cos \alpha$ und $xP \cos \beta$, oder die Differenz der Momente muß gleich Null sein, wenn P keine Drehung um die ZAxe bewirken soll. Man hat dieselben Betrachtungen in Bezug auf alle Kräfte zu wiederholen und findet als Bedingung der Nichtdrehung um Z die Gleichung $\Sigma\ (yP \cos \alpha - xP \cos \beta) = 0$. Dieselben Formen werden offenbar, bei der völligen Gleichwerthigkeit

der drei Raumrichtungen, auch die andern Gleichungen haben, welche die Drehung um X und Y aufheben; und da auch mnemonische Hülfsmittel nicht außerhalb der Aufgaben angewandter Logik liegen, so führe ich an, daß die Gleichung für die Nichtdrehung um die eine Axe allemal die Bestimmungsstücke, die sich auf diese Axe beziehen, nicht enthält, sondern aus der Summe von Differenzen zweier Producte besteht, deren jedes eine Seitenkraft nach der zweiten Axe mit der Coordinate ihres Angriffspunktes nach der dritten verbindet. Die Formel Σ (zP cos β — yP cos γ) = o hebt die Drehung um X, die dritte Σ (xP cos γ — zP cos α) = o die um die YAxe auf.

225. Den Satz, den wir über das Gleichgewicht drehender Kräfte oben entlehnten, gewinnt man im Zusammenhang der Statik sehr leicht durch einen kleinen Kunstgriff, der diese Frage auf die Zusammensetzung der Bewegungen zurückbringt. Ich wähle hier einen andern Weg des Beweises, natürlich nicht, um der Statik eine Verbesserung zu verschaffen, sondern um an einer Behandlung, welche so viel als möglich von blos glücklichen Einfällen unabhängig ist, das Hervorgehen der Beweisgründe aus der Zergliederung der Aufgabe selbst deutlich zu machen. Die starre Linie ab, deren Länge n sei, kann sich um ihren festen Endpunkt a nur drehen, indem alle ihre Punkte Kreisbögen $\varrho\omega$ von gleichem Winkel ω mit einem Halbmesser ϱ beschreiben, der für jeden Punkt gleich seinem Abstand von dem Drehpunkt a ist. Wirkt nun eine Kraft W an dem Endpunkt b, und hat sie es, wie auch immer, dahin gebracht, ihn in der Zeit t den Bogen nω durchlaufen zu machen, so hat sie allemal zugleich jeden andern Punkt von dem Abstand ϱ genöthigt, in derselben Zeit t den Bogen $\varrho\omega$ zurückzulegen; und umgekehrt: jede Kraft, die, an dem Punkte ϱ angebracht, diesen Punkt dazu vermocht hat, sich durch den kleineren Bogen $\varrho\omega$ zu bewegen, hat allemal auch alle übrigen Punkte gezwungen, die ihren Abständen von a zukommenden Kreisbögen zu durchmessen. Es fragt sich nun, wie zwei Kräfte P und Q beschaffen sein müssen, um von den Punkten p und q aus, an welche sie angebracht sind, diesen ganz gleichen Erfolg hervorzubringen, und folglich, wenn sie einander entgegengesetzt auf die Linie ab einwirken, die Drehung derselben zu verhindern. Nun ist der Begriff der Festigkeit, also der bloßen Unbeweglichkeit von a zu unvergleichbar mit Begriffen von Bewegungen, um erkennen zu lassen, wie sie auf diese einwirken kann; man müßte

zuvor die Festigkeit selbst als Erfolg von Bewegungen fassen, um sie jenen andern Bewegungen homogen zu machen, auf welche sie einen einschränkenden Einfluß ausüben soll. Man kann ferner P und Q nicht vergleichen, so lange sie unter verschiedenen Umständen wirken, deren bedingende Macht noch unbekannt ist; man kann sie nur nach den Geschwindigkeiten φ und ψ schätzen, welche sie unter ganz gleichen Bedingungen auf ein ganz gleiches bewegliches Object übertragen; endlich können P und Q zwar an den einzelnen Punkten p und q angebracht sein, aber doch nicht auf sie allein wirken; um eine Drehung hervorzubringen oder zu hemmen, muß die Wirkung jeder Kraft sich auf alle Punkte der Linie a b verbreiten, und die Art dieser Vertheilung müßte man kennen, um zu verstehen, wie der Effect einer von ihnen den gleichzeitigen Effect der andern an jedem Punkte der Linie aufheben kann.

226. Diesen logischen Anweisungen genügen wir durch folgende Betrachtung. Sei $ab = n$ zuerst eine völlig freie starre Linie, bestehend aus der unendlichen Anzahl n gleichartiger Massenpunkte, welche auf irgend eine uns hier nicht weiter angehende Weise genöthigt sind, unveränderliche Entfernungen von einander zu behalten. Eine Anzahl n gleicher und paralleler Kräfte wirke senkrecht auf diese Linie so, daß jede einem der n Elemente derselben die Geschwindigkeit ω mittheilte; dann wird diese Gesammtkraft $W = n\omega$ die ganze Linie parallel mit sich selbst forttreiben. In eine drehende Bewegung geht diese translatorische dann über, wenn wir den verschiedenen Punkten der Linie verschieden abgemessene Geschwindigkeiten entgegenwirken lassen, die wir uns wie im Anfang so auch im Fortgang der Drehung in jedem Augenblick senkrecht auf ab denken. Dem Endpunkt a stellen wir die Geschwindigkeit $-\omega$ gegenüber, durch welche er, für die vorliegende Aufgabe, zum festen Punkte wird; dem Punkte b setzen wir eine Geschwindigkeit $= 0$ entgegen und er behält mithin die volle Geschwindigkeit ω, welche ihm W ertheilte; den Zwischenpunkten müssen solche Widerstände entgegenstehen, daß sie für jeden Punkt ϱ, dessen Abstand vom Drehpunkt $= \varrho$ ist, den uns bereits bekannten Rest der Geschwindigkeit übrig lassen, nämlich den Kreisbogen $\frac{\varrho}{n} \cdot \omega$, dessen Länge sich zu dem Wege ω des freien Endes verhält wie $\varrho : n$; die Summe der Geschwindigkeiten aller Punkte ϱ, von $\varrho = 0$ bis $\varrho = n$, muß $= \frac{n\omega}{2}$

sein. Eine Kraft P nun, welche einem freien Elemente die Geschwindigkeit φ zu geben vermöchte, würde dem Elemente p der starren Linie die Geschwindigkeit $\frac{p}{n} \cdot \varphi$ geben, falls es zwar dem obenerwähnten Widerstande ausgesetzt, aber doch isolirt für sich beweglich wäre; da es dies nicht ist, so muß dieser ertheilte Anstoß sich über die ganze Linie vertheilen. Auf welche Weise diese Vertheilung zu Stande kommt, kann dahingestellt bleiben, denn ihr Effect steht vorher fest; sie muß eine Drehung der ganzen Linie bewirken, in welcher jeder Punkt ϱ eine seiner Entfernung vom Drehpunkt proportionale Geschwindigkeit erhält und die Summe aller Geschwindigkeiten $= \frac{p\varphi}{2n}$ ist. Jeder Punkt ϱ wird mithin die Geschwindigkeit $\frac{\varrho}{n} \cdot \left[\frac{p}{n} \cdot \frac{\varphi}{n}\right]$ erhalten. Ganz Gleiches gilt von einer zweiten Kraft Q, die einem freien Element die Geschwindigkeit ψ, dem Element q der befestigten Linie dagegen die Geschwindigkeit $\frac{q}{n} \cdot \psi$ beibringen würde; an q angebracht, würde sie jedem andern Element ϱ die Geschwindigkeit $\frac{\varrho}{n} \cdot \left[\frac{q}{n} \cdot \frac{\psi}{n}\right]$ geben. Sollen nun die beiden an p und q einwirkenden Kräfte oder Geschwindigkeiten entweder in gleichem Sinne gerichtet eine und dieselbe dritte Bewegung der Linie aufheben, oder in entgegengesetztem Sinne gerichtet einander selbst das Gleichgewicht halten, so müssen, für jedes ϱ, die beiden gefundenen Ausdrücke für ihre Wirkung einander gleich, also $p\varphi = q\psi$ und $\varphi : \psi = q : p$ sein. Das heißt: die Hebelarme der Kräfte müssen sich umgekehrt verhalten wie ihre Intensitäten.

227. Auf sehr scheinbare und dennoch nicht zulässige Weise würde man denselben Satz folgendermaßen ableiten. Wenn auf denselben Punkt m des in senkrechter Ebene beweglichen Hebels a b zwei gleiche entgegengesetzte Kräfte P und Q einwirken, so ist unter dieser Bedingung Gleichgewicht selbstverständlich. Denkt man sich nun, wie gewöhnlich geschieht, Q als ein Gewicht, das durch einen Haken oder Faden an m aufgehängt ist, und P als einen von oben wirkenden Zug, so liegt hierin die stillschweigende Voraussetzung, es sei gleichgültig, ob von den

unendlich vielen unendlich dünnen senkrechten Streifen, in die man Q sich zerlegt denken kann, jeder einzeln den Punkt des Hebels angreift, der in seiner Verlängerung liegt, oder ob alle diese Einzelkräfte nur durch einen einzigen Repräsentanten, der sie zusammenfaßt, durch den Faden, an den Hebel kommen. Dies einmal angenommen, ist es dann auch nothwendig gleichgültig, ob man sich Q als einen Körper denkt, oder durch eine geometrische Ebene senkrecht in zwei Hälften getheilt, die einander an der Schnittfläche berühren, und deren jede durch einen besonderen Faden, der ihre Kräfte als Resultante zusammenfaßt, an dem Hebel befestigt ist. War nun m die Entfernung des früheren einzigen Angriffspunktes vom Drehpunkt, so sind $m - x$ und $m + x$ die entsprechenden Entfernungen der neuen Angriffspunkte dieser zwei Fäden. Und dies heißt nun: das Gleichgewicht besteht fort, wenn zwei Kräfte $Q/_2$, deren Summe $= P$ ist, rechts und links gleich weit von dem Angriffspunkt der entgegengesetzten Kraft P angebracht werden; denn die Fäden selbst, oder ihre Spannungen, sind jetzt die unmittelbar angreifenden Kräfte. So lange nun diese Spannungen die Resultanten der in den beiden $Q/_2$ vereinigten Schwerkräfte sind, ist es ferner offenbar ganz gleichgültig, wie diese $Q/_2$ übrigens geformt sind, also auch gleichgültig, ob sie einander noch berühren, wie vorhin, oder ob sie durch Vergrößerung ihrer senkrechten Dimension und Verkleinerung ihres Querschnittes jetzt zu zwei gesonderten Körpern werden, die einen Zwischenraum zwischen einander lassen. Setzt man diese Ueberlegungen fort, so hindert nichts, die Verschiebung des einen $Q/_2$ nach links, des andern nach rechts, um gleiche x, nach Belieben fortzusetzen, bis endlich $x = m$ wird; dann ist das eine, sagen wir das linkshin verschobene $Q/_2$ unter dem festen Drehpunkt a angelangt und übt nun keinerlei Wirkung mehr auf den Hebel aus; das andere $Q/_2$ hat den Abstand 2 m vom Drehpunkt erreicht, und das Gleichgewicht besteht jetzt unter der Bedingung fort, daß P, welches $= Q$ ist, an dem Hebelarme m, — $Q/_2$ aber an dem Hebelarme 2 m angreift. Aber so anschaulich diese Darstellung ist, so ist sie dennoch gar nicht schlußkräftig. So lange nämlich $x < m$, so lange hatte das nach links verschobene $Q/_2$ noch einen erkennbaren und begreiflichen Einfluß auf das Gleichgewicht des Hebels; es blieb klar, daß es im Verein mit dem entgegengesetzt fortrückenden andern die zureichende Gegenkraft gegen P war; sobald dagegen $x = m$

wird und die Wirkung von $Q/_2$ ganz wegfällt, entsteht ein Sprung in unsern Gedanken, indem einer der Beziehungspunkte verschwindet, auf dessen Verhältniß zum andern unser ganzes Raisonnement gebaut war. Denn wenn wir zuerst Q in dem Punkte m selbst anbrachten, dann beide $Q/_2$ symmetrisch um m vertheilten, so galt, was wir daraus folgerten, zunächst für die freie Linie ab, die in m durch die Kraft P gehalten wurde; die Befestigung des Endpunktes a war gar nicht berücksichtigt; freilich galten dieselben Folgerungen auch für den Fall des befestigten a, so lange sich nachweisen ließ, daß ohnehin, um der Vertheilung der Gewichte willen, Gleichgewicht stattfand; denn wenn es stattfand, so konnte es dadurch nicht gestört werden, daß man sich a noch zum Ueberfluß festgelegt dachte. Sobald aber der Einfluß von $Q/_2$ wegfällt, so findet aus jenen vorgedachten Gründen das Gleichgewicht nicht mehr statt; daß diese weggefallene Bedingung aber durch die Befestigung des Endpunktes a genau ersetzt werde, ist gar nicht an sich klar. Man müßte sich vielmehr für diesen besondern Fall nach einem Hülfsbeweise umsehen, welcher zeigte, daß bei festliegendem a die Wirkung des $Q/_2$ schon vorher immerfort abnahm, je mehr es sich dem a näherte, und daß das Gleichgewicht dennoch bestand; daß es folglich auch fortbestehen werde, wenn der Einfluß dieses Gewichts, bei gleichzeitiger Verrückung des andern, ganz zu Null wird. Aber genau zugesehen, würde dieser Nebenbeweis in Wahrheit der Beweis der Hauptsache sein, nämlich eben des Satzes, daß die bewegenden Wirkungen gleicher Kräfte am Hebel sich umgekehrt verhalten wie ihre Hebelarme. So anschaulich daher jene Darstellungsweise den fraglichen Satz machte, so bewies sie ihn dennoch gar nicht, sondern setzte ihn in einem leichter erkennbaren als kurz ausdrückbaren Cirkel voraus.

228. Verwickelte mechanische Probleme können nicht immer durch directe Zusammensetzung aller wirkenden Kräfte zu ihrem Enderfolge gelöst werden; man muß häufig gewisse allgemeine Bedingungen aufstellen, denen dieser jedenfalls zu genügen, oder Schranken, innerhalb deren er sich zu halten hat; unter dieser Voraussetzung liefern dann die Einzeldata des gegebenen Falles Mittel zur vollständigen Bestimmung des Resultats. Diese Methoden, unter denen nur an die Anwendung des Princips von d'Alembert erinnert sein mag, sind ganz unschätzbar und unentbehrlich; da sie aber die Entstehungsgeschichte des errechneten

Erfolges nicht klar machen, so lassen sie doch den Wunsch übrig, directe Construction so weit als möglich fortzusetzen. Ich erwähne, im Zusammenhang mit der vorigen Frage nach dem Gleichgewicht drehender Kräfte die nach der Bewegung, die sie erzeugen, wenn ihnen nicht widerstanden wird. Die Regel zu ihrer Berechnung ist auf die beiden sehr einfachen Sätze zurückgebracht: 1) wirkt auf einen frei beweglichen Körper eine Kraft, so nimmt sein Schwerpunkt dieselbe gradlinige Bewegung an, welche die ganze Masse des Körpers annehmen würde, wenn sie im Schwerpunkt vereinigt wäre und dort von der Kraft angegriffen würde; 2) zugleich erlangt der Körper die drehende Bewegung, welche er, wenn sein Schwerpunkt befestigt wäre, durch dieselbe Kraft erfahren würde. In dieser höchst übersichtlichen Theilung des Erfolgs liegt nun doch eine Paradoxie. Wenn nämlich die Richtung der Kraft durch den Schwerpunkt geht, so entsteht nach dem zweiten Satz keine Drehung, sondern nur eine gradlinige translatorische Bewegung, und doch würden wir meinen, daß in diesem Falle die Kraft unter der denkbar günstigsten Bedingung angriffe; geht aber ihre Richtung nicht durch den Schwerpunkt, und in diesem Falle schiene uns die Kraft unter einer weniger günstigen Bedingung zu wirken, so bringt sie nicht blos den ganzen vorigen Erfolg, sondern auch noch eine Drehung hervor, die sich wie eine Zugabe ausnimmt ohne deutlichen Grund. Wenn man die zusammengesetzten Geschwindigkeiten, welche die verschiedenen Theile eines zugleich fortschreitenden und rotirenden Körpers besitzen, nach der Richtung der gradlinigen Bahn und nach der Senkrechten auf diese und die Rotationsaxe zerfällt, so ist die Summe aller der ersten Componenten, jede in ihr Massendifferential multiplicirt, gleich dem Product der ganzen Masse in ihre gradlinige Geschwindigkeit, und man überzeugt sich leicht, daß bei dem drehenden und zugleich fortschreitenden Körper zwar die einzelnen Elemente verschiedene Geschwindigkeiten in der Richtung der Bahn haben, daß aber die Summe aller dieser Geschwindigkeiten weder vermehrt noch vermindert, sondern nur anders vertheilt ist, als in derselben Masse, wenn sie ohne Drehung fortschreitet. Aber die anderen Componenten bleiben übrig, und obwohl sie für die beiden Hälften des drehenden Körpers entgegengesetzte Zeichen haben, so heben sie doch deswegen einander nicht auf; sie sind wirklich geschehende Bewegungen, und es fragt sich, woher sie entstanden sind.

229. Es reicht hin, diese Frage für den einfachsten denkbaren Fall zu beantworten. Es seien a und b zwei gleiche Massen, die wir uns in ihre Schwerpunkte concentrirt denken; wechselwirkende Kräfte zwischen beiden mögen dafür sorgen, daß ihre Entfernung a b von einander unveränderlich sei; wir können dann sagen, a und b seien durch eine starre massenlose unveränderliche Linie a b verbunden. Zur Einfachheit der zu entwerfenden Figur denken wir uns a b in den Winkel zweier in O sich schneidenden rechtwinkligen Axen so eingepaßt, daß a auf der X Axe, b auf der Y Axe liegt; man wird dann, am Anfang, für die Masse a haben $x = Oa$ und $y = o$, für b dagegen $x = o$ und $y = Ob$, für den Schwerpunkt des kleinen Massensystems $a + b$, der in dem Halbirungspunkte von a b liegt: $x = \frac{Oa}{2}$ und $y = \frac{Ob}{2}$. Wir nehmen nun an, der Masse a werde eine Geschwindigkeit mitgetheilt in der Richtung der X Axe und es sei aα der Weg, den sie in einem untheilbaren Zeitaugenblick unter diesem Antrieb zurücklegen würde, wenn sie frei wäre. Da unmittelbar auf die Masse b keine Kraft einwirkt, so würde diese in Ruhe bleiben und die Linie αb, welche ihre Entfernung von der fortbewegten a ausdrückt, würde länger werden als die ursprüngliche a b. Aber die zwischen a und b wirksamen Kräfte, welche die Entfernung a b nach unserer Voraussetzung unveränderlich erhalten, widersetzen sich in jedem Augenblick dieser beginnenden Verlängerung, deren Maß $\alpha b - ab$ sein würde, und heben sie auf, indem sie beide einander in der Richtung der Linie nähern, an deren Endpunkten sie sich befinden würden, wenn die Verlängerung stattfände. Da keine der Massen einseitig die andere zwingen kann, ihr zu folgen, vielmehr nach dem Grundsatz der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung die so entstehenden Verschiebungen beider nach unserer Annahme gleichen Massen gleiche Längen sein müssen, so finden wir die neuen Orte α^1 und β derselben, wenn wir auf αb von α aus die Länge $\alpha\alpha^1$ und von b aus die Länge bβ, beide $= \frac{\alpha b - ab}{2}$ abtragen. Fällen wir von α^1 eine Ordinate, welche dy sein mag, auf die X Axe, von β eine Senkrechte, welche dx sei, auf die Y Axe, so entstehen zwei congruente Dreiecke und man hat für die beiden Endpunkte α^1 und β der jetzt verschobenen Linie a b die Ordinaten dy und $Ob - dy$, folglich für den

Schwerpunkt, welcher der Mittelpunkt dieser Linie bleibt, $y = \frac{Ob}{2}$; dies war aber die Ordinate des Schwerpunkts auch vor der Mittheilung der Geschwindigkeit; mithin hat der Schwerpunkt einen Antrieb erhalten, sich parallel zur X Axe, d. h. in derselben Richtung zu bewegen, in welcher die auf a wirkende Kraft ihn getrieben haben würde, wenn sie an ihm selbst angebracht worden wäre. Man hat zugleich für die Endpunkte α^1 und β die Abscissen: $Oa + a\alpha - dx$ und dx, also die Abscisse des neuen Ortes des Schwerpunkts: $\frac{Oa + a\alpha}{2}$; da die Abscisse seines anfänglichen Ortes $\frac{Oa}{2}$ war, so hat er die Hälfte der Geschwindigkeit $a\alpha$ empfangen, welche die an a angebrachte Kraft diesem zu ertheilen strebte, und dies ist eben die Geschwindigkeit, welche dieselbe Kraft der ganzen Masse $a + b$ oder $2a$ des Systems ertheilt haben würde, wenn sie dieselbe im Schwerpunkt vereinigt angetroffen hätte. Diese Betrachtung gilt für den Anfangszeitpunkt der ganzen Bewegung, in welchem, wie wir vorauszusetzen pflegen, die momentan wirkende Kraft, welche a angriff, ohne Zeitverlauf diesem eine Geschwindigkeit mittheilte und eben so ohne Zeitverlauf die corrigirende Rückwirkung der zwischen a und b thätigen Kräfte erfolgte. Da von jetzt an eine äußere Kraft nicht weiter einwirkt, so setzen sich alle hervorgebrachten Bewegungen nach dem Gesetze der Beharrung einfach fort; nur die inneren Kräfte zwischen a und b haben beständig zu thun, um die Fortschreitung von a und b in den jedesmaligen Tangenten ihrer Bahn zu hindern und sie in unveränderlicher Entfernung vom Schwerpunkt zu erhalten; sie erzeugen hierdurch eine in Bezug auf diesen kreisförmige Umdrehung, und da sie die beiden Massen ohne unstetigen Uebergang in eine andere Richtung stetig von ihrer augenblicklichen ablenken, so geschieht die Drehung gleichförmig und mit derselben constanten Geschwindigkeit im Kreise, mit welcher im ersten Augenblick beide Massen gradlinig angetrieben wurden. Versetzt man endlich $\alpha^1\beta$ mit sich selbst parallel zurück, bis sein Schwerpunkt auf den von ab fällt, so machen beide Linien am Schwerpunkt einen Winkel φ, welcher gleich ist jenem, den αb mit ab an dem Punkte b machen würde, wenn b ein fester Drehpunkt wäre und die angebrachte äußere

Kraft nur die Masse a allein, unter Voraussetzung ihrer unveränderlichen Entfernung ab von b zu bewegen gehabt hätte. Die Länge des zurückgelegten Bogens wäre dann $ab\varphi$ gewesen; die Bogenlänge, welche a wirklich, in seiner Umdrehung um den als befestigt gedachten Schwerpunkt, zurückgelegt hat, ist $\frac{ab \cdot \varphi}{2}$, und dies ist eben die Geschwindigkeit, welche jene Kraft ihr geben mußte, wenn sie zugleich die andere Masse b in entgegengesetzter Richtung zu bewegen hatte. Man sieht hieraus, daß eine äußere momentane Kraft, möge ihre Richtung durch den Schwerpunkt gehen oder nicht, in dem Körper immer dieselbe Summe translatorischer Bewegungsgrößen hervorbringt; die Drehung, welche in dem zweiten Falle hinzutritt, entspringt aus den inneren Kräften, welche zwischen den Theilen des bewegten Systems wirken. Diese Wirkungen sind aber auch in dem ersten Falle, in welchem keine Drehung entsteht, keineswegs Null; sie dienen hier aber nur dazu, die Massentheile, welche in einer graden Linie, senkrecht auf die Richtung der mitgetheilten Bewegung, angeordnet sind, in dieser Anordnung während des Fortschreitens zu erhalten, eine Leistung, die sich in keiner relativen Bewegung der Theile um ihren fortschreitenden Schwerpunkt verräth, so lange wir eben von der Voraussetzung einer absoluten Festigkeit des Körpers ausgehen; sie würde sich aber sogleich in solchen Bewegungen kund geben, wenn wir etwa drei gleiche Massen a b c unter einander durch biegsame Fäden verknüpft dächten und auf den in b enthaltenen Schwerpunkt dieses ganzen Systems einen Stoß ausübten.

230. Die zur Auffindung der Beweisgründe zu unternehmende Zergliederung sucht nicht nur die für die Richtigkeit der zu beweisenden Folge wesentlichen Elemente herauszustellen, sondern auch die für denselben Zweck unwesentlichen zu beseitigen. So wird bei der Beantwortung statischer und mechanischer Fragen häufig von der Annahme einer massenlosen starren Linie ausgegangen. Nun kann man einräumen, daß der Begriff einer begrenzten graden Linie durch das Merkmal der Begrenztheit die Forderung der beständigen Berührung jedes Punktes mit zwei Nachbarpunkten und durch das der Gradheit auch die Starrheit und Unbiegsamkeit der Linie einschließt; allein als blos geometrische Linie ist sie kein Object, das durch Kräfte in Bewegung gesetzt werden könnte; diese Fähigkeit, von Kräften zu leiden,

kommt nur der linienförmig angeordneten Masse zu, und die wechselwirkenden Kräfte der Massentheilchen allein bringen an dieser körperlichen Linie die in dem geometrischen Begriff nur geforderte Starrheit und unveränderliche Länge wirklich hervor. Es ist daher kein glücklicher Ausdruck, hier von einer massenlosen Linie zu sprechen, und er gibt in der That das gar nicht wieder, was man wirklich meint und worauf man in der Ausführung solcher Ueberlegungen baut. Masse muß die Linie unzweifelhaft haben, die wir durch Kräfte bewegen oder um ihren Endpunkt drehen wollen, aber für die Gesetze, nach denen allgemein die Wirkung dieser Kräfte erfolgt, ist es nur nothwendig, daß die Masse in jedem Querschnitt dieser körperlichen Linie dieselbe sei; jede Unregelmäßigkeit ihrer Vertheilung würde einen besonderen Fall bilden, der nun nach den Regeln jenes einfachsten und reinen Falles unter Berücksichtigung dieser speciellen Data zu beurtheilen wäre; völlig gleichgültig ist es dagegen für jene Gesetze, wie groß diese Masse ist; an einem dicken Hebel sind die Proportionen der Kräfte und Hebelarme für das Gleichgewicht keine anderen, als an einem dünnen, an einem specifisch schwereren dieselben wie an einem leichteren. Man setzt daher, wenn man von einer massenlosen Linie spricht, die Masse derselben eigentlich gar nicht gleich Null, sondern gleich der Einheit, und zwar gleich einer Einheit, der man jeden beliebigen großen und kleinen Werth geben kann, und die aus der weiteren Berechnung deswegen verschwindet, weil sie als gleicher Factor aller zu einander in Proportion stehenden Glieder Nichts zur Bestimmung oder Aenderung des zwischen diesen obwaltenden Verhältnisses beiträgt. Auf diesem Gedanken beruhte unsere frühere Darstellung. Die Linie ab war als eine Massenlinie gedacht, jeder ihrer Punkte ein Differential der Masse; darum war es möglich, überhaupt von einer Kraft W zu sprechen, die auf ab wirkt, und dies $W = n\omega$, gleich einer Summe von Einzelkräften zu setzen, deren jede dem Massendifferential die Geschwindigkeit ω ertheilte. Aber die beständige Berücksichtigung der Masse in der Rechnung hätte Nichts weiter genützt; nur der Werth von ω wäre anders ausgefallen, wenn man sich die Masse der Linie oder jedes ihrer unterschiedenen n Theile größer oder kleiner vorgestellt hätte; die Verhältnisse zwischen P und Q, wenn beide sich immer auf dieselbe Masse bezogen, hätten keine Aenderung erfahren. Die Theilung

der Beweisarbeit, die man hier vorgenommen, besteht daher nicht darin, daß man zuerst von der Masse überhaupt abstrahirt, das fragliche Gesetz für die massenlose Linie bewiesen und dann erst in einem zweiten Anlauf untersucht hätte, was aus ihm wird, wenn man die Linie auch Masse haben läßt; vielmehr gleich der erste Schritt nahm auf diese Masse Rücksicht, und fand nur, daß ihre Größe keinen Einfluß auf die allgemeine Form des Gesetzes hat; auf diesen Grund hin kann dann in einer zweiten Untersuchung der Einfluß erörtert werden, den verschiedene Größen und Vertheilungen der Masse auf die absoluten Werthe der durch jenes Gesetz zu bestimmenden Größen haben. Sobald man die Massenlosigkeit einer zu bewegenden Linie buchstäblich nimmt, verwickelt man sich in Sonderbarkeiten, durch die kein rechtliches Durchkommen mehr ist, weil sie auf einer an sich unmöglichen Combination von Vorstellungen beruhen. Was soll geschehen, wenn der eine Endpunkt b dieser Linie ab eine Geschwindigkeit c erhält? Er kann sich nicht trennen von der übrigen Linie, denn dann würde nicht diese bewegt, sondern der freie Punkt b allein; aber wie soll die Linie ihm folgen, da sie ja keine Bewegung empfing? Vielleicht meint man, sie werde sich drehen; dann müßte der Punkt b seine Geschwindigkeit den übrigen Punkten mittheilen, und zwar abgestuft den näheren mehr davon, den entfernteren weniger; aber man sieht nicht ein, wornach dies abzumessen wäre, denn alle die Kräfte fehlen hier, die, zwischen Massentheilchen wirkend, es dahin bringen könnten, daß der von dem einen empfangene Anstoß sich auf die übrige Reihe fortpflanzte, und in jedem Augenblick jedes Glied derselben einen bestimmt abgestuften Theil des Impulses erhielte. Endlich, da zu dieser Abstufung hier der Grund fehlt, so kann man auch dazu übergehen, die ganze Linie ab als eine solidarisch verbundene Einheit anzusehen, so daß jeder nur in Gedanken oder in der Anschauung unterscheidbare Theil derselben unmittelbar in dieselben Zustände geräth, die in irgend einem andern erregt werden; ich lasse dahingestellt, ob dann jeder Theil der Linie n die ganze Geschwindigkeit c oder nur $\frac{c}{n}$ erhält; jedenfalls entspringt hieraus die Folge, daß die Linie ab in Ruhe bleibt, wenn b die Geschwindigkeit c, und der andre Endpunkt a die gleiche $-c$ empfängt. Diesen Unbegreiflichkeiten geht man durch das Geständniß aus

dem Wege, daß nur eine Massenlinie, eine massenlose aber gar nicht, sich bewegt.

231. Auch bei den Hülfsansichten, den Substitutionen und Transformationen, durch welche man die gegebenen Umstände beurtheilbar zu machen sucht, hat man Annahmen zu vermeiden, denen, so anschaulich sie auch sein mögen, doch keine reelle Bedeutung gegeben werden kann. Ich erwähne hierzu einen häufig vorkommenden Beweis für das Parallelogramm der Kräfte, welcher den bewegten Körper sich in einer Ebene von a nach c, gleichzeitig aber diese Ebene von a nach b bewegen läßt, und hierdurch die Bahn ad des Körpers, von a nach dem Endpunkt der Diagonale des Parallelogramms abcd, gefunden zu haben glaubt. Es liegen zwei Voraussetzungen hierin unausgesprochen, die man aussprechen muß; einmal die, daß die Bewegung der Ebene die des Punktes in der Linie ab nicht stören, dann die, daß die fortschreitende Ebene die ganze Linie ab sammt dem Körper mit sich fortführen werde. Ist nun schon eine sich bewegende leere Raumebene Nichts was in Wirklichkeit vorkommen könnte, so ist noch weniger begreiflich, wodurch der Körper an ihr kleben bleibt, während sie fortrückt. Und doch ist diese Befestigung sehr nöthig; denn es befinde sich der Körper auf einer sehr glatten Tischplatte, und man gebe ihm einen Stoß nach ac, gleichzeitig aber der Platte einen Stoß nach ab, so wird der Körper nicht mit der Platte gehen, sondern sich von ihr, die unter ihm wegfliegt, trennen. Ergänzt man aber diese nothwendige Bedingung, sagt man also, daß der Körper nach c ungestört fortgehe, ac aber gleichzeitig nach b zu gehen und ihn mitzunehmen genöthigt sei, so wird der ganze Satz eine leere Tautologie, und das, was er voraussetzt, ist eben das, was man beweisen müßte. Er gehört daher nur zu den Mitteln, durch die man eine bewiesene Wahrheit veranschaulicht.

232. Von den zahlreichen andern Beweisen desselben Satzes interessirt uns logisch ein Anfangspunkt, von dem viele auszugehen pflegen. Man stellt den Sonderfall voraus, in welchem zwei gleiche Kräfte a und b den Körper nach zwei Richtungen treiben, und findet es hier selbstverständlich, daß die Richtung der resultirenden Bewegung den Zwischenwinkel beider Kräfte halbiren werde. Diese Annahme schließt aber die andere ein, daß bei ungleichen Kräften die Resultante den Winkel in ungleiche Theile spalten werde, und da es unmöglich ist, daß

die Art dieser Ungleichheit unabhängig von dem Größenverhältniß beider Kräfte sei, da doch die Ungleichheit selbst von ihm abhängt, so beruht die Annahme auf der allgemeineren: wenn zwei Bedingungen a und b ein Ergebniß c verschieden zu gestalten suchen, so wird in der wirklichen Gestaltung desselben der erkennbare Einfluß beider ihren Größen porportional sein; sind daher a und b gleich, so wird c von dem Ergebniß, welches a allein erzeugt hätte, ebenso weit verschieden sein, wie von dem, welches b allein hervorbringen würde. Ich weiß nun nicht, warum man sich auf diesen Satz nur einmal, zur Einleitung des Beweises, berufen und dann diesen selbst durch verwickelte andere Ueberlegungen führen soll; welches auch die Kräfte a und b und der Grad ihrer Ungleichheit sein mag, wir können allgemein sagen: die Ablenkungen, welche der bewegte Punkt durch die Kraft a von dem Wege der Kraft b, und von dem Wege der Kraft b durch die Kraft a erfährt, müssen sich direct wie die ablenkenden Kräfte verhalten. Zur mathematischen Ausbeutung dieses logischen Grundsatzes hätten wir zunächst zu bestimmen, wie beide Ablenkungen gemessen werden sollen. Hierzu nach gewöhnlicher Weise Senkrechte anzuwenden, die von den Richtungen der Einzelbahnen auf die resultirende oder von dieser auf jene gefällt würden, zeigt sich in der Natur der Frage keine Aufforderung; alle drei Bahnen kommen nicht als leere Raumrichtungen, sondern nur als geometrische Orte in Betracht, welche die successiven Orte des bewegten Punktes enthalten würden; nur zu folgender Auffassung führt diese zuletzt gemachte Bemerkung. Seien α und β die beiden auf den Bahnen der a und b gelegenen Punkte, welche der bewegte Körper in gleicher Zeit t erreicht haben würde, wenn er allein den Kräften a oder b gefolgt wäre, ϱ aber der in der Resultante liegende Punkt, an welchem sich nach der gleichen Zeit t der Körper unter der vereinigten Einwirkung von a und b befindet, so ist $\varrho\alpha$ die Ablenkung von der Bahn a durch die Kraft b, $\varrho\beta$ die von der Bahn b durch die Kraft a, und es ist $\varrho\alpha : \varrho\beta = b : a$. Da man die Größen der Kräfte a und b nur nach dem Raum schätzen kann, den sie in der Zeiteinheit durchlaufen machen, so ist das Verhältniß a : b, für die Zeiteinheit, zugleich das der nach a und b durchlaufenen Räume; es wird aber diese Bedeutung auch für jede Zeit t und für jeden Theil von t haben müssen; denn die Bewegung in der Resultante muß, da wir a

und b als nur momentan wirkende Kräfte betrachten, mit constanter Geschwindigkeit und geradlinig geschehen; die durchlaufene Länge der Resultante wird daher immer den nach a und b bis zu gleicher Zeit t zurückgelegten Räumen proportional sein, ebenso mithin auch die Ablenkungen $\varrho\alpha$ und $\varrho\beta$, die dritten Seiten zu Dreiecken, deren beide andern Seiten in beständig gleichem Verhältniß zunehmen.

233. Diese Proportion entscheidet aber nichts über die absoluten Größen von $\varrho\alpha$ und $\varrho\beta$; beide genügen der Proportion, wenn sie überhaupt mb und ma sind; der Werth dieses m bliebe zu ermitteln. Nun liegt in allen Bestimmungsstücken der Aufgabe nichts, was zur Bestimmung desselben beitragen könnte; von Einfluß könnten nur die Größen von a und b und damit ihr Verhältniß, sowie die Größe des Zwischenwinkels sein; aber gerade die Einflüsse dieser Elemente scheinen durch die bereits gemachten Annahmen völlig berücksichtigt; außerhalb der Data endlich, welche die Aufgabe enthält, kann der Grund nicht liegen für etwas, was eben aus dieser Aufgabe fließen soll. In Fällen solcher Art wird der logische Gedankengang allemal darin bestehen müssen, die probabelste Annahme zu versuchen, welche der gestellten Forderung genügt. Was unter diesem Ausdruck zu verstehen ist, würde sich allgemein sehr schwer definiren lassen, und ich habe die Behandlung dieser Aufgabe nur unternommen, um durch ein Beispiel die Mängel der allgemeinen Begriffsbestimmung auszugleichen. Die probabelste Annahme wird das festsetzen, was, seinem Begriffe oder seiner Größe nach, als ein Minimum das Verhalten überhaupt noch möglich macht, von dem wir wissen, daß es stattfinden muß, und welches, wenn es unter andern Bedingungen oder mit anderen Nebenbestimmungen, als dieser so gewählten, stattfinden sollte, für diese stets besondere hier eben fehlende Entscheidungsgründe nothwendig machen würde. In unserem Falle muß die Proportion $\varrho\alpha : \varrho\beta = b : a$ überhaupt stattfinden; deshalb kann jenes m nicht Null sein; damit sie aber stattfinde, reicht es hin, $m = 1$ zu setzen, und diesen Werth kann man, seinem Begriffe nach, als das Minimum ansehen, welches der gestellten Forderung genügt, denn jeder größere oder kleinere Werth $m = 2$ oder $m = 1/2$ läßt sich als $m \cdot 1$ betrachten, d. h. als Wiederholungszahl der Einheit, mit deren Verschwinden m selbst und das ganze Verhältniß verschwindet. Die Einheit allein affirmirt das wirkliche Bestehen des verlangten Ver-

hältnisses so, daß eben deshalb jene besonderen Werthe von m als weitere specifische Charakteristiken wirksam hinzutreten können, falls es in der Natur des behandelten Inhalts Gründe gibt, einen dieser Werthe vor dem andern zu begünstigen. Wo es nun, wie hier, diese Gründe nicht gibt, ziehen wir uns auf die jedenfalls nothwendige, deshalb probabelste Annahme m = 1 zurück, welche unter allen Umständen, selbst dann, wenn m einen von der Einheit verschiedenen Werth hätte, zugleich mit diesem Werthe gelten und der verlangten Proportion genügen würde. Machen wir nun diese Annahme und construiren sie, beschreiben wir also von dem Endpunkt α des in der Zeit t nach a zurückgelegten Wegs einen Kreisbogen mit dem in gleicher Zeit nach b zurückgelegten Wege, von β einen Bogen mit dem nach a zurückgelegten Wege als Halbmessern, so schneiden sich beide in der Diagonale des aus a und b gebildeten Parallelogramms, und sowohl die Richtung als die Länge der Resultante ist auf einmal bestimmt.

234. Man wird selten mit unbedingter Gewißheit sagen können, daß in dem gegebenen Inhalt einer Aufgabe, bei dessen Zergliederung man Entscheidungsgründe für eine andere als diese probabelste Annahme nicht gefunden hat, solche Gründe nicht dennoch vorhanden seien und einer sorgsameren Zergliederung sich zeigen würden. Deshalb erspart man sich die Mühe nicht, durch Nebenbeweise entweder von andern Standpunkten aus die gemachte Annahme zu bestätigen, oder apagogisch jede andere durch die Widersprüche, in die sie verwickelt, als unmöglich auszuschließen. Auch diesen Schritt wollen wir noch thun. Es erscheint selbstverständlich, daß die Resultante nie größer als die Summe der Seitenkräfte sein kann; sie erreicht dies Maximum, wenn beide in derselben Richtung auf den Körper wirken, ihr Zwischenwinkel also Null ist. Man hat auch gegen diesen Satz eingewandt, es verstehe sich doch nicht von selbst, daß eine zweite Bewegung b, die zu einer ersten a in gleicher Richtung hinzukommt, sich einfach zu dieser addire; es sei denkbar, daß in der Natur der Bewegung oder in der der Körper, welche sie erleiden, Bedingungen liegen, welche die Resultante auch hier größer oder kleiner als die Summe beider machen könnten. Dieses Bedenken scheint mir unbegründet; vor allem in seiner Anwendung auf den vorliegenden Fall. Wenn zuerst gleichzeitig zwei gleichgerichtete Bewegungen demselben Körper mitgetheilt sind, so ist es lediglich Sache

unserer subjectiven Auffassung, sie noch als zwei zu unterscheiden; sie waren zwei außerhalb des Körpers, weil sie vielleicht von zwei verschiedenen andern Körpern ihm mitgetheilt wurden; es kann auch sein, daß bei dem physischen Acte der Mittheilung von einem Körper zum andern diese Bewegungen etwas verlieren oder gewinnen; aber wir sprechen hier nicht von der Art der Mittheilung, sondern von den Geschwindigkeiten, sofern sie dem zu bewegenden Körper mitgetheilt sind; in diesem Körper, den wir lediglich als bewegliches Substrat, ohne alle eigenthümliche andere Eigenschaften betrachten, setzen sie sich nicht erst zu einer zusammen, sondern sie sind gar nichts anderes, als von Anfang an eine, und die resultirende Geschwindigkeit ist so gewiß die Summe beider, als überhaupt jede Geschwindigkeit eben die ist, die sie ist. Befände sich aber der Körper schon in der Bewegung a, wenn die andere b hinzukommt, so hätte er, wenn dies einen Unterschied begründen sollte, dem Gesetze der Beharrung entgegen in jedem Augenblicke seinen Bewegungszustand ändern müssen; denn ändert er ihn nicht, befindet sich also zur Zeit t in völlig derselben Verfassung, wie zur Zeit t^0, so wird die später hinzukommende Bewegung b sich mit der fortdauernden a ebenso verbinden müssen, wie sie es zur Zeit t^0, also bei gleichzeitigem Beginn mit a, gethan haben würde. Man kann also für sichergestellt ansehen, daß die Resultante R gleichgerichteter Kräfte a und b nur $= a + b$ sein kann. Unmittelbar hilft uns dies freilich nichts zur Beurtheilung des Erfolges von Kräften, deren Richtungen um den Winkel φ divergiren. Indessen ist doch so viel selbstverständlich, daß die Resultante nicht mit der Divergenz wachsen kann; sie wäre sonst am kleinsten für gleichgerichtete Kräfte, für welche sie nach dem Vorigen am größten ist, und am größten für entgegengesetzte, für die sie selbstverständlich am kleinsten sein muß. Da sie nun ebensowenig von der Größe des Winkels φ unabhängig sein kann, so muß sie nothwendig abnehmen, wenn φ wächst, und wir können jetzt für beliebig gerichtete Kräfte sagen, daß ihre Resultante $R \leqq a + b$ ist. Auch dieses noch unbestimmte Ergebniß läßt sich in engere Grenzen durch Anwendung des wichtigen allgemeinen Grundsatzes bringen, daß sachliche Verhältnisse unabhängig sein müssen von den Variationen unseres Erkenntnißverfahrens. Wenn wir auf einen beweglichen Punkt

in demselben Augenblicke verschiedene Momentankräfte in beliebiger Anzahl wirken lassen, so kann der Gesammterfolg, der wirklich entsteht, nur einer sein und kann folglich nicht mit den verschiedenen willkürlich gewählten Reihenfolgen sich ändern, nach denen wir in Gedanken die gleichzeitig wirkenden Bedingungen zunächst paarweis combiniren, um dann wieder die so gefundenen Einzelergebnisse zusammenzusetzen. Es muß also dasselbe herauskommen, wenn wir aus a und b zuerst die Resultante R bilden und dann aus R und — a eine zweite Resultante suchen, oder wenn wir a, b und — a so combiniren, daß a und — a sich selbstverständlich aufheben, worauf uns b als eben diese zweite Resultante übrig bleibt. Es liegt daher im Begriff der Resultante R von a und b, daß man die Seitenkraft b wieder erhalten muß, wenn man R und die in entgegengesetzter Richtung zu ihrer ursprünglichen genommene Kraft a wieder als Componenten verbindet und ihre Resultante nach demselben Gesetz sucht, nach welchem man R aus a und b fand; ebenso wird R und — b zusammengesetzt auf a zurückführen. Und diese Betrachtung gilt allgemein und ganz unabhängig von dem noch unbekannten Gesetze selbst, nach welchem Größe und Richtung einer Resultante von den Größen und dem Winkel der Seitenkräfte abhängt. Hieraus folgt nun, daß von den drei Kräften oder Bewegungen a, b, R jede, unter den angegebenen Umständen, die Resultante der beiden andern, jede also kleiner oder höchstens ebenso groß ist, als die Summe der beiden andern, alle drei sich folglich in ein Dreieck zusammensetzen lassen, das nur im Grenzfall jener Gleichheit in eine gerade Linie zusammenschmilzt. Aber so aufgefunden drückt dieser bekannte Satz nur eine Relation zwischen den Längen von a, b, R aus; wir müssen noch die Winkelverhältnisse klar machen, für welche diese Beziehung gilt. Sind a, b und ihr Zwischenwinkel φ gegeben, so ist die uns noch unbekannte Länge von R an sich völlig bestimmt; für diese gegebenen Elemente gibt es daher nur ein mögliches Dreieck aus a, b und R. Umgekehrt: ist uns ein Dreieck aus den Seiten a, b und R gegeben, so gibt es nur einen Winkel φ der Kräfte a und b, für welchen R die Länge ihrer Resultante ist. In dem Dreieck nimmt R geometrisch, wenn a und b constant sind, mit seinem Gegenwinkel ϱ zu; mechanisch, als Resultante von a und b, nimmt R ab, wenn φ zunimmt; es muß also zwischen dem Dreieck-

winkel ϱ und dem Kräftewinkel φ eine bestimmte Relation bestehen, die wir aufsuchen. In dem Dreieck aus a, b, R hat R nicht die Lage, die es als Resultante haben müßte; alle drei Linien müßten von einem gemeinsamen Scheitel A beginnen, und, was hier als selbstverständlich gelten kann, R innerhalb des Zwischenwinkels von a und b liegen. Nehmen wir also an, zwei Kräfte a und b, zunächst von unbestimmter Größe, hätten wir unter einem beliebigen Winkel φ verbunden; ihre der Größe nach ebenfalls noch willkürlich angenommene Resultante R theile diesen Winkel ganz beliebig, und ihr anderer Endpunkt sei C. Da nun die hier aufzusuchenden mechanischen Verhältnisse von der absoluten Lage im Raum unabhängig sein müssen, so können wir das ganze zusammengehörige System der drei Linien a, b, R zunächst so verschieben, daß der Scheitel A auf C fällt, dann es in der Ebene, in der es enthalten ist, so um C drehen, daß die Kräfte a und b, die wir in dieser neuen Lage a^1 und b^1 bezeichnen wollen, parallel, aber in entgegengesetztem Sinne zu ihrer früheren Lage, von C ausgehen. Dann muß selbstverständlich die Resultante R^1 dieser Kräfte a^1 und b^1 nach Lage und Größe identisch mit R sein, nur daß sie in entgegengesetztem Sinne durchlaufen werden würde. Hierdurch ist nun die Richtung dieser Resultante bestimmt; sie muß die Diagonale eines Parallelogramms sein, welches entsteht, wenn einerseits die Kräfte a und b^1, anderseits b und a^1 entweder einander durchschneiden, oder gerade in einem gemeinsamen Endpunkt zusammentreffen, oder bis zu einem solchen verlängert werden. Sind aber die Längen von a und b gegeben, so ist auch die Länge von R bestimmt, sie muß die dritte Dreieckseite zu a und $b^1 = b$ oder zu b und $a^1 = a$ sein, sie ist also die Diagonale des Parallelogramms, welches aus den Längen der Kräfte selbst gebildet wird. Die Figur zeigt dann, daß der Winkel ϱ, dem R in einem dieser Dreiecke gegenüberliegt, der Nebenwinkel des Winkels der Kräfte, also $\varphi = \pi - \varrho$ ist.

235. Man kann noch apagogisch zeigen, daß jede andere Annahme über das Verhältniß zwischen Componenten und Resultanten unmöglich ist. Setzen wir zunächst voraus, daß eine so zu prüfende Annahme mindestens in der Bestimmung der Richtung von R mit unserer bisherigen Erörterung einverstanden sei, und nur die Größe von R die der Diagonale D übersteigen oder nicht erreichen lasse. Es

sei nun die erste Resultante R_1 aus a und b größer als die Diagonale D_1 des Parallelogramms aus a und b und dem Zwischenwinkel φ, mithin $R_1 = p \cdot D_1$, wo p ein unechter Bruch ist. Setzen wir nun dies R_1 mit der jetzt entgegengesetzt zu richtenden Kraft a unter dem Winkel $\pi - \varphi$ zusammen, so muß die aus ihnen nach derselben Annahme abzuleitende neue Resultante R_2 größer sein, als die aus R_1 und a unter dem genannten Winkel entstehende Diagonale, um so mehr mithin größer als die andere Diagonale D_2, welche aus der Zusammensetzung von $D_1 < R_1$ und a unter demselben Winkel $\pi - \varphi$ entspringen würde. Diese Diagonale D_2 aber ist nach rein geometrischen Gründen, die von allen mechanischen Annahmen unabhängig sind, nichts anderes als die gegebene Kraft b; folglich würde $R_2 > b$ sein, während es nach den früher gemachten Bemerkungen $= b$ sein müßte. Setzen wir nun R_2 nochmals mit dem gegebenen a unter dem Winkel φ zusammen, so müßte die hieraus zu berechnende Resultante R_3 nach den letztgedachten Bemerkungen $= R_1$ sein; nach der gemachten Annahme dagegen wäre sie, für den Winkel φ, $= p$ mal der Diagonale, die unter diesem Winkel aus R_2 und a entstände; da nun $R_2 > b$, so ist auch diese Diagonale größer als die D_1, die unter gleichem Winkel aus a und b entstand; möge sie $q D_1$ sein, so ist jetzt $R_3 = qp \cdot D_1$, also q mal so groß, als R_1 war. So führt die gemachte Voraussetzung, die Resultante sei größer als die Diagonale, zu dem widersinnigen Ergebniß, daß sie immer größer wird, je öfter wir diesen Turnus ihrer Berechnung wiederholen; die andere Annahme, sie sei kleiner als die Diagonale, also p und q echte Brüche, würde zu einer ebenso unmöglichen Verkleinerung führen. Sollte dieser apagogische Beweis vollständig sein, so müßte er noch zeigen, daß auch die Annahme einer Resultante von gleicher Länge mit der Diagonale aber anderen Winkeln mit den gegebenen Kräften, einen ähnlichen Widersinn, nämlich fortschreitende Drehung ihrer Richtung, je öfter man sie berechnete, erzeugen würde; endlich dürfte man sich drittens den Nachweis nicht ersparen, daß es auch keine Combination dieser Annahme gibt, in welcher die falschen Folgen der einen durch die der andern ausgeglichen würden. Wie die Sache liegt, reicht aber die Angabe dieser logischen Forderungen hin; ihre weitläufige Erfüllung dürfen wir uns ersparen.

236. Operationen der Zusammensetzung lassen sich immer zu

einem Ende führen, nämlich eben zu dem, das in jedem Falle entstehen wird; Operationen der Zerlegung dagegen setzen ein Ziel voraus, zu dem gekommen werden soll, ohne daß schon feststeht, ob der zu zerlegende Stoff aus einer Zusammensetzung entstanden ist, welche diese Wiederzergliederung möglich macht. Schon in der reinen Mathematik führen daher die inversen Operationen zu Schwierigkeiten, denen die directen nicht ausgesetzt sind; ähnliche Bedenken erweckt die häufig ausgeführte Zerlegung gegebener Kräfte in Componenten, deren Zusammensetzung, wenn sie gegeben wären, keinen Zweifel erregen würde. Man kann fragen: da jede Kraft in unzählige Paare von Componenten zerlegbar ist, worauf beruht nun das Recht zu erwarten, daß eine von uns willkürlich gewählte Zerfällung eine reelle Gültigkeit im Zusammenhang der Thatsachen haben werde, die in der behandelten Aufgabe vorkommen? Im Allgemeinen ist dieser Zweifel leicht zu heben. Denn in der wirklichen Ausübung dieser Zerfällung wählt man die eine Componente immer in einer Richtung, nach welcher man Widerstände oder entgegengesetzt wirkende Kräfte voraussieht oder als gegeben kennt; man bedarf daher der Zerlegung überhaupt nur zur bequemen Formulirung der Rechnung; was man wirklich vornimmt, ist eine Zusammensetzung; die gegebenen Gegenkräfte oder Widerstände W verbindet man mit der gegebenen Kraft F, und die Resultante hieraus ist identisch mit derjenigen, welche aus dem unaufgehobenen Reste der einen Componente von F und dem ganzen Betrag der andern, die keinen Widerstand erführe, entstehen würde. Eine wirkliche Schwierigkeit entspringt aber dann, wenn die Richtung des Widerstandes selbst nicht unmittelbar gegeben ist, und man versucht, wie mir scheint, nicht überzeugend, den hier zu befolgenden Grundsatz selbst durch eine Anwendung des Zerlegungsgesetzes zu gewinnen. Ich spreche von der Annahme, daß eine Ebene nur in normaler Richtung Widerstand gegen eine ihr mitzutheilende Bewegung leiste, deren Richtung mit ihr selbst einen Winkel φ bildet. Es ist ganz leicht zu zeigen, daß diese Bewegung sich allemal in zwei zerfällen läßt, deren eine, parallel mit der Ebene, keinen Widerstand findet, weil sie auf die Ebene nicht einwirkt, während die andere, senkrecht auf die Ebene, durch den Widerstand derselben aufgehoben wird, oder doch Widerstand erfährt. Wie wenig man aber ein Recht hat, diese Zerfällung hier, als durch die Natur der Sache geboten, vor-

zunehmen, wird aus folgender Ueberlegung erhellen. Der bewegte Körper sei eine völlig glatte Kugel und bewege sich unter dem Winkel φ gegen die völlig glatte absolut widerstehende Ebene E, so wird die Berührung nur in dem geometrischen Punkte p stattfinden, dem wir dieselbe unbedingte Widerstandskraft, wie allen andern Punkten von E, gleichviel auf welche Weise hergestellt, zuzuschreiben haben würden. Was nun bei dem hier herauskommenden Erfolge alle diese übrigen Punkte von E zu thun haben, ist nicht erfindlich; man denkt zwar an sie mit, wenn man von der Ebene E spricht; da sie aber nicht berührt werden, so können sie auch unmittelbar zu dem Widerstande nichts beitragen, und man könnte sie, für den abzuleitenden Erfolg, völlig hinwegdenken, ohne dadurch die Bedingungen geändert zu haben, von denen dieser abhängig sein soll. Thun wir dies aber und behalten den Punkt p allein, so wird der Satz von dem senkrechten Widerstande unmöglich, weil er bedeutungslos wird; denn auf dem Punkt p ist entweder keine oder jede der Linien normal, die nach irgend einer Richtung von ihm ausgehen. Ein anderer Grundsatz aber scheint einleuchtend: gewiß wird p, wenn es widersteht, nach derjenigen Richtung hin widerstehen, aus der die Bewegung kommt, der widerstanden werden soll; zu einer Wirkung nach irgend einer andern Richtung hin gibt es zunächst keinen erdenklichen Grund. Wäre daher in unserem Beispiel p völlig fest und ginge im Augenblick der Berührung die den Punkt p und die Richtung der Bewegung enthaltende Linie l nicht durch den Mittelpunkt der Kugel, so würde p die Bewegung des Massenfadens ganz aufheben, der in dieser Linie l läge; für die übrige Masse der Kugel, deren Bewegung hierdurch nicht aufgehoben wäre, entstände dann ein Drehungsmoment, in Folge dessen sie um den Punkt p herumschwenkte. Diese Folgerung, daß der Widerstand in der Richtung der Bewegung stattfinden müßte, läßt sich auch dadurch nicht abwenden, daß man sich den bewegten Körper prismatisch gestaltet, vielleicht als einen Würfel denkt, dessen Seitenfläche, während die Richtung seiner Bewegung mit E den Winkel φ bildet, dieser Ebene parallel bleibt. Allerdings findet dann eine Berührung zweier Ebenen statt; aber doch wird jeder Punkt des berührten Theils von E auch jetzt dem berührenden Punkt der Würfelfläche nur nach dem vorigen Grundsatze, also in der Richtung φ widerstehen können; damit es anders sei, müßte man nachweisen, daß auf die Rich-

tung des Widerstandes, den der Punkt p leisten wird, die Gegenwart der benachbarten Punkte q r s der Ebene E einen mitbestimmenden Einfluß hat; so allein käme die Ebene sachlich zur Mitwirkung, von der man bisher sprach, ohne von ihr zur Ableitung des Resultats Gebrauch zu machen. Und nun ist wohl deutlich, daß man diesen Nachweis niemals erbringen wird, so lange man E als geometrische Ebene ansieht, ohne physische Masse und doch mit dem Attribut der Widerstandsfähigkeit ausgerüstet. Es reicht nicht einmal hin, E als Grenzfläche eines trägen Massenvolums zu betrachten; man ist genöthigt, eine physikalische Hypothese über die Kräfte hinzuzufügen, mit der die Masse ihren Raum zu behaupten sucht. Man wird daher der Ebene E eine Dicke geben müssen; die Berührung wird nicht nur in einem Punkte stattfinden, sondern der bewegte Körper wird wirklich entweder bis zu gewisser Tiefe eindringen und dann durch den Widerstand aller verschobenen Massenpunkte zurückgedrängt werden, oder, ohne zur Berührung zu kommen, schon aus der Entfernung die zurückstoßenden Kräfte der in E vereinigten Massen erfahren. Von diesen Kräften aller Massenpunkte müßte sich dann nachweisen lassen, daß sie nach allen andern Richtungen einander aufheben, nach der Normalen auf der Grenzfläche allein sich summiren, und so den Widerstand zusammensetzen, welcher die in dieser Normalen entgegengesetzt gerichtete Componente der ankommenden Bewegung aufhebt. Auch ist die Nothwendigkeit, zu einer Voraussetzung dieser Art zurückzukommen, durchaus nicht zu verwundern; wie Bewegung überhaupt nur an einem Realen, nicht an einem Punkte oder einer Linie vorkommen kann, so darf man noch weniger Widerstände berechnen wollen, ohne das in Betracht zu ziehen, was allein widerstehen kann, die physischen Kräfte der wirklichen Körper; Flächen als Flächen und Linien als Linien durchschneiden einander immer ohne Widerstand.

237. In dem eben behandelten Falle führte eine sehr scheinbare Annahme, die Zerfällung einer Bewegung, zu einem richtigen Resultate, dessen Bedingungen gleichwohl ganz anderswo lagen; es gibt andere Fälle, wo eine richtige, obwohl nicht ganz vollständige Voraussetzung zu scheinbar falschen Resultaten treibt, deren Triftigkeit sich indessen durch Interpretation retten läßt. Ein schwerer Stab von der Länge 2a und dem Gewicht p sei gegen eine völlig glatte Verticalwand gelehnt und

bilde mit der völlig glatten Horizontalebene, auf der er steht, den Winkel φ. Er wird nothwendig herabsinken, wenn man nicht seinem Fußpunkt, der auf der Horizontalebene sich von der Wand zu entfernen sucht, einen Widerstand entgegensetzt. Die Größe dieses Widerstandes, oder was gleich gilt, des Schiebdruckes S, welchen der gleitende Stab gegen ihn ausübt, findet sich $S = \frac{p}{2} \cdot \text{cotg.}\, \varphi$. Steht der Stab senkrecht, $\varphi = 90^0$, so ist cotg. φ und also auch $S = 0$; der Stab balancirt frei über seinem Fußpunkt, übt gar keinen horizontalen Schiebdruck, bedarf keines Widerstandes, und die Verticalwand ist überflüssig. Nimmt φ ab, neigt sich also der Stab, so nimmt cotg. φ und mit ihr der Schiebdruck zu; wird aber $\varphi = 0$, wenn der Stab horizontal auf dem Boden liegt, so gibt die Formel den Schiebdruck unendlich groß, während die einfache Betrachtung der Sachlage zeigt, daß er gleich Null sein muß. Dieser anscheinende Widerspruch ist leicht zu heben. Als man nämlich die Aufgabe stellte, dachte man sich freilich eine zusammenhängende widerstandsfähige Horizontalebene, die vom Fußpunkt des Stabes bis zur Verticalwand reichte, aber in die kleine Rechnung, die zu der Formel $S = \frac{p}{2}\, \text{cotg.}\, \varphi$ führte, ist dieser Theil der Annahme gar nicht mit eingegangen; hier dachte man immer blos an den einen Fußpunkt, welcher das Gewicht der Stange zu tragen hatte; zwischen ihm und der Verticalwand lag nichts, worauf diese Rechnung Rücksicht genommen hätte. Oder anders ausgedrückt: die allgemeine Formel behandelt die beiden Wände blos als geometrische Orte, von denen für jeden zu berechnenden Einzelfall nur je zwei um die Länge 2a von einander abstehende Punkte, auf welche die hier in Frage kommenden Kräfte wirken, in Betracht kommen. Bleiben wir nun bei dem, was die Rechnung enthält, so befindet sich in dem Augenblicke, wo $\varphi = 0$ wird, zwischen dem Fußpunkt des Stabes und der Verticalwand eine Lücke, die der Länge desselben gleich ist, und durch diese wird er, da keine senkrechte Kraft seinem Gewichte entgegenwirkt, hindurchfallen. Einen Schiebdruck S übt er dann freilich nicht mehr; aber S bedeutete nicht blos diesen Druck, sondern auch die horizontale Kraft, welche zunächst ihn selbst aufhebt, dann aber auch das einzige Hinderniß bildet, das überhaupt das Herabgleiten des Stabes in die horizontale Lage

verhütet, in welcher sein Gewicht keinen Widerstand mehr erfährt. Daß nun S unendlich wird für $\varphi = 0$, bedeutet: eine horizontal nach der Verticalwand wirkende Kraft müßte unendlich groß sein, wenn sie das Hindurchfallen des Stabes durch die offene Lücke verhindern sollte; mit andern Worten, da unendliche Kräfte nicht vorkommen: es gibt keine horizontale Kraft, die diesen Erfolg haben könnte. Man wird sich nicht dadurch irren lassen, daß die Praxis ihn gleichwohl oft durch Klemmungen in horizontaler Richtung erreicht; denn sie erreicht ihn dann durch die Rauhigkeit der Oberflächen, mit denen die klemmenden und der geklemmte Körper einander berühren, und durch die Zusammendrückbarkeit des letztern, die ihm durch kleine Formänderungen vorher nicht vorhandene Stützpunkte verschafft.

238. Ich füge noch ein mathematisches Beispiel zur Verdeutlichung unserer allgemeinen methodischen Anweisungen hinzu. Der Taylorsche Lehrsatz sucht den Werth $F(x+h)$ zu bestimmen, welchen eine Function von x, Fx dann annimmt, wenn die veränderliche Größe x von dem Endwerthe an, den sie in Fx besaß, bis zu dem neuen Werthe $x+h$ anwächst. Zu möglichster Einfachheit der Darstellung unterwerfe ich diese Aufgabe einigen Beschränkungen, von denen es hier viel zu weitläufig wäre, zu untersuchen, ob sie überflüssig sind. Ich denke Fx in Gestalt eines analytischen Ausdrucks gegeben, welcher die mathematischen Operationen oder Relationen anzeigt, aus welchen, für jeden bestimmten Werth von x, bestimmte Werthe der Fx fließen; ich nehme an, daß diese Werthe von Fx endlich bleiben für jeden Werth des x von o bis $x+h$, und daß sie stetig wachsen für die stetigen Zunahmen des x durch dieses Intervall. In der so bestimmten Aufgabe liegt, wenn sie in allgemeiner Form lösbar sein soll, unmittelbar die Voraussetzung, das Wachsthum der Function von ihrem Werthe Fx bis zu dem neuen $F(x+h)$ werde ganz nach demselben Bildungsgesetze erfolgen, nach welchem jener frühere Werth selbst, Fx, entstanden ist, während x von o an bis zu seinem damaligen Endwerthe x anwuchs, und zwar werde diese Gleichheit des Bildungsgesetzes für jeden unendlich kleinen Zuwachs dh, um welchen die Function jetzt zunimmt, gerade so gelten, wie für jedes unendlich kleine dx, um welches sie vorher zugenommen hatte. Hieraus folgt, daß beide Werthe der Function, zunächst aber Fx, sich durch die Summe einer unendlichen

Reihe muß ausdrücken lassen, deren jedes Glied die Zunahme anzeigt, welche in Folge einer Zunahme des x um je ein dx stattfindet. Bestände nun die Natur der Fx darin, für jede kleinste Zunahme des x, also für jedes dx um dieselbe constante Größe m · dx zuzunehmen, so würde ihr Gesammtwerth am Ende die Summe einer unendlichen Reihe gleicher Glieder von der Form m dx sein; die Anzahl dieser Glieder wäre ebenso unendlich groß als die Anzahl der dx, in welche man sich den Endwerth von x getheilt, oder aus deren Ansammlung man ihn entstanden denken will; die Summe der Reihe ist das Integral $\int m\,dx = mx$. Hängt dagegen der Zuwachs der Fx für jedes dx von dem Werthe ab, den das wachsende x bis zum Eintritt dieses dx bereits erreicht hat, so muß, wenn die gesuchte Formel für jedes endliche x und h gelten soll, die jetzt anzunehmende Reihe aus lauter gleichgebauten Functionen von x bestehen, welche sich der Ordnung nach auf die stetig zunehmenden Werthe von x beziehen; nennen wir diese Function fx oder f^1x, so ist $Fx = \int f^1x \cdot dx$. Nichts hindert nun, auf f^1x dieselben Betrachtungen wiederholt anzuwenden, die wir über Fx anstellten; bezeichnet jetzt x in f^1x einen bestimmten Werth von den vielen, welche x annehmen kann, so läßt sich auch f^1x als Summe einer Reihe fassen, deren unendlich viele gleichgebauten Glieder die Zunahmen angeben, um welche, für jedes dx, die f^1x bis zu ihrem, jenem Werthe des x entsprechenden, Endwerthe anwuchs; man hat dann auch $f^1x = \int f^2x \cdot dx$ und allgemein $f^m x = \int f^{m+1} x \cdot dx$. Auf welche Weise aus einer gegebenen Function, Fx, diese ihre abgeleiteten Functionen verschiedener Ordnung, f^1x, f^2x, f^mx, und aus diesen rückwärts jene zu gewinnen ist, setzen wir als bekannte Lehren der Infinitesimalrechnung voraus.

239. In diesen Vorbemerkungen liegt eigentlich schon die Auflösung unserer Aufgabe; ich führe sie jedoch noch auf folgenden einfachen Gedankengang zurück, der zugleich eine andere logische Verfahrungsweise verdeutlichen mag.

1. Selbstverständlich ist $F(x+h)$ gleich der Summe ihres früheren Werthes Fx und der positiven oder negativen Zunahme R_1, welche Fx in Folge des Wachsthums der Variablen x von x bis $x+h$ erfahren hat. Zur Bestimmung des Werthes von R_1 machen wir die einfachste Annahme: für jedes der dh, durch deren Aufeinander-

folge h entsteht, wachse Fx um dieselbe Größe m_1 dh; dann ist $m_1 \int dh = m_1 \cdot h$ der Werth von R_1 oder der Gesammtzuwachs von Fx. Dies m_1 ist nicht unbestimmbar. Denn wenn die Zunahme der Fx, wie wir immer voraussetzen, einzig von der eignen Natur dieser Function abhängen soll, so muß ihr gegebener Werth Fx auf dieselbe Weise entstanden sein, auf welche jetzt die weitere Vergrößerung desselben erfolgen soll; während also x alle Werthe von o bis x durchlief, mußten schon damals für jedes dx dieselben Zunahmen der sich erst bildenden Function entstehen, welche jetzt für jedes dh zu der gebildeten hinzukommen, denn in nichts als in der Bezeichnung unterscheidet sich dx von dh. Nun läßt allgemein Fx sich als die Summe einer stetigen Reihe betrachten, deren allgemeines Glied durch $f^1x \cdot dx$ und deren letztes durch denselben Ausdruck dargestellt wird, wenn man unter x den bestimmten Endwerth versteht, den die Variable x in Fx erreicht. Für jedes dx wächst diese Reihe um $f^1x \cdot dx$; diese Größe, f^1x, muß constant und $= m_1$ sein, wenn das Wachsthum der Fx bis zu ihrem gegebenen Endwerth in derselben Weise stattgefunden haben soll, wie über diesen hinaus bis $F(x+h)$. Für jedes dh nimmt daher Fx um $f^1x \cdot dh$ zu, und die Summe oder das Integral dieser elementaren Zunahmen, also $h \cdot f^1x$, ist der gesuchte Werth von R_1. Die Annahme, die wir hier machten, f^1x sei constant und $= m_1$, braucht nicht zuzutreffen; aber da die allgemeine Formel die Fälle, in denen sie zutrifft, mit enthalten muß, so kann dies gefundene zweite Glied als bleibender Bestandtheil derselben gelten.

2. Trifft nun diese erste Annahme nicht zu, so ist doch immer $F(x+h) = Fx + h \cdot f^1x + R_2$, wenn wir unter R_2 die positive oder negative Ergänzung verstehen, welche zur Ausmessung des wahren Werthes der Function noch nöthig ist. Da es dieses neuen Zusatzes nur bedarf, weil Fx nicht für jedes dh oder dx um denselben Betrag wächst, weil also f^1x keine constante Größe, sondern von dem jedesmal erreichten Werthe der Variablen x abhängig ist, so bedeutet in dem zweiten Glied $h \cdot f^1x = R_1$ unserer Formel f^1x jetzt nur noch den festen Einzelwerth, den die nun veränderlich zu denkende allgemeine Function f^1x für den Endwerth x der Variablen x oder den Nullwerth der Variablen h besitzt. Nur dann können wir daher dies zweite Glied, $h \cdot f^1x$, beibehalten, wenn wir zu jedem der Glieder $f^1x \cdot dh$,

deren Summe es ist, die Zunahme hinzufügen, welche der in ihm enthaltene Endwerth von f^1x noch weiter für jeden Zuwachs dh der Variablen h erfährt. Für diese Zunahme machen wir wieder die einfachste Annahme: sie sei dieselbe für jedes dh und $= m_2 dh$. Auch dieses m_2 ist bestimmbar. Denn wieder: wenn unsere Annahme gültig sein soll, so muß sie auch auf Fx zurückwirken; nach demselben Gesetz, nach welchem jetzt diese Function sich vergrößern soll, muß sie auch entstanden sein; die Zunahme der f^1x muß für jedes dx dieselbe und $= m_2 dx$ gewesen sein. Nun ist f^1x die Summe einer stetigen Reihe, deren allgemeines Glied $f^2x \cdot dx$ ist; um eben diesen Betrag nimmt also diese Reihe, oder ihre Summe f^1x, stets zu für jeden Zuwachs des x um ein dx; unsere Bedingung ist daher erfüllt, wenn wir f^2x constant und $= m_2$ setzen; dann nimmt Fx über ihren gegebenen Werth hinaus in derselben Weise zu, in welcher sie sich bis zu ihm hin vorher gebildet hatte. Ihr ganzer Zuwachs ist dann die Summe zweier Reihen; die erste von diesen besteht aus lauter gleichen Gliedern $f^1x \cdot dh$ und ihre Summe ist $= R_1$; die zweite, welche R_2 vorstellt, enthält wachsende Glieder; das erste derselben, $f^2x \cdot dh$, stellt die erste neue Zunahme vor, welche Fx erfährt, wenn der vorige Endwerth x der Variablen x um das erste dh wächst, oder die Variable h, von o an wachsend, ihren ersten Werth dh erreicht; jedes folgende $(n+1)$te Glied fügt denselben Zuwachs $f^2x \cdot dh$ zu dem fortbestehenden Werthe des nten Gliedes hinzu; $h \cdot f^2x \cdot dh$ ist daher das allgemeine Glied dieser zweiten Reihe, das wir als Ergänzung zu dem allgemeinen der ersten hinzuzufügen haben. Die Gesammtzunahme der Fx ist daher die Summe der stetigen Reihe $(f^1x + hf^2x)\,dh$, oder $h \cdot f^1x + \frac{h^2}{1 \cdot 2} \cdot f^2x$; das zweite Glied dieses Ausdrucks ist der gesuchte Werth von R_2.

3. Wäre die Natur einer gegebenen Function Fx so beschaffen, daß auch diese zweite Annahme nicht hinreichte, um ihr Wachsthum zu erschöpfen, so würden wir doch immer die gefundenen Glieder unserer Formel beibehalten können, wenn wir ein neues R_3 hinzufügten, welches sie ergänzte. Zur Bestimmung dieses neuen R_3 würden wir denselben Gedankengang wiederholen. Wir können seiner nur bedürfen, weil auch f^2x nicht constant, sondern von dem jedesmal erreichten Werthe von x abhängig ist und mit ihm zunimmt. Nehmen wir an,

daß doch diese Zunahmen wenigstens constant für jedes dh und $= m_3 \cdot dh$ sind. Drücken wir dann f^2x als Summe einer stetigen Reihe aus, deren allgemeines Glied $f^3x \cdot dx$ ist, so haben wir nur f^3x constant und $= m_3$ zu setzen, damit unsere allgemeine Bedingung erfüllt und Fx bis zu diesem ihrem gegebenen Endwerth ebenso gewachsen sei, wie sie nun über ihn hinaus zunehmen soll. Nun war das dritte Glied R_2 unserer Formel die Summe einer stetigen Reihe, deren allgemeines Glied $h \cdot f^2x \cdot dh$ ist; bilden wir daher eine zweite Reihe, die Zusätze enthaltend, durch welche R_2 zu ergänzen ist, so ist $h \cdot f^3x \cdot dh$ die Zunahme, um welche jedes $(n+1)$te Glied dieser zweiten Reihe größer sein wird, als das nte; folglich ist $\int h \cdot f^3x\, dh$ oder $\frac{h^2}{1 \cdot 2} \cdot f^3x$ das allgemeine Glied dieser Reihe R_3. Man erhält daher den zweiten und dritten Zuwachs von Fx, wenn man die stetige Reihe summirt, deren allgemeines Glied jetzt $[h f^2x + \frac{h^2}{1 \cdot 2} \cdot f^3x]\, dh$ ist, und findet also

$$R_2 + R_3 = \frac{h^2}{1 \cdot 2} \cdot f^2x + \frac{h^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot f^3x.$$

4. Es ist unnütz, dies Verfahren fortzusetzen; man bemerkt leicht, daß unter beständiger Wiederholung der hier gemachten Voraussetzungen die gesuchte Formel die bekannte Gestalt der Taylorschen Reihe annehmen wird:

$$F(x+h) = Fx + \frac{h}{1} \cdot f^1x + \frac{h^2}{1 \cdot 2} \cdot f^2x + \frac{h^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot f^3x \cdots + \frac{h^m}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots m} \cdot f^mx + R_{m+1}$$

Aber diese Formel würde wenig Werth haben, wenn wir die Voraussetzungen eben, auf denen sie beruht, nicht als ausschließlich zulässige rechtfertigen könnten. Unzweifelhaft logisch richtig, aber so richtig, wie die unnützeste aller Tautologien, würde sie dann sein, wenn sie blos sagen wollte, jede Größe M lasse sich allemal durch eine Reihe ganz beliebig angenommener Glieder ausdrücken, sobald man sich vorbehalte, ein Restglied R hinzuzufügen, das alle Irrthümer wieder gut zu machen bestimmt sei, die man durch Gleichsetzung des M mit jener Reihe begangen hatte. Einen brauchbaren Sinn enthält die Formel erst dann, wenn man eines solchen corrigirenden Restgliedes nicht bedarf, wenn

sich also nachweisen läßt, daß der Werth von $F(x+h)$ entweder durch eine endliche Anzahl der entwickelten Glieder oder durch eine zwar unendliche, jedoch zur Summirbarkeit convergente Reihe derselben vollständig ausgedrückt werden kann. Woher aber erfahren wir, daß dies der Fall ist? Daraus, daß für eine gegebene Function Fx eine ihrer abgeleiteten Functionen, $f^m x$, bei wirklicher Berechnung zu Null wird, die Reihe also vor dem Gliede abbricht, welches sie enthält, daraus allein folgt selbstverständlich doch nur, daß es keinen ferneren Zuwachs von Fx gibt, der durch weitere Entwicklung dieser einmal angenommenen Gliederreihe erreicht werden könnte; daß aber überhaupt keine andere Zunahme vorkommen könne, würde den Nachweis voraussetzen, daß eben diese Berechnungsweise alle Zunahmen umfassen müsse, welche Fx ihrer Natur nach erfahren kann. Diesen Nachweis nun glauben wir jetzt nicht mehr besonders liefern zu müssen; er liegt in der von uns gemachten Voraussetzung, daß Fx sich unter keiner andern Bedingung, als der der stetigen gleichförmigen Zunahme von x vergrößere, und daß ihr mathematischer Bau für jeden der erreichten Werthe von x derselbe bleibe. Wächst dann eine Function dergestalt, daß sie für jedes dh dieselbe constante Zunahme erfährt, zugleich aber jedes auf diese Weise in sie eintretende dh der Ausgangspunkt einer neuen constanten Zunahme wird, so entsteht als Ausdruck ihrer Gesammtzunahme durch das Intervall h eine unendliche Reihe, in deren Gliedern die einen Factoren $h, \frac{h^2}{1 \cdot 2}, \frac{h^m}{1 \cdot 2 \cdots m}$ ihrer Form nach nur von dieser allgemeinen Form des Wachsthums abhängig und daher für alle Functionen gleichgestaltet sind. Damit diese Reihe aber das specifische Wachsthum jeder bestimmten Function im Unterschied von dem einer andern angebe, treten die andern Factoren, $f^1 x$, $f^2 x$, $f^m x$, zu diesen allgemeinen Factoren so hinzu, daß jeder von ihnen die besondere von der Natur der gegebenen Fx jedesmal erst abhängige Größe der ersten zweiten dritten oder $m$ten Zunahme angibt, die für jedes dh stattfindet; die Reihe bricht, als vollständiger Ausdruck für $F(x+h)$, dann ab, wenn einer dieser Factoren verschwindet. Die entwickelten Glieder unserer oben angeführten Reihe waren daher nicht willkürlich angenommen; sie suchten $F(x+h)$ nicht nach einem Maßstab zu messen, der der Natur dieser Function fremd gewesen wäre, sondern nach dem,

den sie selbst und die Natur ihres vorausgesetzten Wachsthums darbot; ist nach diesem Maßstab der Werth von $F(x+h)$ durch eine endliche oder durch eine summirbare unendliche Gliederzahl ausdrückbar, so kann es keinen aus anderer Quelle herrührenden Zuwachs geben, der diesem Resultate hinzuzufügen wäre. Denn wie auch eine Function wachsen möge, vorausgesetzt nur, daß sie in keiner Strecke ihres Wachsthums neu eintretenden äußern Bedingungen unterliege: durch die beständige Wiederholung der von uns gemachten Annahmen, zuerst einer constanten Zunahme, dann einer constanten positiven oder negativen Zunahme dieser Zunahme, dann durch eine neue constante positive oder negative Zunahme dieser zweiten Zunahme und so fort, wird man den Gesammtwerth des erfolgten Zuwachses ebenso gewiß erschöpfen, als man durch passend gewählte Epicyclen jede krummlinige Bahn, oder durch eine unendliche Reihe positiver und negativer Potenzen der Zehn, jede Irrationalzahl darstellt. So aufgefaßt, als bloße Definition des Wachsthums, bleibt die Reihe logisch gültig auch dann, wenn sie, für eine nachweisbar endliche Zunahme der Function, durch Divergenz mathematisch unbrauchbar wird. Bliebe sie es nicht, so könnte auch dann, wenn man durch Umformung der Function ohne Aenderung ihres Inhalts die Bedingungen der Convergenz wieder herstellt, das nach ihr berechnete Resultat nur als thatsächlich zutreffend, falls man dies nachweisen könnte, aber nicht im Voraus als selbstverständlich und nothwendig richtig angesehen werden; jene Umformung dient nur, das an sich Gültige in die Grenzen der Berechenbarkeit zu bringen.

Sechstes Kapitel.

Beweisfehler und Dilemmen.

240. Schon Aristoteles bemerkte, daß aus falschen Prämissen folgerecht wahre Schlußsätze fließen können. In der That: jeder Lappländer, versichert uns die erste Figur, ist geborner Dichter, Homer war Lappländer, darum auch Dichter; die zweite: alle parasitischen Pflanzen blühen roth, aber keine Rose thut dies, mithin sind Rosen nicht Schmarozerpflanzen: die dritte: Metalle leiten die Electricität nicht, auch sind

sie alle unschmelzbar, es gibt also unschmelzbare Stoffe, welche Nichtleiter für Electricität sind. Auch ändert sich hieran nichts, wenn wir die Lappländer mit Griechen, das Rothblühen mit Explodiren vertauschen und die Metalle durch Gläser ersetzen, Umformungen, durch welche je eine Prämisse zur Wahrheit wird; noch weniger wird natürlich der richtige Schlußsatz ausbleiben, wenn wir einen Mittelbegriff einsetzen, durch den sie beide gültig werden. Man findet daher allgemein: so oft man Subject S und Prädicat P eines ganz richtigen Satzes T und einen völlig willkürlich gewählten Mittelbegriff M so in zwei Prämissen zusammenstellt, wie es die Regeln einer aristotelischen Figur verlangen, so ist T allemal die nach dieser Figur folgerichtige Conclusion aus den so gebildeten Vordersätzen. Den Grund dieses Verhaltens begreift man, wenn man gar keinen bestimmten Mittelbegriff ersinnt, sondern sich mit dem bloßen Zeichen M begnügt: alle M sind Dichter, Homer war ein M; alle parasitischen Pflanzen sind M, die Rosen sind nicht M; alle M sind Nichtleiter, alle M sind unschmelzbar. Diese schematischen Prämissen sagen dann, in welchen Verhältnissen S und P zu irgend einem Mittelbegriff stehen müssen, wenn ihre Verbindung zu dem Schlußsatz SP gültig sein soll; sie sagen zugleich umgekehrt, daß der Satz SP immer gültig sein muß, wenn sich irgend ein M auffinden läßt, zu welchem S und P in den geforderten Beziehungen stehen. Hätte man dieses M glücklich gefunden, wären also beide Prämissen gültig, so würde SP nun nicht blos thatsächlich, sondern nothwendig gültig sein; ließe sich jemals nachweisen, daß es gar kein M gibt, zu dem S und P diese Beziehungen haben könnten, so wäre die Unmöglichkeit des Satzes SP sicher, denn er könnte dann nicht einmal blos thatsächlich in einer Erfahrung vorkommen; hat man aber sich nur in der Wahl des M vergriffen, sind also die angenommenen Prämissen ungültig, so hindert nichts, daß es irgend ein anderes M gebe, durch dessen Einsetzung die Prämissen richtig, mithin auch SP nothwendig gültig wird; ist endlich SP ungültig, so muß etwas in den Prämissen nothwendig falsch sein, aus denen folgerecht seine Gültigkeit fließen würde. Fassen wir zusammen: nicht die Wahrheit eines Satzes T, sondern nur unsere Einsicht in diese Wahrheit hängt, dann wenigstens, wenn T nicht Inhalt unmittelbarer Wahrnehmung ist, von der Richtigkeit der Prämissen ab, aus denen wir T ableiten; beweisen

wird daher T nur aus richtigen Prämissen, bestehen kann aber begreiflich seine Wahrheit trotz aller Irrthümer unseres Nachdenkens über sie, und kann selbst folgerecht aus materiell völlig falschen Prämissen geschlossen werden. Dies mußte erwähnt werden, denn es gehört selbst zu den häufig begangenen logischen Fehlern, den Nachweis der Falschheit eines Beweises für T für einen Beweis der Ungültigkeit des schlecht bewiesenen T selbst, oder kurz: die Widerlegung eines Beweises für Widerlegung der Sache auszugeben.

241. Gültig, so fanden wir, ist ein Satz T immer, wenn er aus gültigen Prämissen folgerecht fließt; bewiesen aber doch erst dann, wenn zugleich die gültigen Prämissen unabhängig von ihm selbst sind. Wir bilden daher einen richtigen Schluß, aber einen untriftigen Beweis, wenn wir in die Prämissen entweder unter veränderter Form T selbst oder einen andern Satz T^1 aufnehmen, der nur unter Voraussetzung der Gültigkeit von T gelten kann. So ausgedrückt scheint dieser Fehler, die petitio principii oder der circulus in demonstrando, leicht vermeidbar; er ist es gar nicht, namentlich dann nicht, wenn der Beweis nur in einer längeren Schlußkette und nur theilweis durch Verknüpfung von Begriffen, theilweis durch Benutzung von anschaulichen Constructionen geführt wird; um unter solchen Umständen formell richtig zu T zu gelangen, reicht häufig die Voraussetzung einer mittelbaren und entfernten Folge von T hin, die man sehr leicht für eine unabhängige zum Beweise des T benutzbare Wahrheit verkennen kann. Fruchtbare Regeln zur Vermeidung dieses Irrthums gibt es darum nicht; nur vielleicht ist nützlich zu erinnern, wie leicht zu ihm der Versuch verleitet, direct und progressiv Sätze zu beweisen, die für unsere Erkenntniß ein Letztes und Unableitbares enthalten, sei es eine Denknothwendigkeit oder eine allgemeine Thatsache der Wahrnehmung; für diese Fälle passen die apagogischen und regressiven Beweisformen.

242. Verwandt mit diesem ersten Fehler, oft nur nach subjectiver Schätzung von ihm unterscheidbar, ist der zweite, das Hysteronproteron. Wir begehen es, wenn wir einen Satz, der des Beweises fähig und bedürftig ist, zum Ableitungsgrund eines andern machen, der des Beweises nicht bedarf, umgekehrt aber sich zum Beweisgrund für jenen eignen würde. Gottes Wille, sagt man, sei heilig, die sittlichen Gebote unseres Gewissens der Ausdruck des göttlichen Willens in uns,

darum auch sie heilig und verpflichtend. Man wird einwenden müssen: wenn die verpflichtende Kraft und Heiligkeit der sittlichen Gebote nicht unmittelbar und unbedingt empfunden würde, gleichviel welches ihr Ursprung sein mag, so möchten zwar andere Gründe uns noch zu dem Glauben an ein höchstes Wesen bringen, aber Veranlassung und Möglichkeit würde uns fehlen, den Begriff des Heiligen zu bilden und dadurch den Obersatz zu Stande zu bringen, aus welchem wir hier schließen wollten. Als Beweis ist daher dieser Gedankengang unzulässig; dies hindert indessen nicht, daß er doch zuletzt der richtige Ausdruck der Wahrheit selbst sei; denn in weitester Ausdehnung kann das, was in der Natur der Sache selbst die Folge oder das principiatum ist, uns als Erkenntnißgrund, und häufig als einziger, für das dienen, was an sich das principium oder der Realgrund für die Möglichkeit jenes Erkenntnißgrundes ist. Selbstverständlich immer, wenn wir die Summe namentlich einer inductiv erworbenen Erkenntniß systematisch darstellen, schicken wir als Beweisgrund des Einzelnen ein Allgemeines voran, dessen Gewißheit für uns nur auf der des Einzelnen beruht; es ist deshalb wichtig, daß solchen Darstellungen andere zur Seite stehen, welche unsere Erkenntnisse in der Ordnung aufeinander folgen lassen, in der sie, eine auf die andere sich stützend, wirklich bewiesen werden können. In den Beweisversuchen, welche das lebendige Gespräch oder die eilige Ueberlegung herbeiführt, die im Lauf einer Untersuchung sich der Gewißheit eines zu benutzenden Satzes schnell versichern möchte, gestatten wir uns ein Hysteronproteron sehr oft; wir folgern dann ex concessis, aus Voraussetzungen, deren jetzt ununtersucht bleibende Wahrheit uns durch ihren Zusammenhang mit andern Erkenntnissen hinlänglich feststeht, oder auf deren Zugeständniß aus irgend einem Grunde augenblicklich leichter als auf das anderer zu rechnen ist, die ihnen als Beweisgrund dienen könnten.

243. Der häufigste Fehler des Beweises ist die Zweideutigkeit des Mittelbegriffs, die mehr oder minder versteckte Quaternio terminorum oder fallacia falsi medii. Als die Sophistik der Griechen zuerst auf die syllogistische Verkettung der Gedanken und ihren sprachlichen Ausdruck aufmerksam ward, führte man eine große Menge dieser Fehler auf; von ihnen, die man in der aristotelischen Schrift über die Trugschlüsse classificirt findet, dürfen wir viele übergehen, die

für unsere Zeit nicht einmal mehr die Bedeutung eines gelungenen Witzes haben; von denen, die uns fortwährend drohen, heben wir die doppelte fallacia de dicto simpliciter ad dictum secundum quid und de dicto secundum quid ad d. simpliciter hervor. Suchen wir beide zunächst in den fehlerhaften Gedankenrichtungen im Großen auf, zu denen ihre öftere Begehung im Einzelnen auswächst, so finden wir die erste in jenem doctrinären Idealismus herrschend, der nie einsehen will, daß nicht nur die Ausführbarkeit, sondern auch der verpflichtende Werth an sich zu billigender Ideen durch die Natur der Gegenstände und der Umstände ihrer Anwendung eine ganz rechtmäßige Beschränkung erfährt; den andern Fehler erkennen wir als die Grundlage der Engherzigkeit, für welche die allgemeinsten Wahrheiten und Ideale nur in der speciellen Form Geltung und Werth haben, in der sie sich innerhalb eines beschränkten Gedanken- und Beobachtungskreises beständig dargeboten haben. Beide Sinnesarten belehrt das Leben; die letzte, wenn sie neue ihr unerhörte Gestaltungen der Dinge nicht hindern kann und die Welt darum doch nicht zu Grunde gehen sieht, lernt endlich, daß man von einer mit Recht geschätzten particularen Lebensverfassung nicht schließen darf, daß sie die einzige würdige Ordnung menschliches Daseins sei; jene erste Schwärmerei begreift durch den Abzug, den alle ihre Ideale bei dem Versuche der Verwirklichung erfahren, was schon die Beachtung des disjunctiven Lehrsatzes ihr hätte sagen können: jedes allgemeine P verwandelt sich bei der Anwendung aus etwas, das simpliciter galt, in etwas, das secundum quid gilt, aus P in p^1 oder p^2, p^3; es in irgend einer dieser Gestalten nicht wollen, in denen es allein sein kann, heißt seine Wirklichkeit unter einer Bedingung wollen, die schon logisch unerfüllbar ist.

244. Die beiden erwähnten Fehler bestehen also darin, daß wir das P, welches von einem M an sich gilt, von dem M auch dann behaupten, wenn zu diesem eine vorher nicht bestandene Bedingung tritt, welche die Anknüpfbarkeit des P ändert, oder daß wir umgekehrt, was unter irgend einer Bedingung von M gilt, bedingungslos auf M übertragen; so entsteht die Zweideutigkeit des Mittelbegriffs, der einmal das uneingeschränkte M, dann das durch Bedingungen determinirte M^1 bedeutet. Aus der Menge von Beispielen, die man für diesen Fehler mit leichter Mühe finden oder bilden kann, hebe ich einen von besonderem

Nebeninteresse hervor. Die Lüge verdammen wir grundsätzlich; dennoch gibt es kaum Jemand, der nicht praktisch Ausnahmen zuließe; dies deutet auf einen in der Bildung des Grundsatzes selbst begangenen Fehler. Sehen wir von erziehender Belehrung ab, so lernen wir die Lüge in Einzelfällen hassen, wo sie begleitet ist von dem Wunsche, begangene Schuld auf Andere abzuwälzen, von unmittelbarer Begierde zu schaden, von dem Hochmuth endlich, der das Selbstgefühl des Andern demüthigt, indem er ihn spielend in eine Welt falscher Vorstellungen verwickelt; diese Nebenzüge sind es, die uns gegen die Unwahrheit aufbringen; nur um ihretwillen nennen wir die Unwahrheit Lüge. Aus diesen Fällen, in denen das secundum quid sehr deutlich ist, das unser Urtheil bestimmt, könnten wir, wenn nichts weiter hinzukäme, nicht mit Recht auf die Verwerflichkeit jeder simpliciter, ohne Nebenabsicht, vorgetragenen Unwahrheit schließen. Aber es kommt freilich etwas hinzu; Mittheilung unter Menschen kann nur Vorstellungen derselben Wirklichkeit in allen erwecken wollen, damit, hiernach abgemessen, ihre Handlungen zu gemeinsamem Wirken richtig zusammentreffen, ihre Sonderbestrebungen einander aus dem Wege gehen, überhaupt nur unternommen werde, was im Einklang mit der Wirklichkeit Erfolg verspricht. Die allgemeine Maxime, Unwahres zu sagen, höbe die Erfüllbarkeit dieser und aller andern Zwecke auf; denn Wahrheit gibt es in jedem Falle nur eine, Unwahrheiten unzählige; der Austausch der letzteren würde daher nicht verbürgen, daß nicht die durch ihn rege gemachten Intentionen der Menschen stets bei einander vorbeigingen, ohne je zur Erreichung eines Zweckes zusammenzutreffen. So kommen wir zu dem Urtheile, Behauptung des Unwahren sei an sich verwerflich, weil sie dem Wesen der Behauptung und dem sittlichen Zwecke der Mittheilung widerspreche, und stillschweigend nehmen wir nur die Aeußerungen des Unwahren aus, die, in Poesie Scherz und Höflichkeit, den Charakter der Behauptung nicht haben. Und hier eben droht der Fehlschluß, den ich erwähnen wollte. Durch diese Ueberlegung glauben wir die Verwerflichkeit unwahrer Behauptungen von der Beschränkung durch das frühere secundum quid befreit zu haben und sie nun simpliciter aussprechen zu können. Aber dies simpliciter selbst ist zweideutig. Es kann bedeuten: die Behauptung des Unwahren ist an sich tadelhaft und kann nur durch besondere Gründe, secundum quid, im Einzelfalle ge-

rechtfertigt werden; aber es kann auch sagen wollen: sie ist allgemein verwerflich und es gibt eben deshalb keine Gründe, welche sie im Einzelfalle rechtfertigen könnten. Diese beiden Auslegungen des simpliciter streiten sich in unserem Gemüthe und bringen jenen Widerspruch hervor, den ich am Anfang berührte. Nur zur ersten, nicht zur zweiten würden unsere hier angenommenen logischen Prämissen zureichen; denn nur als allgemeine Maxime gedacht, hob die Unwahrheit sittliche Zwecke gewiß auf und war verwerflich; hiermit aber verträgt sich allerdings der Gedanke, daß sie überall wieder zulässig sei, wo nicht die Erfüllung, sondern die Vereitelung eines zu mißbilligenden Bestrebens löblich ist. Soll jene zweite Auslegung, die bedingungslose Verwerflichkeit der Lüge, gelten, so muß man sie auf andere Prämissen zu gründen suchen; überlassen wir dies der Ethik; unser logisches Interesse ging hier nur auf den Nachweis, daß wir eine fallacia falsi medii nicht nur durch Verwechslung des simpliciter und des secundum quid Gemeinten begehen, sondern daß, nicht blos in dem Falle dieses Beispiels, sondern in vielen andern ebenso, auch das simpliciter für sich schon Sitz einer Zweideutigkeit ist. Wir meinen mit ihm theils das, was nur an sich, aber nicht unter allen Bedingungen, oder was nur im Allgemeinen, aber nicht immer im Besondern gilt, theils aber auch das, was an sich und nicht erst unter Bedingungen, oder was allgemein und nicht blos im Allgemeinen, was folglich auch im Besonderen immer und nothwendig gilt.

245. Ich schließe hieran Beispiele der Ausdehnung eines allgemeinen Satzes auf Fälle, welche die Bedingungen seiner Anwendung nicht mehr enthalten, dennoch aber formell sich als Sonderfälle desselben betrachten lassen. Dies kommt vor, wenn man veränderliche Größen, welche die Beziehungspunkte des Satzes annehmen können, bis zu ihren Grenzwerthen, der Null oder dem Unendlichen, verfolgt. Am Hebel erzeugt man die gleiche Wirkung, so lange das Product ph des angehängten Gewichts p in seinen Hebelarm h dasselbe bleibt; je größer also h, desto kleinerer Gewichte p bedarf man, um dieselbe Wirkung zu erzeugen; und so hat denn in der That, um die Gültigkeit des Hebelgesetzes verdächtig zu machen, die feine Folgerung nicht gefehlt, in unendlicher Entfernung vom Drehpunkt reiche die Masse o hin, um jedes beliebige Gewicht am andern Hebelarme im Gleichgewicht zu

halten. Man weist diesen Einfall natürlich sehr einfach durch die Bemerkung zurück, das Hebelgesetz spreche nur von Fällen, in denen wirklich Kräfte am Hebel angebracht werden, und verliere seine Gültigkeit, wo dieser Bedingung nicht genügt ist, und sachlich sind hiermit auch alle Zweifel erledigt. Aber logisch doch nicht ganz; denn so verfährt man nicht überall. Man zweifelt nicht, daß $\cos o = 1$ sei, und doch hat ursprünglich der Begriff des Cosinus nur für einen wirklichen Bogen φ Sinn, von dessen Endpunkt sich ein Sinus auf den Halbmesser durch den Anfangspunkt ziehen läßt; von diesem Fall ist man hier auf den Endwerth $\varphi = o$ übergegangen. Da nun das Hebelgesetz doch bei jeder Annäherung zu den Werthen $h = \infty$ und $p = o$ gültig bleibt, so wäre zu wünschen, daß es auch für diese Grenzfälle noch irgend eine Interpretation zuließe, die zeigte, in welche andere Bedeutung es übergeht, wenn die frühere unzulässig wird, oder daß es seine völlige Ungültigkeit selbst anmeldete, d. h. nicht blos durch die Unglaublichkeit von Folgen, die doch immer nur von einem auswärtigen Gesichtspunkt beurtheilbar wären, sondern dadurch, daß es sich selbst aufhöbe. Die Kraft, welche ein Keil ausübt, steht im umgekehrten Verhältniß zur Breite seines Rückens; verschwindet diese ganz, so tritt hier derselbe Fall ein: die Formel gibt unendliche Wirkung, während sie in der That Null ist. Aber hier kann man doch, freilich mehr spielend als ernsthaft, einwenden: in der That gehöre eine unendliche Kraft dazu, um eine geometrische Ebene, in die sich ja nun der Keil verwandelt hätte, von der Durchdringung eines Holzklotzes abzuhalten; daß der Klotz sich darum nicht spaltet, ließe sich gleichfalls formelgerecht beweisen. Eine so anschauliche Beruhigung weiß ich nun dem Zweifler in Bezug auf den Hebelsatz nicht zu verschaffen; anderseits hielte ich doch für unbillig, ihn durch die Forderung abzuschrecken, er möge erst den unendlichen Hebelarm besorgen, dann werde man weiter zusehen; denn offenbar ist der Gedanke von der Wirkung der unendlich entfernten Masse Null als Gedanke an sich absurd, und muß, wenn er nicht interpretirt werden kann, durch sich selbst widerlegt werden. Und dies kann geschehen. Denn der Sinn des Hebelgesetzes besteht darin, daß es in jeder bestimmten Entfernung h vom Drehpunkte der bestimmten Masse p einen bestimmten Effect zuschreibt, welcher sich ändert, wenn h sich ändert. Die Masse o aber würde in unendlicher Entfernung keine andere Wirkung hervorbringen,

als in jeder beliebigen endlichen; denn es ließe sich ja gar nicht sagen, wodurch sich der Fall, daß man am unendlich entfernten Ende des Hebels nichts wirken ließe, von dem andern unterschiede, daß man an einem beliebigen andern Punkte gleichfalls nichts wirken ließe, oder von dem dritten, der eigentlich immer zugleich bestände, daß man an allen Punkten des Hebels dasselbe Nichts, und zwar nach beliebigen Richtungen wirkend, angebracht dächte. Der Versuch also, das Hebelgesetz für $ph = o \cdot \infty$ noch festzuhalten, scheitert nicht blos an unglaublichen Folgen, sondern daran, daß sein eigner Sinn verschwindet, weil das ununterscheidbar wird, auf dessen Unterscheidung er beruhte. Man kann zu demselben Ergebniß auch anders gelangen; ph ist keine constante Größe, so daß p sich im umgekehrten Verhältniß zu h ändern müßte; sondern für jedes h ändert sich die Wirkung mit der völlig freien Aenderung von p und wird für jedes h zu Null, wenn p Null wird; daraus folgt, daß auch $ph = o \cdot \infty$ hier nur den Werth o und keinen andern haben kann.

246. Aehnlich den zu engen und den zu weiten Definitionen, und meist durch solche veranlaßt, können auch Beweise zu wenig oder zu viel beweisen; beides sowohl in Bezug auf den Inhalt des zu beweisenden T als auch in Bezug auf die quantitative Ausdehnung seiner Gültigkeit. Das zu viel Bewiesene kann richtig sein und entspricht vielleicht blos nicht der Aufforderung zum Beweise, die auf Wenigeres gerichtet war; so, wenn Jemand für alle Thiere einen Satz deducirt, den man blos für Menschen sichergestellt wünschte; man hat dann den zulänglichen Beweisgrund in einer allgemeineren Fassung benutzt, in welcher er selbst gültig blieb. Ist aber das zu viel Bewiesene falsch, so ist man einem irrigen Beweisgrund gefolgt, der nun auch das in dem Resultat eingeschlossene Wenigere zweifelhaft macht, den Beweis desselben also nicht liefert. Ist zu wenig bewiesen, so hat der Beweisgrund, der hierzu führte, vielleicht eine allgemeine Wahrheit, welche wirklich das gegebene T in gewünschter Ausdehnung beweisen würde, nur in einer ihrer particularen Formen aufgefaßt, und dann bedarf es nur angemessener Wiederverallgemeinerung derselben, um den verlangten Beweis zu gewinnen. Aber man kann auch auf ganz falschem Wege gewesen sein, indem man von Voraussetzungen ausging, welche zwar zu dem bewiesenen Specialfalle von T richtig führten, zum allgemeinen

Beweise des T jedoch immer untauglich bleiben würden. Im Ganzen ist daher die Benutzbarkeit des eingeschlagenen Weges immer zweifelhaft, wenn der auf ihm erlangte Beweis nicht genau den Inhalt des zu beweisenden T deckt; und man kann beides sagen: qui nimium und qui parum probat, nihil probat.

247. Auch hierfür sind Beispiele leicht zu finden; anstatt ihrer schließe ich einen Fall an, auf den man, obgleich nicht in der Form des Beweises, sehr oft in dilettantischen Versuchen zur Speculation stößt: die unvollständige Erklärung, welche nur im Allgemeinen einen Grund für eine Erscheinung angibt, ohne zu untersuchen, ob dieser Grund auch fähig sei, die Modificationen mit zu begründen, denen die Erscheinung unterliegt. Das Gesetz der Beharrung der Bewegung ist schwerlich aus einem allgemeineren Gedanken beweisbar; aber die vulgäre Meinung, es verstehe sich von selbst, daß jede Bewegung mit der Zeit aufhöre, ist unmöglich an sich und kann zu einem apagogischen Beweise für jenes Gesetz führen. Hätte man die Abnahme der Bewegung auf reale Widerstände in der Zeit geschoben, so wäre man auf gutem Wege gewesen; aber von der leeren Zeit konnte man sie nicht abhängig machen; denn wenn es auch für uns, deren eigne Körperbewegungen mit der steigenden Ermüdung erlahmen, etwas Ueberredendes hat, die Zeit selbst zehre alle Bewegung auf, so läßt sich doch im Besondern kein Maßstab finden, nach welchem ihr dies früher oder später gelingen müßte. Angenommen, jeder der völlig gleichen Augenblicke dt habe gleiche constante Zehrkraft und hemme an jeder Masseneinheit die Geschwindigkeit q, so begriffe man wohl, daß schnellere Bewegungen derselben Masse später aufhören als langsamere; aber so lange q eine endliche Größe ist, würden auch Bewegungen denkbar sein, deren Geschwindigkeit, für dt als Einheit, kleiner wäre als q, und diese Bewegungen würden dann gar nicht zu Stande kommen. Vielleicht zöge man vor, die Zehrkraft der Zeit richte sich nach der zu verzehrenden Geschwindigkeit; aber in welchem Verhältniß? Ich unterlasse jede weitere Hypothese; theils, weil man schon einsieht, wie hoffnungslos es ist, bei der völligen Unvergleichbarkeit von Zeit und Masse die Masseneinheit festzustellen, für welche q das Maß der hemmenden Kraft eines dt wäre; anderntheils, weil offenbar in der leeren Zeit kein Grund liegt, unter den zahllosen denkbaren Verhältnissen zwischen Geschwin-

digkeit und Verzögerung eines vor dem andern zu bevorzugen; endlich, weil stets etwas übrig bliebe, was alle diese Versuche vereiteln würde. Denn wenn ein dt diesen oder jenen Theil der Bewegung aufhöbe, woher stammte der nicht aufgehobene Theil? Offenbar setzt man für ihn voraus, er habe sich nach dem Gesetz der Beharrung erhalten; ließe man an diesem Punkt nicht versteckt die Gültigkeit des Gesetzes schon zu, so würde man behaupten müssen, schon das erste dt hemme alle Bewegung. Entweder kommt daher Bewegung überhaupt nicht zu Stande, sondern erlischt sogleich, indem sie Miene macht, ein dt hindurch zu dauern, oder: wenn die Bewegung allmählich abnehmen soll, so gilt principaliter das Gesetz der Beharrung, und nur secundär nimmt die Bewegung durch Widerstände ab; diese wird man nun blos in Gleichartigem, also in entgegengesetzten Bewegungsantrieben suchen. Wie dieser Satz, daß jeder erklärende Beweisgrund nicht blos T allgemein, sondern auch die Möglichkeit seiner Modificationen begründen müsse, mit dem disjunctiven Lehrsatz zusammenhängt, deute ich nur an; seine weitere Verfolgung würde mich zu sehr auf blos mathematisches Gebiet führen; es genügt, kurz anzumerken, wie diese logische Forderung dort sich in dem Princip der Homogeneität der in eine Gleichung zusammenzustellenden Functionen einen speciellen und fruchtbaren Ausdruck gegeben hat.

248. Collective und indirecte Beweise irren häufig durch Schuld einer unvollständigen Disjunction. Sie müßten zeigen, um T sicher zu stellen, daß in allen Einzelfällen von T gilt, was sie von dem allgemeinen Fall behaupten wollen, oder daß alle Arten des Non T ungültig sind und so nur die Gültigkeit von T übrig bleibe. Dies ist nicht immer leicht; namentlich wird man im praktischen Leben die Schwierigkeit fühlen, bei Aufstellung einer Satzung, welche gelten soll, alle Fälle ihrer möglichen Anwendung im Voraus darauf zu prüfen, ob die vorgeschlagene Bestimmung sich in ihnen empfehlenswürdig oder erträglich zeigen würde; nicht minder bekannt ist, wie oft wir nach Ueberlegung vieler Wege, die wir einschlagen könnten, nur einen möglich, alle andern unmöglich finden und doch die Eingebung eines glücklichen Augenblicks uns dann noch einen andern übersehenen Ausweg zeigt. In theoretischen Ueberlegungen werden wir zu dem Fehler der unvollständigen Disjunction am wirksamsten dann verführt, wenn wir nicht absichtlich mit der Aufstellung aller denkbaren Fälle beginnen, son-

dern, wie gewöhnlich geschieht, unter dem einseitigen Einfluß einer uns beherrschenden Gedankenrichtung uns nur zu ihrem Ziele treiben lassen. So ist es leicht nachzuweisen, daß unsere sinnlichen Empfindungen subjective Zustände unserer Erregung sind; eine weit verbreitete Ueberzeugung fügt hinzu, daß auch die Formen von Raum und Zeit, in denen wir das mannigfaltige Empfundene zusammenordnen, Anschauungsweisen unseres Geistes sind; verführerisch ist endlich, dann auch die Vorstellung uns unbekannter Dinge und Wirkungen, die diesen Erscheinungen zu Grunde liegen, als ein Erzeugniß unseres Geistes anzusehen, dessen Organisation zu dieser Verknüpfung seiner Einzelvorstellungen nöthige. So ist dann die Subjectivität aller Elemente unserer Erkenntniß nachgewiesen, und von hier aus wagt man den Schluß: also gebe es keine objective reale Welt, die unserer Vorstellungswelt entspreche. Er ist falsch; denn: wenn wir von der Voraussetzung ausgehen, es gebe diese reale Welt, so ist leicht einzusehen, daß auch dann alles sich so verhalten müßte, wie wir es fanden. Die realen Elemente können nie in Substanz in unser Inneres einziehen; sie können immer nur Vorstellungen erwecken, welche, veranlaßt durch den äußern Eindruck und Reactionen gegen ihn, doch immer ein Erzeugniß unserer subjectiven Natur bleiben; mag es einen objectiven Raum geben oder nicht, seine Anschauung in uns ist nicht er selbst, sondern immer das Product unserer subjectiven Thätigkeit des Vorstellens; mag das Causalgesetz objectiv gelten oder nicht, Gegenstand nothwendiger Anerkennung für uns ist es nur, sofern es von uns gedacht und sein Inhalt in Uebereinstimmung mit den Gesetzen unseres Denkens empfunden wird. Die vollkommene Subjectivität aller Elemente unserer Erkenntniß entscheidet daher gar nichts über Sein oder Nichtsein einer objectiven Wirklichkeit. Um uns vor solchen Fehlern zu bewahren, sind unsere Gegner in der Welt; man sieht, wie unerläßlich es ist, neben der folgerechten Ausbildung des eignen Gedankengangs sich auch in Vorstellungsweisen einheimisch zu machen, die von entgegengesetzten Standpunkten ausgehen.

249. Man unterscheidet Paralogismen überhaupt als unwillkürlich begangene Beweisfehler von Sophismen, den absichtlich auf Täuschung oder Verwirrung des Urtheils angelegten Trugschlüssen, ein Unterschied, der, weil er sich auf die vorausgesetzte Absicht gründet,

zweifelhaft wird, wo diese es wird. So kann man zu beiden die bekannten Zenonischen Beweise gegen die Bewegung rechnen. Sie berühren zum Theil wirkliche Schwierigkeiten in dem Begriffe der Bewegung, die ich hier noch nicht erörtern will; anderseits mögen sie als Beispiele nicht leicht classificirbarer Beweisfehler noch angeführt sein. Der eine von ihnen will beweisen, daß der fliegende Pfeil ruht. Er geht aus von der Vorstellung, die Zeit bestehe aus untheilbaren Augenblicken; in keinem dieser Augenblicke kann der Pfeil sich bewegen, denn Bewegung setzt das Spätersein an dem einen, das Frühersein an dem andern Orte voraus; in dem untheilbaren Augenblicke aber gibt es kein Früher und Später; der Pfeil ruht also in diesem, er ruht ebenso in jedem andern Augenblicke; er ruht also immer. Hiergegen ist einfach einzuwenden, daß auch ruhen nur das kann, was später an demselben Orte ist, den es früher einnahm; da der untheilbare Augenblick kein Früher und Später hat, so kann der Pfeil sich in ihm weder bewegen, noch ruhen. Und dies ist denn im Einklang mit der gewöhnlichen phoronomischen Betrachtungsweise. So lange dt eine Zeitstrecke ist, durchläuft in ihm der Pfeil einen kleinen Weg $v \cdot dt$; sobald dt keine Größe mehr ist, sondern nur ein Theilpunkt der Zeit, der seinen bestimmten Platz in der Zeitreihe hat, so macht in ihm zwar der Pfeil keinen Weg, aber er ruht auch nicht in ihm, sondern geht durch ihn mit der Geschwindigkeit v hindurch. Außerdem hatte Zeno kein Recht zu behaupten, in jedem folgenden Augenblick werde der fliegende Pfeil in demselben Orte ruhen, in welchem er vorher geruht hatte. In dem Begriff des Augenblicks und in dem des Pfeiles liegt allerdings nichts, was einen Wechsel der Orte begründete; wohl aber liegt dieser Grund in dem Fliegen des Pfeils. Worin dieser Antrieb freilich besteht, durch den in jedem auch als untheilbar gedachten Augenblicke der bewegte Körper sich von dem ruhenden unterscheidet, dies mag dunkel sein, und darauf hätte sich ein Sophisma wirksam beziehen können; aber bevor die Unmöglichkeit des Begriffs der Geschwindigkeit feststand, durfte Zeno sie, von der er in dem Prädicat des Fliegens ausging, nicht in der Beweisführung ganz vergessen. So wie er ist, zeigt sein Beweis nur, daß Ruhe nicht Bewegung ist, und Bewegung nicht aus Ruhe gemacht werden kann; mit jener Ergänzung hätte Zeno wenigstens eine von Moment zu Moment sprungweis erfolgende Veränderung des

Ortes, eine stetige Bewegung freilich nicht ableiten können, so lange er an den untheilbaren Augenblicken als Zusammensetzungsbestandtheilen der Zeit festhielt. Ein anderer Beweis zeigt, daß der schnellfüßige Achill die Schnecke nicht einholt, wenn sie einen Vorsprung hat; denn immer, ehe er sie erreiche, müsse er zuvor an den Ort kommen, den sie eben verlassen. Diese Einkleidung ist überflüssig; auch wenn die Schnecke ruht, erreicht sie Achill nie; denn der Beweis beruht darauf, daß kein Bewegtes jemals an das Ende irgend einer Wegstrecke kommt, weil es vorher an die Hälfte derselben, dann vorher an die Hälfte der Hälfte, und vorher wieder an die Hälfte dieses Viertels kommen muß. Da diese Halbirung ins Unendliche fortgesetzt werden soll, so wird offenbar die endliche Raumstrecke als unendlich theilbar oder aus unendlich vielen Theilen bestehend vorausgesetzt, dann aber angenommen, zum Uebergang von jedem dieser unzähligen Raumpunkte zum andern sei einer der untheilbar gedachten Zeitaugenblicke nöthig; mithin gehören unendlich viele Augenblicke zum Durchlaufen jedes endlichen Weges. So weit ist, wenn man die Voraussetzungen zugibt, alles richtig. Aber nun ist es ganz willkürlich, zu behaupten, diese Summe der unendlich vielen Augenblicke werde eine unendliche Zeitstrecke sein; da sie untheilbar sind, keiner von ihnen ein Früher oder Später enthält, so gibt auch ihre unendliche Summe kein Früher oder Später, wenn man nicht, wie hier doch wohl Zeno begegnet ist, zwischen je zwei Augenblicke einen Zeitverlauf heimlich einschiebt, oder diese Augenblicke in einer zweiten ausgedehnt gedachten Zeit aufeinander in bestimmten Intervallen folgen läßt. Man braucht nicht einmal gegen Zeno einzuwenden, was ungefähr Aristoteles hier äußert, daß nämlich, nach unserer Ausdrucksweise, das Integral einer unendlichen Reihe stetig in einander übergehender Größen doch eine bestimmte endliche Größe sein könne, jene Summe von Zeitaugenblicken also eine endliche Zeitstrecke; die untheilbaren Augenblicke sind von Zeno nicht nur jeder für sich als größenlos, sondern zugleich so isolirt gedacht, daß von solchem Uebergehen, durch welches sie überhaupt erst zu Zeittheilen werden, gar nicht die Rede ist; die Summe aller dieser Nullen ist daher an sich Null und wird nur durch eine unberechtigte Zuthat unserer besser unterrichteten Phantasie für eine Größe überhaupt und nun gar für eine unendliche Größe ausgegeben. Achill braucht mithin zwar, um

von a nach b zu kommen, unzählige Zeitaugenblicke, aber diese setzen gar keine Zeitstrecke von irgend welcher Dauer zusammen; anstatt einer unendlichen Zeit braucht er vielmehr gar keine Zeit; wozu freilich hierbei die Verbrauchung der Zeitaugenblicke dient und worin sie besteht, bleibt ganz unsagbar.

250. Das Alterthum hat uns noch interessante Dilemmen hinterlassen, Gedankenverknüpfungen, aus denen entgegengesetzte Folgen gleich nothwendig und gleich unmöglich fließen. Pseudomenos heißt das Dilemma, das entstand, als Epimenides, ein Kreter selbst, behauptete, jeder Kreter lüge, sobald er den Mund aufthue. War nun der Inhalt seiner Behauptung richtig, so hatte er gelogen und deswegen war seine Behauptung falsch; ist sie aber falsch, so bleibt noch die Möglichkeit, daß die Kreter nicht immer, aber doch zuweilen lügen, Epimenides aber seinerseits hier wirklich gelogen hat, indem er diesen allgemeinen Satz aussprach; es besteht in diesem Falle keine Unverträglichkeit zwischen der ausgesagten Thatsache und der Thatsache ihres Aussagens, und das Dilemma hat noch einen rechtlichen Ausweg. Es hat aber keinen mehr, wenn wir Epimenides und die Kreter weglassen und anstatt dieser zwei Subjecte, von denen das eine nur in dem andern enthalten, aber ihm nicht gleich ist, ein identisches setzen: Ich lüge jetzt. Bin ich hier wahrhaft in meiner Aussage, lüge ich also, so ist der Inhalt meiner Aussage falsch und ich lüge nicht; aber der Inhalt meiner Aussage war die Behauptung der Falschheit meiner Aussage; ist dieser Inhalt falsch, so wird meine Aussage wieder richtig und ich lüge; hier beginnt dieselbe Reihe sich selbst aufhebender Folgerungen von neuem und sofort ins Unendliche. Man bemerkt ihren Grund leicht: logisch ist naturgemäß der ausgesagte Inhalt an sich gültig oder ungültig, ganz unabhängig von der Thatsache seines Ausgesagtwerdens, die hinzukommen oder wegbleiben kann; der Aussage aber kommt keine andere Gültigkeit oder Ungültigkeit an sich zu, außer der, die sie durch Wahrheit oder Unwahrheit des von ihr selbst unabhängigen Inhaltes erhält. Widersprüche, und zum Theil formell unlösliche, entstehen daher dann, wenn man den auszusagenden Inhalt so wählt, daß er über die Thatsache des Aussagens etwas enthält, was mit der Möglichkeit oder der Gültigkeit derselben in Widerspruch steht. Die Schwierigkeit verschwindet gleich, wenn wir statt: ich lüge, sagen: ich log; ebenso kann man zwar nicht im Präsens

sagen: ich schweige, wohl aber im Sinne des Futurum: ich werde schweigen; denn nun bezieht sich die Aussage auf eine von ihr verschiedene Thatsache, die ihr nicht mehr widerspricht. Es gibt viele Beispiele hiervon, obgleich kein so klassisches wie dieser Pseudomenos; wer die Frage, ob er schlafe, bejaht, wer dem lästigen Besucher entgegenruft, er sei ausgegangen, setzt auf dieselbe Weise seine Aussage mit ihrem Inhalt in Widerspruch. Als ähnliche Fälle endlich, in denen ein Subject unmöglicherweise zugleich beide Beziehungspunkte eines Verhältnisses bilden soll, das nur zwischen zwei verschiedenen stattfinden kann, darf man anschließen Jean Paul's kleinen Mann, der sich selbst blos bis an die Knie ging, geschweige denn andern Leuten; die Aufschrift der Thierbude: dies ist der größte Elephant, den es gibt, ihn selber ausgenommen; endlich Münchhausen's rettende That, sich an seinem eignen Zopfe aus dem Sumpf zu ziehen. Von gleichem Interesse ist das antike Dilemma vom Krokodil. Der klagenden Mutter sagt das Thier: ich gebe dir dein Kind zurück, wenn du mir die Wahrheit darüber sagst, ob ich es dir zurückgeben werde oder nicht. Es würde keine Schwierigkeit entstehen, wenn die Mutter nur zu errathen hätte, ob das Krokodil j e t z t den Willen der Zurückgabe hat oder nicht. Räth sie r i c h t i g, so steht der vertragsmäßigen Rückgabe nichts entgegen; denn auch wenn das Richtige dies war, daß das Krokodil den Willen der Rückgabe nicht habe, so hindert doch nichts das Thier, widerwillig den Contract durch sie zu erfüllen. Räth die Mutter aber falsch, so hat sie jeden Anspruch verloren; denn wieder: welches auch der wirkliche, von ihr falsch errathene Wille des Thieres gewesen sein mag, im Handeln braucht dieses sich nicht an seinen Willen, sondern nur an die Bestimmungen des Vertrags zu binden, welche nun die Rückgabe verbieten. Denken wir uns aber in der Frage an die Mutter, ob sie das Kind zurückerhalten w e r d e oder nicht, dieses Futurum als Bezeichnung einer feststehenden Zukunft, so daß an sich gar nicht mehr unentschieden ist, welches der beiden Ereignisse eintreten w i r d oder bevorsteht, so entsteht sogleich unlösbare Verlegenheit aus einem ganz deutlichen Grunde: denn ein Ereigniß, dessen Eintritt bedingungslos bevorsteht, kann man nicht ohne Widersinn noch an eine Bedingung knüpfen, deren Erfüllung ja nothwendig wirkungslos sein müßte, deren Nichterfüllung aber das Nichteintreten des unvermeidlichen Ereignisses

fruchtlos verbieten würde. Es gibt daher hier nur einen Ausweg; stände die Rückgabe des Kindes als dies künftige Ereigniß fest, und erriethe dies die Mutter, so würde sich alles glücklich auflösen, aber nicht weil diese ihre Aussage den guten Ausgang bedingte, sondern weil sie, an sich ganz wirkungslos, mit dem an sich unvermeidlich bevorstehenden Erfolg und den Bestimmungen des Vertrags thatsächlich zusammenstimmt; bei jeder andern Aussage der Mutter zeigt sich nur viel deutlicher die völlige Machtlosigkeit des Vertrags, der Unbedingtes noch bedingen will und deshalb nothwendig gebrochen werden muß. Die antike Form des Dilemma geht nun von einer noch andern dritten Voraussetzung aus. Es soll an sich nicht feststehen, welches Glied jener Alternative, Rückgabe oder Nichtrückgabe, eintreten wird, sondern darüber soll die Aussage der Mutter erst entscheiden. Logisch ist nun in jedem hypothetischen Urtheile die Gültigkeit des Nachsatzes von der Gültigkeit des Vordersatzes abhängig; aber dieser muß an sich selbst bestimmt und eindeutig, und darf weder in seiner Bedeutung, noch in seiner Gültigkeit durch Bedeutung und Gültigkeit des Nachsatzes bedingt sein. Diesem nothwendigen Erforderniß ist in unserem Falle widersprochen; denn die hier festgesetzte Bedingung ist nicht eine Aussage der Mutter überhaupt, sondern die Wahrheit derselben, und zwar nicht die Wahrheit einer Aussage, die sich auf ein von dem künftigen Erfolge unabhängiges drittes Factum bezöge, und die deshalb unabhängig von diesem Erfolg wahr oder unwahr sein könnte; vielmehr ist der Inhalt der Aussage das übrigens an keine Bedingung gebundene Eintreten oder Nichteintreten dieses Erfolges selbst, ihre eigene Wahrheit mithin von demjenigen abhängig, was sie bedingen soll. Es gibt daher auch hier nur einen Fall, der logisch ein rechtliches Durchkommen möglich läßt; antwortet die Mutter: du wirst das Kind wiedergeben, so macht die wirkliche Wiedergabe die Antwort zur Wahrheit und erfüllt zugleich den Vertrag; aber die gegebene Antwort bedingt den günstigen Ausgang gar nicht; denn wenn das Krokodil das Kind nun doch nicht wiedergibt, so macht diese Thatsache eben die Antwort falsch, und dann ist auch für das Thier die Nichtrückgabe durch den Vertrag gerechtfertigt. Die Mutter antwortet aber unglücklicher Weise: du wirst es nicht geben; folglich, sagt das Krokodil, kann ich es nicht geben, vertragsmäßig nicht, wenn deine Antwort für falsch gelten soll, und

auch nicht, wenn sie richtig sein könnte, denn sie würde dann eben durch die Zurückgabe falsch werden; die Mutter wendet ein: du mußt es auf jeden Fall geben, vertragshalber, wenn meine Antwort richtig war, aber auch wenn sie unrichtig war, denn sie würde eben richtig werden, wenn du die Rückgabe nicht gewährtest. Hieraus ist kein Ausweg möglich; in der That berufen sich aber beide Parteien auf undenkbare Gründe; denn die wirklich gegebene Antwort kann ebenso wenig richtig oder unrichtig an sich sein, als jene blos glücklichere, welche die Mutter hätte geben können. Auf ähnlichem Mißbrauch hypothetischer Gedankenverknüpfung beruht das Dilemma von Protagoras und Euathlus. Den empfangenen Unterricht sollte Euathlus nach dem Gewinn seines ersten Processes honoriren; da er aber nie einen anfing, so bekam Protagoras nichts und verklagte ihn. Gewann oder verlor Euathlus diesen Proceß, so war er allemal durch den Urtheilsspruch zu dem verpflichtet oder von dem losgesprochen, wovon der Vertrag ihn umgekehrt lossprach oder wozu er ihn verpflichtete. Man hat mehrfach hier die Lösung so versucht, daß man Euathlus diesen ersten Proceß gewinnen ließ, weil er vorher keinen andern gewonnen, mithin jetzt noch nicht zahlungspflichtig war; hierauf habe dem Protagoras eine zweite Klage freigestanden, welche nun zur Verurtheilung seines Schülers hätte führen müssen. Dies heißt wohl die Logik von einer Ungereimtheit befreien, um sie der Jurisprudenz zum Geschenk zu machen. Ich will dieser nicht vorgreifen; aber ich denke mir, sie würde in dem Verhalten des Euathlus eine dolose Vereitelung des Eintritts einer Bedingung sehen, die ihn zur Erfüllung einer Verpflichtung genöthigt hätte; könnte man daher nur einen Zeitpunkt bestimmen, von welchem an diese Auslegung seines Benehmens nothwendig gelten müßte, so würde man wohl, da auch Protagoras doch nicht aus dem Contract klagen kann, auf die durch den empfangenen Unterricht dem Euathlus sachlich erwachsene Verbindlichkeit zurückgehen und ihn zur Zahlung mit derselben Wirkung verurtheilen, als wäre der zweideutige Vertrag nie in der Welt gewesen.

Siebentes Kapitel.

Allgemeine Sätze aus Wahrnehmungen.

251. Was mit Nothwendigkeit aus Vorstellungen folgt, die wir selbst verbunden haben und deren Inhalt und Verknüpfungsweise wir deshalb vollständig übersehen, ist einem beweisenden oder demonstrativen Verfahren zugänglich, das im Wesentlichen von allgemeineren Wahrheiten zu besonderen Sätzen als ihren Anwendungen herabsteigt. Die äußere Welt umgibt uns dagegen mit Verknüpfungen von Erscheinungen, deren allgemeine Zusammenhangsbedingungen sie uns verschweigt; von den particularen Sätzen, durch die wir jede Einzelerfahrung zunächst auszusprechen hätten, haben wir einen Rückweg zu den allgemeineren zu suchen, deren Beispiele sie sind. Wir haben den Schluß durch Induction als die einfachste Form einer solchen Gedankenbewegung kennen gelernt; unter dem Namen der inductiven Logik hat man sich daher in unserer Zeit gewöhnt, das sehr mannigfaltige Ganze der Verfahrungsweisen, die zur Lösung dieser Aufgabe dienen, der deductiven oder demonstrativen Logik, zum Theil nicht ohne merkliche Geringschätzung der letzteren, entgegenzusetzen. So gewiß indessen die inductiven Methoden die wirksamsten Hülfsmittel zur Gewinnung neuer Wahrheit enthalten, so beruhen sie doch gänzlich auf den Ergebnissen der demonstrativen Logik; was diese über die Triftigkeit der Schlüsse, über die Umkehrbarkeit und Contraposition der Urtheile, über die Formen des Beweises lehrte, das ist die Quelle aller jener Vorsichtsmaßregeln, durch welche das inductive Verfahren jeden Schritt seines Weges von den gegebenen Wahrnehmungen zu den allgemeinen Gesetzen des Wirklichen so sehr als möglich zu sichern sucht.

252. Einer bleibenden Schwierigkeit glaubt man sogleich am Anfange dieses Weges zu begegnen: Erfahrung könne keine allgemeingültigen Erkenntnisse liefern. Gewiß wird dieser oft gehörte Satz seinen guten Sinn haben; aber in dieser Fassung würde er doch einen in Wirklichkeit nicht vorhandenen Werthunterschied zwischen der Erfahrung als der einen und einer apriorischen Gewißheit als der andern Erkenntnißquelle behaupten. Ganz umgekehrt versteht es sich vielmehr von

selbst, daß jede Erfahrung, deren zusammengehöriger Inhalt sich ohne Mangel und ohne Ueberschuß in der Form: S ist P ausdrücken ließe, auch wenn wir sie nur einmal gemacht hätten, sogleich den Werth eines allgemeinen Urtheils besitzen müßte. Denn das Gesetz der Identität bürgt uns dafür, daß an demselben S, wenn es in einer zweiten Erfahrung uns zu wiederholter Wahrnehmung käme, dasselbe Prädicat P weder fehlen, noch durch ein anderes Q ersetzt werden könnte. Aber eben dies, was wir hier voraussetzen, einen Satz nämlich, der nicht mehr und nicht weniger als ein vollständiges Subject S mit nicht mehr und nicht weniger als seinem vollständigen Prädicat P verbände, eben dies pflegt uns die Erfahrung unmittelbar nicht in Form einer Wahrnehmung darzubieten. Von dem wahren und wirklichen Subjecte Σ, an das eine von uns beobachtete Erscheinung gebunden ist, nehmen wir einzelne Bestandtheile s nicht wahr, die dennoch zur Begründung derselben nothwendig gehören; der Rest S aber, der in unsere Beobachtung fällt, pflegt für uns untrennbar mit andern Bestandtheilen σ verbunden zu sein, die in keinerlei Beziehung zu dieser Begründung stehen; von dem wahren Prädicat Π anderseits, das jenem Σ zukommen würde, bleibt uns nicht minder mancher Zug p verborgen, während der beobachtbare Rest P mit andern fremdartigen Anhängseln π verknüpft ist, die von andern, in dieser Sache bedeutungslosen, aber zugleich wirksamen Bedingungen abhängen. Denken wir ergänzt und abgezogen, was zu ergänzen und abzuziehen ist, so würde: $S + s - \sigma$ ist $P + p - \pi$, oder: Σ ist Π, der vollständige Ausdruck der Thatsache sein, deren unvollständige Beobachtung wir zuerst durch den Satz: S ist P, aussprachen. Nur für den Inhalt jenes vollständigen Satzes: Σ ist Π, falls er in einer besonders glücklichen Wahrnehmung gegeben wäre, würde der Satz der Identität Bürgschaft allgemeiner Gültigkeit in allen Wiederholungsfällen leisten; nicht für den des unvollständigen: S ist P, der zusammenstellt, was so nicht zusammengehört.

253. Diese Betrachtung ist nicht müßig; man würde ohne sie einen für die Entwicklung der Wissenschaft unentbehrlichen logischen Rechtsgebrauch nicht verstehen. Ueberall nämlich, wo wir sicher überzeugt sind, das ganze vollständige Subject Σ, von dem ein noch zu bestimmendes Prädicat Π erwartet wird, und zugleich nichts anderes außer Σ, in unserer Wahrnehmung vorzufinden, überall da zweifeln wir nicht,

daß eine einzige Beobachtung, die uns dieses Π kennen lehrt, eine ganz allgemeine Bedeutung habe, und daß in jedem Wiederholungsfalle an dasselbe Σ sich auch unveränderlich dasselbe Π knüpfen werde. Der Chemiker, der gewiß ist, in einem anzustellenden Versuche nur einen ganz bestimmten Körper unter den Händen zu haben, auf ihn nur ein bestimmtes Reagens einwirken zu lassen und alle fremdartigen Bedingungen von dem Einfluß auf sein erwartetes Resultat ausgeschlossen zu haben, bezweifelt nicht, daß die Reaction, die er in diesem einen Versuche beobachtet, sich ganz identisch in allen Wiederholungsfällen einstellen werde; die singulare Wahrnehmung hat für ihn sogleich die Geltung einer allgemeinen Wahrheit. Der Physiker, welcher eine Messung vornimmt, weiß recht wohl, mit wie vielen Fehlerquellen er zu kämpfen hat; nachdem er aber diese eliminirt hat, kommt es ihm doch nicht in den Sinn, seine gereinigte Beobachtung, blos weil sie zuletzt aus sinnlicher Erfahrung stammt, als eine nur für diesen Augenblick gültige zu betrachten, so daß dasselbe gemessene Object unter denselben Umständen ein zweites Mal vielleicht eine andere Größe darbieten würde. Es ist nicht nöthig, hierüber weitläufiger zu sein. Jede Möglichkeit, aus Erfahrungen allgemeine Erkenntnisse zu entwickeln, aber auch jeder Sinn, den man mit dem Begriffe selbst eines Gesetzes, abgesehen von seiner Auffindbarkeit, verbinden könnte, würde zu Grunde gehen mit der Annahme, daß jede Einzelbeobachtung nur für sich, aber nicht für ihre gleichen Wiederholungen gelte, daß jede Angabe eines Instruments nur für den Augenblick richtig sei, in dem sie erhalten wird, nicht für die ganz gleichen Umstände eines zweiten Augenblicks, daß überhaupt von Gleichem unter gleichen Bedingungen Ungleiches gelten könne. Die ganze Kunst des inductiven Verfahrens, welches zu allgemeinen Gesetzen gelangen will, beruht nun auf dem Scharfsinn, mit welchem es aus dem unreinen und verworrenen Material unserer Wahrnehmungen von der Form: S ist P, die reinen und in sich zusammengehörigen Sätze von der Form: Σ ist Π, zu entwickeln versteht.

254. Die einzelnen hierzu gehörigen Schritte versuchen wir in zusammenhängender Reihe zu schildern. In der ungeschiedenen Masse Ω der unzähligen Eindrücke, die wir zugleich oder nacheinander empfangen, einzelne Gruppen A B C zu unterscheiden und jede von diesen als eine in sich zusammengehörige W a h r n e h m u n g zu betrachten, kann

uns nur die Thatsache veranlassen, daß die so zusammengefaßten Eindrücke als bleibend verbundene sich von dem Hintergrunde der wechselnden übrigen abheben, oder wiederholt zusammen auftretend mit dem gleichmäßigen Bestand dieser anderen contrastiren. Hierin liegt noch keine Handlung des Denkens; es ist der mechanische Vorstellungslauf, der zuerst diese Einzelwahrnehmungen zu Gegenständen unserer unwillkürlichen Aufmerksamkeit und zu Stoffen des künftigen Denkens aussondert; und zwar ebenso oft falsch als richtig, denn häufig genug findet in ihnen die spätere Ueberlegung Zusammengehöriges unvollständig vereinigt und mit Nichtzugehörigem gemischt. Ganz ähnliche Gründe veranlassen uns ferner, auch in jeder einzelnen dieser Gruppen A oder B die in ihnen enthaltene Summe von Eindrücken zu spalten und einen Theil derselben als ein Subject zu fassen, zu dem der Rest der übrigen als Prädicat gehört. Auch dies ist anfangs eine Leistung des psychischen Mechanismus; sehr bald allerdings vertieft das sich regende Denken diese Verknüpfung einer ersten Vorstellung mit einer sich an sie anschließenden zweiten zu dem sachlichen Gegensatz eines seiner Natur nach selbständigen Subjectes zu seinem zugehörigen und unselbständigen Prädicat; indessen bleibt es doch stets dem mechanischen Verlauf der Vorstellungen überlassen, uns in der Anwendung dieses allgemeinen logischen Nebengedankens zu leiten und zu bestimmen, welche Gruppe von Eindrücken im Einzelfalle in den Rang des Subjects, welche andere in den des Prädicats einzutreten hat. So gegliedert würde nun der Gesammtinhalt einer Wahrnehmung A oder B sich bereits in der Form eines Urtheils, aber eines völlig singularen Urtheils, ausdrücken lassen; was hier als Subject s^1 oder s^2 unterschieden wird, ist nichts als eine völlig bestimmte Gruppe von Einzeleindrücken, denn diese allein kann unmittelbarer Gegenstand der Wahrnehmung sein; daß jedes dieser beiden, s^1 oder s^2, sich als Exemplar eines Allgemeinbegriffes S auffassen lasse, ist ein Nebengedanke, der nicht aus der einzelnen Wahrnehmung, sondern nur aus der bald beginnenden Vergleichung vieler entspringen kann. Und auch hier wieder ist es im Anfang der von allgemeinen Gesetzen mechanisch bedingte Verlauf unserer Vorstellungen, der aus den verschiedenen Subjecten s^1, s^2. . die engere ihnen gemeinsame Merkmalgruppe für unsere Aufmerksamkeit verstärkt als ein allgemeines Bild hervortreten läßt, das

wir nun mit dem Namen eines S bezeichnen und jene Einzelsubjecte in unserer Erinnerung vertreten lassen. Auch diese Auffassung vertieft später das Denken; das allgemeine Bild, das nur thatsächlich Gemeinsames der verschiedenen Einzelsubjecte vorstellte, deutet es um in einen allgemeinen Begriff, der als gesetzgebende Regel Zusammengehöriges verknüpft; aber doch bleibt es für die anfänglichen Anwendungen dieses logischen Nebengedankens wieder der Verlauf der Vorstellungen, der darüber entscheidet, welche Bestandtheile der verglichenen Subjecte als fühlbare Modificationen desselben Allgemeinen und zugleich als Eindrücke größerer Lebhaftigkeit sich zu dem allgemeinen Bilde oder Begriffe vereinigen, welche anderen, einander gegenseitig aufhebend oder unsere unwillkürliche Aufmerksamkeit weniger erregend, von ihm ausgeschlossen bleiben. Und diese Leistung wird im Ganzen wohl häufiger richtig als falsch ausgeführt; ohne hier weiter die psychologische Entwicklungsgeschichte unserer Begriffe zu verfolgen, können wir behaupten, daß von früh an die eigenen Verschiedenheiten der sinnlichen Eindrücke, aus denen zuletzt jede Wahrnehmung besteht, für uns an Wichtigkeit hinter die Verschiedenheiten ihrer Verbindungsweise und ihrer Verhältnisse zurücktreten. Ueber den Unterschied der Farben sieht schon das Kind hinweg und erkennt in rother Färbung leicht die gesehenen Schriftzüge als dieselben, die es früher schwarz kennen gelernt hat; die Allgemeinbilder der Bäume und der Thiere, die ihm wenige Beispiele geliefert haben, fassen doch schon ihm das Wesentliche so richtig zusammen, daß neue und ungewohnte Formen späterer Wahrnehmung sich ihnen mit Leichtigkeit einordnen. Wie die dennoch begangenen Fehler verbessert werden, haben die Betrachtungen zu zeigen, zu denen wir eben übergehen wollen und deren Ausgangspunkt wir durch die vorigen festzustellen suchten: die Einzelwahrnehmungen, welche das inductive Verfahren weiter zu verknüpfen sucht, sind nicht blos Eindrücke, die wir leiden; sie sind vielmehr logisch bereits so weit bearbeitet, daß wir nicht nur ihren Inhalt in ein Subject und ein Prädicat scheiden, sondern auch das erste einem Allgemeinbegriff S bereits untergeordnet haben, oder ihm mit einer Auswahl von Allgemeinbegriffen entgegenkommen, unter deren einen wir es unterzuordnen suchen.

255. Beginnen wir von dem letzten Falle. Ein völlig neues, noch unbekanntes singulares Subject s^m sei uns in einer Wahrnehmung

durch sinnliche Eindrücke p^m q^m r^m gegeben, und sowohl diese Einzelmerkmale als ihre Verknüpfung seien anschaulich völlig klar. Dennoch begnügen wir uns mit dieser Anschauung nicht, die an sich selbst nichts Zweifelhaftes enthält; wir ruhen erst, wenn wir wissen, ob wir den neuen Gegenstand Thier oder Pflanze nennen dürfen. In diesem Verlangen liegt ein doppeltes Interesse: das des reinen Denkens, für welches das thatsächliche Zusammensein der beobachteten Merkmal erst durch Unterordnung unter jene Allgemeinbegriffe in eine berechtigte Zusammengehörigkeit verwandelt wird; für uns viel wichtiger aber jetzt der praktische Wunsch, von dem beobachteten Thatbestande aus durch den Allgemeinbegriff hindurch die Berechtigung zur Ergänzung des nicht beobachteten zu erlangen. Denn der Name Pflanze oder Thier würde für das s^m ein Titel ohne Einkünfte sein, wenn wir uns nicht vorbehielten, aus ihm für s^m den Anspruch auf eine Menge Merkmale abzuleiten, welche die unmittelbare Wahrnehmung an diesem nicht gefunden hatte. In dieser Lage befinden wir uns den Gegenständen der Wirklichkeit gegenüber beständig; denn jede Wahrnehmung, auch wenn sie genau genug wäre, um alle gegenwärtigen Merkmale eines s^m aufzufassen, ist doch zeitlich beschränkt; sie kann niemals das zukünftige Verhalten des beobachteten Objects mit darstellen, nur selten und nie vollständig zeigen, wie es unter anderen wechselnden Bedingungen sich ändern würde. Dies ist es, was wir an dem beobachteten s^m durch seine Unterordnung unter die Begriffe der Pflanze oder des Thieres ergänzen; beide Begriffe, aus unzähligen früheren Beobachtungen entsprungen, enthalten die Gesammtheit der simultanen Merkmale, die in einer einzigen Wahrnehmung höchst selten, und der successiven, die sich in einer solchen niemals erschöpfen lassen; nur durch die Vereinigung dieser aller ist uns aber das Wesen des s^m ausreichend bestimmt, dessen einmalige Wahrnehmung uns immer nur ein undeutbares Bruchstück eines zusammengehörigen Ganzen liefern würde. Formell ist das Verfahren, dem wir hier folgen, das einer unvollständigen Analogie; untriftig mithin nach dem Maßstab der reinen Logik, die uns nicht verstattet, ad subalternantem aus der beobachteten Gleichheit einiger Merkmale des S und s^m auf die Gleichheit aller zu schließen, die nöthig wäre, um s^m dem S unterzuordnen. Wie durchgehend unser tägliches Leben auf der Anwendung dieser Analogie be-

ruht, wie wir nur durch sie zu dem sorglosen Gebrauch aller nützlichen und schädlichen Stoffe, nur durch sie zu der Ueberzeugung von dem Dasein anderer uns gleichartigen Geister und von gleichartigen inneren Beweggründen ihrer Aeußerungen kommen, dies alles bedarf nur der Andeutung; praktisch fragt es sich, wodurch die bloße Wahrscheinlichkeit solcher Folgerungen dem Werthe der Gewißheit angenähert werden kann. Da nun die Gleichheit aller Merkmale der vollständige Rechtsgrund der Unterordnung des s^m unter S sein würde, so folgt natürlich, daß die Wahrscheinlichkeit der Berechtigung zu dieser mit der Anzahl der gleichbefundenen Merkmale zunimmt. Man bemerkt sogleich, daß der Werth dieses Satzes sehr geschmälert wird durch Berücksichtigung der Verschiedenwerthigkeit der Merkmale selbst. Aber es bliebe doch im Allgemeinen eine leere formelle Anweisung, auf die Gleichheit der wesentlichen Merkmale hauptsächlich zu achten, so lange man sie von unwesentlichen nicht zu scheiden wüßte. Nur die Erfahrung verhilft uns hierzu; selbst die wenigen allgemeineren Regeln, die man noch aufstellen könnte, stammen aus ihr. Denn nur sie lehrt uns, daß es eine Anzahl von Merkmalen gibt, die aus weitverbreiteten Ursachen an äußerst verschiedenartigen Gegenständen der Wirklichkeit leicht entstehen und deswegen weder selbst als unterscheidende Kennzeichen für die Eigenthümlichkeit eines zusammengehörigen Begriffsinhalts dienen können, noch durch ihre Modificationen wesentliche Unterschiede in den Beispielen desselben hervorbringen; nur die Erfahrung lehrt uns, daß im Allgemeinen die Bedeutung bloßer Größendifferenzen der Merkmale gering ist und an Wichtigkeit zurücksteht hinter den Verschiedenheiten der formellen Verbindung, in welche wir eine Anzahl von Beziehungspunkten gebracht finden; die Erfahrung endlich zeigt uns, daß durch die Wirklichkeit hindurch gewisse allgemeine Bedingungen wirken, die an vielerlei Substraten, auf welche sie treffen, gleichartige Veränderungen hervorzubringen streben, und daß eben deshalb als charakteristische Kennzeichen für die Eigenthümlichkeit einer abgeschlossenen Art nur die unerwarteten Formen der Rückwirkung gelten können, die jede vermöge der Weise, in welcher sie verschiedene Beziehungspunkte in sich vereinigt, unter diesen gemeinsamen Bedingungen entfaltet; und wieder ist es nur die Erfahrung, die uns in Bezug auf einzelne Objecte der Wahrnehmung Ausnahmen von diesen allgemeinen Regeln aufzeigt

und uns überzeugt, daß zuweilen höchst unbedeutende Variationen eines scheinbar ganz unwesentlichen Merkmals doch sichere Kennzeichen eines durch die ganze Natur zweier Begriffsinhalte hindurchgehenden Unterschiedes sind. Endlich müssen wir hinzufügen, daß unsere Bemühungen, neue Gegenstände der Wahrnehmung bekannten Allgemeinbegriffen unterzuordnen, durch dieselben Aussagen der Erfahrung nicht selten zu dem entgegengesetzten Erfolg gedrängt werden: jene Allgemeinbegriffe selbst, des Thieres der Pflanze des Körpers, ändern sich erweitern oder verengern ihren Inhalt und ihre Grenzen, je nachdem fortschreitende Sachkenntniß in zweifelhaften Fällen, die ihnen zuzurechnen schienen, bleibende Unterschiede von dem Habitus der zweifellosen findet, oder in denen, die ihnen nicht zuzugehören das Ansehen hatten, doch eine stetige, durch keine Grenze unterbrochene Annäherung zu dem Gesammtcharakter der bekannten sicheren Arten bemerkt. Man sieht also, daß wir die richtige Ausführung der unvollständigen Analogie, durch welche wir ein wahrgenommenes s^m einem Gattungsbegriff S unterordnen, nicht von allgemeinen logischen Regeln, sondern von der Sachkenntniß erwarten. In der That muß man die angewandte Logik selbst als eine wissenschaftliche Lehre noch von ihrer Anwendung als einer wissenschaftlichen Thätigkeit unterscheiden. Jene kann nur allgemeine Gesichtspunkte aufstellen, deren Bewußtsein sie der Ausübung der letztern verdankt; sie kann daher nicht mit dem Anspruch auftreten, durch ihre Regeln das gesammte wirkliche Denken, als finge es jetzt seine ganze Arbeit von vorn erst an, leiten zu wollen; sie wendet sich nicht an den Geist, der noch gar keine Begriffe hat, sondern an den, der im Besitz einer mannigfach gegliederten, durch eigne Erfahrung und Ueberlieferung erworbenen Vorstellungswelt ist; sie hat nicht die psychologisch interessante Aufgabe, zu erörtern, wie alle diese Begriffe entstanden sind, sondern nur die andere, nachzuweisen, was an den entstandenen und vorhandenen richtig und sicher ist, und wie das Irrige und Fehlerhafte, das diesem gegebenen Resultate einer langen Bildungsgeschichte noch anhängt, in Zukunft verbessert und das noch Zweifelhafte der Gewißheit genähert werden kann.

256. Ist nun, wie wir jetzt annehmen, die Einzelwahrnehmung A so weit logisch geformt, daß sie ihr anschauliches singulares Subject s^m als Exemplar eines Allgemeinbegriffs S auffaßt, so wird sie uns

dann nicht weiter beschäftigen, wenn sie an s^m vollständig oder unvollständig nur die Merkmale findet, die dem S zukommen; sie wird dagegen Veranlassung neuen Fortschrittes, wenn sie mit s^m ein Merkmal M verbunden zeigt, das zu dem uns bekannten Inhalt von S nicht gehört. Drei mögliche Fälle lehrt uns dann die Erfahrung unterscheiden, auf die ich mich eben berief (255). Veränderliche Bedingungen, zufällige Umstände, können zuerst unserem wahrgenommenen s^m eine Eigenschaft, wirkliche oder scheinbare, gegeben haben, die es unter andern Umständen nicht zeigen würde; über vieles Derartige sehen wir, durch frühere Erkenntniß belehrt, stillschweigend hinweg und lassen uns durch die Verschiedenheiten der Anblicke, die uns derselbe Gegenstand nach Lage Stellung Bewegung Entfernung Beleuchtung gewährt, nicht an der Ueberzeugung von seiner Identität und seiner Uebereinstimmung mit dem Gattungsbegriff S irre machen; zweifelhaftere Fälle entscheiden wir dadurch, daß wir uns Beobachtungen desselben Gegenstandes unter verschiedenen Bedingungen zu verschaffen suchen; nur das M, welches unter allen Umständen ihm verbleibt, wird als beständiges Merkmal seiner Natur anzusehen sein. Aber es bleibt noch unentschieden, ob es dann seinen Grund in der individuellen Natur dieses doch immer noch singularen Subjectes s^m oder in der allgemeinen des Gattungsbegriffs S hat, dessen Art oder Beispiel das beobachtete s^m ist. Zur Entscheidung zwischen diesem zweiten und dritten Fall bedienen wir uns der unvollständigen Induction, welche s^m mit dem Verhalten anderer bekannten Beispiele s^1, s^2.. desselben allgemeinen S vergleicht, und die in den meisten Fällen dadurch angeregt wird, daß ungesucht eine Reihe von Einzelbeobachtungen s^1M s^2M s^3M von selbst sich uns aufdrängte und die Vermuthung erweckte, der Grund des M sei allgemein in der Natur des S zu finden, an dessen verschiedenen Beispielen wir es beobachten. Widerlegt wird diese Vermuthung sogleich, wenn sich ein einziges Subject s^q findet, das unter derselben Mannigfaltigkeit von Umständen das Merkmal M nicht hat, unter welchen es den Subjecten der übrigen Wahrnehmungen zukam; bestätigt aber wird die Vermuthung des allgemeinen Satzes: alle S seien M, dadurch nicht sofort, daß alle der Wahrnehmung zugänglich gewesenen Beispiele des S dies Prädicat M besitzen; es bleibt eine untriftige Folgerung ad subalternantem, aus einer Anzahl particularer Fälle, wie groß sie

auch sein mag, auf die allgemeine Geltung dessen zu schließen, was in ihnen galt. Und doch sind wir, der Wirklichkeit gegenüber, zu dem Versuch dieser Folgerung genöthigt; denn wenn selbst die Wahrnehmung alle vorhandenen Beispiele einer Gattung umfassen könnte, die künftigen entgehen ihr stets; es bleibt mithin auch hier nur die Aufgabe, wenigstens die Wahrscheinlichkeit dieser unvollständigen Induction so weit als möglich zu steigern. Zwei verwandte Regeln dienen hierzu. Wir müssen zuerst von einer großen Anzahl der beobachteten Einzelsubjecte s ausgehen; je größer diese Zahl, desto mannigfaltiger sind die äußeren Bedingungen, die auf sie einwirken, und deren bestimmenden Einfluß wir hierdurch eliminiren; das M, das allen diesen Subjecten dennoch gemeinsam bleiben wird, hat nicht außerhalb ihrer, sondern in ihrer eignen Natur seinen Grund. Wir werden zweitens die beobachteten Subjecte so wählen, daß ihre specifischen oder individuellen Differenzen die größten innerhalb ihrer Gattung oder Art, des allgemeinen S, möglichen sind; wir eliminiren so den Einfluß, den zur Erzeugung des gemeinsamen Prädicates besondere, durch die Natur des allgemeinen S nicht gebotene Aehnlichkeiten der beobachteten Einzelsubjecte haben könnten; das M, das trotz diesen Unterschieden ihnen dennoch gemeinsam zukommt, wird nur in dem Character der Gattung selbst begründet und damit der gewünschte allgemeine Satz: alle S sind M, gerechtfertigt sein.

257. Die reine Logik unterschied Analogie und Induction; die erste schloß von der Gleichheit vieler Merkmale in zwei Subjecten auf die Gleichheit aller in beiden; die letztere aus dem gleichartigen Verhalten vieler Beispiele einer Art auf das gleiche Verhalten aller; diesen Wortbedeutungen sind wir auch hier gefolgt, und es war demnach eine Induction, welche aus den gegebenen Prämissen s^1M s^2M... die allgemeine Folgerung SM zog. Aber dieses Verfahren läßt sich doch einfacher ansehen. Wenn alle singularen Subjecte s^1 s^2... unserer wirklich gemachten Beobachtungen darin übereinstimmen, einestheils alle die Merkmale, die zu einem S gehören, anderntheils das eine Merkmal M zu besitzen, so können wir für jedes nichtbeobachtete Subject s^q, das ebenfalls alle die Merkmale eines S besäße, auch den Besitz des einen M unmittelbar durch Analogie folgern; durch sie stellen wir also die in der Wahrnehmung nicht gegebenen Prämissen s^mM s^nM... her, deren Subjecte zusammen mit denen der beobachteten s^1M s^2M... den ganzen

Umfang von S erschöpfen, und das Geschäft der Induction besteht dann nur darin, die so gegebenen und supplirten Einzelsätze zu dem allgemeinen: alle S sind M, zu summiren. Es hat daher wenig praktischen Werth, in diesen Anwendungen der Logik den Antheil der Induction und den der Analogie zu scheiden, den loseren Sprachgebrauch zu beanstanden, der beide Ausdrücke verwechselt, überhaupt alle die Gedankenbewegungen, die man zuletzt unter den weitschichtigen Namen einer Folgerung bringen kann, auf einfache Typen der reinen Logik zurückführen zu wollen. Ob ein Seefahrer, der ein Land ganz umfahren hat, durch Induction Analogie oder Subsumption schließe, daß es eine Insel sei, möge untersuchen, wer Zeitvertreib wünscht. Von mehr Interesse wäre die Frage, wie wir zu irgend einem allgemeinen Satze T über die Dreiecke gelangen. Jede Construction, durch welche wir T beweisen, gibt unserer Anschauung doch immer nur ein ganz singulares Dreieck s^1; nur von ihm zunächst, und von ihm immer, so oft wir es sich selbst gleich construiren, würde T gelten. Nun kann man freilich die Zeichnung variiren; aber wenn man auch in tausend verschiedenen Dreiecken s^1 s^2 s^3.. den Satz T bestätigt fände, so verschwände doch diese Anzahl gegen die unendliche der möglichen Dreiecke, die man nicht durchprobiren kann. Durch Summirung der Einzelanschauungen, die man sich durch diese Constructionen schafft, kommt man mithin hier nicht zu der allgemeinen Gültigkeit von T für alle Dreiecke; man muß berechtigt sein, jedes einzelne verzeichnete als ein Symbol für alle anzusehen, so daß, was von ihm gilt, für alle durch dasselbe mitvertretenen andern gilt. Die Berechtigung hierzu liegt nicht in der besondern Natur der räumlichen Anschauung, die vielmehr nur den Inhalt des Satzes T liefert; sie liegt darin, daß wir von dem gezeichneten Dreieck in unserem Räsonnement nur diejenigen Bestimmungen beachten, die wir durch den Gang der Construction selbst hervorgebracht haben, also nur die Eigenschaft, eine ebene Figur zu sein, die von drei gradlinigen Seiten eingeschlossen wird. Die wirklich gezeichnete Figur kann niemals blos diese Eigenschaft allgemein, sondern immer nur durch Seiten von bestimmter Länge und durch eine Winkelsumme von bestimmter Vertheilung darstellen; aber diesen speciellen Beschaffenheiten gestatten wir keinen Einfluß auf unsere Folgerungen; wäre absichtslos unser construirtes Dreieck rechtwinklig oder gleichseitig gerathen, so würden wir

die Sätze, die hierdurch, aber auch nur hierdurch, gültig würden, als solche beiseit lassen, die sich nicht auf das von uns gemeinte Subject bezögen. Psychologisch ist es ohne Zweifel der unzergliederte Eindruck der Aehnlichkeit, der uns gleich geneigt macht, das von einem verzeichneten Dreieck bewiesene T auf alle Dreiecke durch Analogie zu übertragen; der logische Grund, es mit Recht zu thun, liegt in dem Bewußtsein, daß alle nicht construirten Dreiecke doch dem allgemeinen durch unsere Construction symbolisirten Begriff des Dreiecks subordinirt sind, und daß wir den fraglichen Satz nur aus diesem Begriff, ohne Hinzunahme anderer Bedingungen, in jener einen symbolischen Darstellung fließen sahen.

258. Mit der Erlangung allgemeiner Sätze von der Form: alle S sind M, hat die Induction ihr nächstes Ziel erreicht und sie kann hierbei stehen bleiben, namentlich wo es sich um praktische Fragen des Lebens handelt; denn in diesen Fällen kommt es uns hauptsächlich darauf an, daß thatsächlich ein M von allen Beispielen eines S, von allen Menschen etwa, gültig sei; dagegen kümmert es uns weniger, warum es von ihnen, und ob es nur von ihnen und nicht vielleicht auch von Thieren gilt. Der theoretische Trieb der Erkenntniß begnügt sich jedoch nicht mit dieser bloßen Anknüpfung des M an sein nächstes Subject, er möchte innerhalb des S den engeren Merkmalkreis aufsuchen, der den Grund dieser Anknüpfung enthält, und der überall, wo er vorkommt, auch außerhalb S vielleicht, das gleiche Merkmal bedingt. Dann setzt sich die Induction fort, und indem sie eine Reihe allgemeiner Sätze von der Form: SM RM TM... als neue Prämissen benutzt, sucht sie einen allgemeinen Schlußsatz, der in der Form: alle Σ sind M, unter Σ das wahre Subject oder denjenigen Gattungsbegriff, oder endlich, anders ausgedrückt, denjenigen Bestand von Merkmalen versteht und bezeichnet, an welchem überall das Prädicat M als seine Folge hängt. So wird man leicht durch eine erste Induction den Satz SM finden: in allen Säugethieren geschieht ein Gaswechsel durch Respiration; eine zweite Induction, welche an die Stelle von S nacheinander Vögel Fische Amphibien setzt, wird dies gefundene Ergebniß schon verständlicher machen durch ihren Schlußsatz ΣM: alle Thiere bedürfen des Gasaustausches; sie zeigt, daß die vorher nur vereinzelt beobachtete Thatsache in der allgemeinen Natur des thierischen Lebens

nothwendig sein muß; eine dritte Induction verbindet ΣM mit einer neuen gleichartigen Prämisse: alle Pflanzen zeigen, obwohl andersartig, das Phänomen eines Gaswechsels; ihr Schluß $\Sigma^1 M$: alle organischen Wesen überhaupt befinden sich in gleichem Falle, zeigt uns das fragliche Phänomen an ein noch allgemeineres Subject gebunden; eine Vergleichung endlich mit dem Verhalten von Stoffen, die den organischen ähnlich gebaut sind, zu der umgebenden Atmosphäre könnte uns zu dem Gedanken führen, daß unter den Bedingungen an der Erdoberfläche nur durch diesen Stoffwechsel die Entfaltung der zusammenhängenden veränderlichen Vorgänge möglich ist, die das organische Leben zusammensetzen. Man bemerkt hierbei, daß, je weiter diese Inductionen fortgehen, um so mehr unser Interesse abnimmt, ihr Ergebniß in Gestalt eines kategorischen Urtheils von der Form: S ist P, zu erhalten; wir suchen nicht mehr den höchsten Gattungsbegriff, an welchem eine gegebene Erscheinung als Prädicat haftet, sondern wir suchen ein hypothetisches Urtheil zu gewinnen, welches uns die allgemeinste Bedingung B kennen lehrt, von der überall, wo sie vorkommt, jene Erscheinung als ihre Folge F abhängt. Und diese neue Aufgabe, den Bedingungszusammenhang des Wahrnehmungsinhaltes zu ermitteln, überwiegt an Wichtigkeit in den Anwendungen dergestalt, daß wir von jetzt an das inductorische Verfahren nur in der Form weiter verfolgen, die es zu ihrer Lösung annimmt.

259. Wir bezeichnen durch U und W zwei Gruppen von wahrgenommenen Vorgängen; wir nehmen an, irgend eine Veranlassung, die in der Art ihres Auftretens liegt, habe in uns die später zu bestätigende oder zu berichtigende Vermuthung erregt, beide Gruppen seien zusammengehörig und U sei oder enthalte die Ursache von W, W sei oder enthalte die Wirkung von U; wir erinnern endlich an die erste Bemerkung dieses Kapitels (252), nach welcher sehr selten U wirklich die vollständige Ursache von W und nichts als diese, W selten die ganze Wirkung von U und nichts als diese enthalten wird; dann können wir als unsere Aufgabe bezeichnen, aus den unreinen Beobachtungen UW den reinen Fall BF eines in sich zusammengehörigen Bedingungsverhältnisses zu finden, und wir definiren den Begriff dieses reinen Falles dahin, daß in ihm B der zureichende Grund von F, und der Grund von nichts Anderem außer F, daß anderseits F die vollständige

Folge von B und zugleich keines andern Grundes Folge ist. In den Anwendungen kann je nach den verschiedenen Interessen, die unsere Untersuchungen jedesmal verfolgen, von der Strenge dieser Definition etwas nachgelassen werden; so kann es uns genügen, zu wissen, daß B, so oft es gegeben ist, F hervorbringt, gleichviel ob es außer F noch Anderes bedingt oder ob F außer von ihm auch noch von Anderem erzeugt werden kann. Allein diese Genügsamkeit üben wir doch nur, wo es uns blos darauf ankommt, die realen Ursachen kennen zu lernen, welche eine fragliche Wirkung hervorbringen; wenn es sich dagegen theoretisch um den Grund handelt, aus welchem diese Ursachen jene Wirkung als nothwendige Folge bedingen, werden wir B und F immer nach den Anweisungen der Definition bestimmen müssen; selbst wo F aus verschiedenen äquivalenten Ursachen entstehen kann, sind eben nicht diese verschiedenen Ursachen, deren jede außerdem noch ihre besondern andern Wirkungen hat, sondern nur das ihnen allen Gemeinsame der wahre Grund B dieser Folge, und dieses B hat dann auch keine andere Folge als dieses F.

260. Aus einem unreinen Fall UW könnte der reine Fall BF nur durch eine zufällige glückliche Inspiration errathen werden; mit Sicherheit nachweisen läßt er sich nur durch eine Vergleichung vieler Fälle UW, die so von einander verschieden sind, daß die mannigfachen oder veränderlichen Relationen, die sie uns zwischen den unzugehörigen Nebenbestandtheilen darbieten, uns erlauben, diese zu eliminiren und die Beziehung BF, welche sie alle enthalten, allein und gesondert zurückzubehalten. Jene unreinen Fälle nun, das Material unserer Bearbeitung, liefert zunächst die Beobachtung; aber der freiwillige Lauf der Dinge führt uns doch nur in wenigen Gebieten vollständig diejenigen Fälle vor, die wir bedürfen würden, um jene Elimination zu vollenden. Manche Naturvorgänge entfalten nur in sehr langen Zeiträumen, welche das Beobachtungsfeld eines Einzelnen weit überschreiten, die ganze Reihe der Aspecte, die man alle kennen müßte, um ihren Bedingungszusammenhang zu begreifen; manche andere Erzeugnisse der Wirklichkeit entziehen nicht blos durch diese Langsamkeit ihre Entwicklung der Beobachtung, sondern sie zergliedern sich wirklich niemals von selbst rückwärts in die einzelnen Bedingungen, aus denen sie entstanden sind; sehr selten befinden wir uns in dem glücklichen Falle der

Astronomie, die nur durch zufällige Beobachtungshindernisse in der Aufsammlung unzähliger Daten eines zusammenhängenden und periodischen Spieles von Ereignissen unterbrochen wird, und doch bedarf auch sie, um alle ihre Wünsche zu befriedigen, eine Ergänzung durch Beobachtungen der Vorzeit, die sie nur unzureichend findet. Ueberall, wo uns eine praktische Einwirkung auf den Gegenstand unserer Untersuchung möglich ist, dient zur Ergänzung dieser Mängel der Versuch oder das Experiment. Indem wir eine Gruppe von Umständen U willkürlich herstellen, können wir die in der Wirklichkeit thätigen Ursachen nöthigen, uns mit einer Wirkung W zu antworten, die von selbst vielleicht nie in den Kreis unserer Wahrnehmungen gefallen wäre; indem wir Größe und Beschaffenheit jenes U willkürlich variiren lassen, können wir eine Reihe von Aenderungen in Größe und Art des W hervorbringen, die in dieser Vollständigkeit noch viel weniger von selbst sich unserer Beobachtung dargeboten hätte; indem wir U in seine Bestandtheile zergliedern und in jedem Versuch nur einen von ihnen oder eine bestimmt angebbare Verknüpfung mehrerer zur Wirkung zulassen, die übrigen abschneiden, werden wir die Bestandtheile des Erfolges W gleichfalls sondern und lernen, welcher von ihnen von welchem Theile des zusammengesetzten U abhängt. So ist also das Experiment das praktische Mittel, uns Beobachtungen in solcher Menge und von solchen Verschiedenheiten und Verwandtschaften zu verschaffen, wie sie uns nöthig sind, um durch Elimination des Unwesentlichen aus ihnen einen reinen Fall BF abzuleiten. Diese Definition selbst zeigt hinlänglich, daß nur insoweit das Experiment einen Vorzug vor der Beobachtung hat, als es im Stande ist, die gewöhnlichen Mängel der letzteren zu verbessern; es soll passende und fruchtbare Beobachtungen anstatt der unpassenden und unfruchtbaren schaffen, die sich von selbst bieten. Aber es würde verkehrt sein, ihm noch ein anderes mystisches Verdienst außer diesem zuzuschreiben; es ist nicht, der Beobachtung gegenüber, eine neue Methode der Erkenntniß, sondern lediglich ein Vorbereitungsmittel, um das herzustellen, dessen Beobachtung für uns wichtig ist. Und eben deshalb ist nicht überall das experimentale Verfahren schlechthin der bloßen Beobachtung überlegen. Es ist in unserer Zeit ein Vorurtheil der Halbbildung, zu meinen, was am hellen Tage ohne alle Vorbereitung handgreiflich und im Großen zu beobachten sei,

bleibe natürlich zweifelhaft; richtig sei nur, was sich mit künstlichen Vorrichtungen im ganz Kleinen unter den erschwerendsten Umständen mikroskopisch wahrnehmen lasse. Ich leugne gar nicht, daß diese paradoxe Annahme, die als allgemeiner Grundsatz abgeschmackt sein würde, in vielen Einzelfällen zutrifft, und daß namentlich nur durch diese künstlichen Mittel sehr häufig genaue Größenbestimmungen möglich werden, welche die Beobachtung im Großen nie finden würde; aber auch umgekehrt gibt die letztere oft ein allgemeines Verhalten ungesucht, das in den Experimenten durch specielle Bedingungen verdunkelt wird.

261. Die verschiedenartigen Verhältnisse, welche zwischen U und W die Beobachtung und das Experiment kennen lehren, suche ich jetzt vorzuführen, nicht in der Hoffnung, sie vollständig zu erschöpfen, sondern in der Absicht, an Beispielen die Mannigfaltigkeit der möglichen Fälle und der aus ihnen zu ziehenden Folgerungen zu verdeutlichen.

1. Der Fall + UW. Kommen U und W ununterbrochen in der Wirklichkeit zusammen vor, so gestattet diese beständige Coexistenz gar keinen Schluß auf ein in der That doch vielleicht zwischen beiden stattfindendes Bedingungsverhältniß. Eisen und Silber und alle andern chemischen Elemente sind immer zugleich in der Welt vorhanden; aber daraus folgt weder, daß das eine von ihnen eine Bedingung für das Dasein des andern, noch daß alle zusammen Coeffecte einer einzigen Ursache sind. Höchstens die philosophische Speculation könnte, auf besondere hier nicht zu erörternde Gründe vertrauend, die Möglichkeit einer Mehrheit durch einander in keiner Weise bedingter Elemente bezweifeln; für die Naturauffassung dagegen, der die Induction zunächst dienen will, ist die Coexistenz allein kein Anzeichen weiteres Zusammenhanges. In jedem einzelnen jener Elemente finden wir ferner verschiedene Eigenschaften oder Verhaltungsweisen ununterbrochen vereinigt; alle besitzen die Eigenschaft der Gravitation gemeinsam, jedes einzelne außerdem seine specifischen Verwandtschaften zu allen andern. Dieser Fall ist dem vorigen nicht gleich; es ist hier ein und dasselbe Subject, an welchem die verschiedenen Eigenschaften, als die seinigen, coexistiren; diese Einheit des Dinges widerspricht einer beziehungslosen Vielheit von Merkmalen, die an ihm vorkämen, und es regt sich der natürliche logische Trieb, entweder eine dieser Eigenschaften durch die andere oder beide durch eine dritte ursprüngliche zu erklären, die unter

verschiedenen Bedingungen sich in jene zwei umgestalte. Wohin dieser logische Antrieb weiter führen kann, sei dahingestellt; hier bleibt er eben ein bloßer und unfruchtbarer Antrieb; denn so lange die Beobachtung nichts als die ewige Coexistenz beider Prädicate aufzeigt, gibt sie uns eben kein Mittel an die Hand, den etwa vorhandenen Bedingungsnexus beider mit einander oder mit einem dritten nachzuweisen.

2. Der Fall (+ U + W). Kommen U und W nicht in ununterbrochener Wirklichkeit, aber in zahlreichen Wiederholungsfällen vereinigt vor, so ist es möglich, daß sie ohne irgend einen gegenseitigen Zusammenhang lediglich coincidiren und jedes von ihnen die Folge seiner besondern Bedingung ist, die nur zufällig mit der Bedingung des andern zusammentrifft. So wird man urtheilen über die vielen Unglücksfälle, die sich am Freitag ereignen, und über zahllose ähnliche Meinungen des Aberglaubens. Aber man bleibt doch bei diesem Urtheile nur, weil einestheils in diesen Fällen keine Aussicht ist, eine begreifliche Vermittlung zwischen den verbundenen U und W zu entdecken, und weil anderseits weitere Beobachtungen bald lehren, wie wenig allgemein und ausschließlich ihre Verbindung ist. An sich dagegen ist die Annahme bloßer Coincidenz die am wenigsten wahrscheinliche; was oft wiederholt zusammen vorkommt, macht ein Causalverhältniß wahrscheinlich; ganz unbestimmbar bleibt nur noch, ob eines der beiden, U und W, Ursache oder Wirkung des andern, oder ob sie beide nur Coeffecte einer dritten Ursache Z sind. Diese Zweideutigkeit bleibt auch dann, wenn U und W nicht gleichzeitig, sondern nacheinander in bestimmter Folge in allen Wiederholungsfällen auftreten; dann kann zwar U die Ursache von W sein, aber beide können auch Coeffecte eines dritten, nicht beständigen, sondern in bestimmter Reihenfolge sich ändernden Z sein. Tag und Nacht folgen immer so aufeinander, aber sie erzeugen einander nicht, sondern sind successive Coeffecte der Axendrehung der Erde. Es könnte endlich geschehen, daß W immer unbemerkt besteht, aber in unsere Beobachtung erst fällt, wenn U stattfindet; so schlägt das Herz bei dem Lebendigen immer, aber der Gesunde fühlt es fast nur, wenn eine besondere Aufregung U hinzukommt; dann ist U zwar nicht die Ursache von W, aber doch die Bedingung seines Eintretens in unsere Beobachtung.

3. Der Fall (— U + W). Die Zweideutigkeiten, die hier blieben,

entscheiden erweiterte unmittelbare oder durch das Experiment vermittelte Beobachtungen. Findet sich, daß W auch vorkommt ohne U, oder daß U sich experimentell aufheben läßt, ohne zugleich W aufzuheben, so kann man zwar nicht schließen, daß U nicht die Ursache von W, wohl aber, daß es nicht die erhaltende Ursache desselben sei. Der Satz, auf den man sich beruft, um den voreiligen ersten Schluß zu rechtfertigen: cessante causa cessat effectus, hat nur den einen unzweideutigen Sinn: mit dem Wegfall einer Ursache kommen diejenigen Wirkungen in Wegfall, welche die Ursache noch gehabt haben würde, wenn sie fortbestanden hätte. Daß die bereits entstandenen Wirkungen sich verschieden verhalten, zeigen die einfachsten Beispiele; die Bewegung dauert fort nach der Beendigung des Stoßes, der sie hervorbrachte; das Kochen des Wassers hört auf, wenn die Wärmezufuhr nachläßt, von der es erzeugt wurde und deren es als beständiger Erhaltungsursache bedarf; das Kind stirbt nicht mit dem Tode der Aeltern, der einzigen Ursachen, die sein Dasein bewirken konnten; aber das Gleichgewicht einer unterstützten Last geht zu Grunde mit der Hinwegziehung ihrer Stütze. Man kann alle diese Fälle, deren weitere Zergliederung hier unnöthig ist, auf einen allgemeinen Satz der Beharrung zurückbringen, den wir in Bezug auf unsere jetzige Aufgabe so aussprechen: jede Wirklichkeit, die einmal hervorgebracht ist, welcher Art sie auch sein mag, dauert fort, wenn nicht entgegenwirkende Ursachen sie aufheben. Die Wirkungen einer erzeugenden Ursache bedürfen daher einer erhaltenden Ursache nicht, sobald sie in Zuständen eines Subjects bestehen, welche sowohl mit der beständigen Natur desselben als mit den äußern Bedingungen im Gleichgewicht sind, unter denen es sich befindet; sie verlangen dagegen eine erhaltende Ursache, wenn entweder in jener Natur oder in diesen äußern Umständen sich Kräfte befinden, welche auf sie einen umgestaltenden Einfluß zu äußern streben. Dauert also W fort nach dem Aufhören von U, so sind drei Fälle möglich: entweder ist zwischen beiden gar kein Causalzusammenhang, oder U ist zwar erzeugende, aber nicht erhaltende Ursache von W, und in diesem Fall wieder entweder eine erzeugende Ursache, neben der es noch andere gibt, oder auch die einzige, von der W hervorgebracht werden kann.

4. Der Fall (+ U — W). Wenn U in der Beobachtung vorkommt, ohne daß W folgt, so zieht natürlich dies Verhalten unsere Auf-

merksamkeit nur auf sich, wenn es im Widerspruch ist mit schon gemachten Beobachtungen einer sonst vorkommenden Verbindung von U und W; es kann dann sein, daß U nicht die Ursache von W ist, und man corrigirt dann, indem man diese Folgerung zieht, die andere, welche man aus den entgegengesetzten früheren Beobachtungen gezogen hatte. Der Zusammenhang von Ursachen und Wirkungen in der Wirklichkeit unterscheidet sich jedoch von dem zwischen Grund und Folge auf dem Gebiet des blos Denkbaren. Jeder Grund, der einmal gilt, bringt seine Folge ganz hervor und zugleich ganz in dem Resultat wahrnehmbar; wirken zwei Gründe zusammen, hat eine Größe g zwei Bedingungsgleichungen zu genügen, die ihr Verhalten zu x bestimmen, so ist der Einfluß der zweiten allemal darin sichtbar, daß sie aus den vielen Werthen des g, welche die erste allein noch möglich ließ, nur einen oder eine bestimmte Anzahl unter einander regelmäßig verknüpfter übrig läßt. Eine Veränderung W dagegen, welche in der Wirklichkeit aus der Ursache U folgen müßte, kann stets durch eine Gegenursache Z so aufgehoben werden, daß sie der Beobachtung verschwindet. Man kann nicht sagen, daß Z die Wirkungsfähigkeit des U v e r n i c h t e t; denn U kann von seiner Wirkung W nur abgehalten werden, indem es selbst auf das hindernde Z zurückwirkt; in diesem bringt es immer eine andere Wirkung W^1 hervor, anstatt der W, welche wir erwarteten, oder auch es selbst erleidet unter dem Einfluß des Z und seiner eigenen Wirkungstendenz einen Zustand W^1, den es sonst nicht erleiden würde; aber dieses W^1 ist sehr häufig so gestaltet, daß es sich der unmittelbaren Beobachtung ganz entzieht; dann scheint W völlig zu fehlen, während U vorhanden ist; in der That hat W nur seine Form geändert. Dies kommt überall vor, wo bewegende Kräfte einem festen Widerstand begegnen; sie scheinen uns dann nichts zu wirken, während sie in Wahrheit einen starken Druck auf den widerstehenden Körper ausüben. Folgt also in der Beobachtung W auf U nicht, so kann allerdings der Causalzusammenhang zwischen beiden ganz fehlen, und dann muß man die andern Beobachtungen einer Folge von U und W auf andere Weise deuten; es kann aber auch U eine oder selbst die einzige Erzeugungsursache von W, aber durch eine Gegenkraft Z an der Hervorbringung des W verhindert sein. Man erhält hierdurch die Aufforderung, sich in jedem solchen Falle darnach umzusehen, ob sich eine sonst fehlende

Ersatzwirkung W[1] entdecken läßt, welche das Dasein eines Widerstandes verräth. Wenn man endlich experimentell U herstellt und W nicht folgen sieht, auch keine Spur eines stellvertretenden W[1] finden kann, so ist hier der Schluß gerechtfertigt, daß U keine der erzeugenden Ursachen von W sei.

5. Der Fall (— U — W). In der Beobachtung kann es nur in seltenen Fällen und nur in Erinnerung an andere schon gemachte Erfahrungen vorkommen, daß uns das gleichzeitige Nichtvorhandensein von U und W auffällt; hat dagegen U früher bestanden, und finden wir, daß mit seinem Aufhören auch W verschwindet, so ist die nächste Wahrscheinlichkeit natürlich, daß U mindestens die erhaltende, vielleicht auch die erzeugende Bedingung von W ist, oder daß U und W Coeffecte einer dritten Ursache Z sind, mit deren Wegfall sie beide verschwinden. Hört W auf, wenn wir U experimentell aufheben, so scheint nur das erste Glied dieser Alternative möglich; aber es kann sich doch auch anders verhalten. Was wir hier die Aufhebung von U nennen, ist nicht immer blos ein Wegfall dieser früher wirkenden Ursache, sondern läßt sich häufig nur durch eine positive Vorkehrung oder Einwirkung herstellen, welche, indem sie U aufhebt, zugleich neue Bedingungen Z schafft, welche für die von U vielleicht ganz verschiedene Ursache, von der bis dahin W wirklich abhing, Hinderungen ihres Weiterwirkens bilden und folglich W aufheben. Es stritt lange die Annahme, daß Infusorien ohne Keim ihrer Art aus dem Aufguß organischer Stoffe entstehen, mit der andern, daß überall die Bedingung ihrer Entstehung in den der organischen Substanz selbst anhängenden oder durch die atmosphärische Luft zugeführten oder im Wasser enthaltenen Sporen oder Samen liege. Dieser Streit könnte entschieden werden, wenn man zeigte, die Erzeugung W der Infusorien höre auf, wenn der Zutritt U lebensfähiger Sporen oder Samen abgeschnitten wird. Aber die hierzu benutzte Auskochung des Wassers zugleich mit der organischen Substanz und die Leitung der Luft durch glühende Röhren bürgen allerdings für das Nichtvorhandensein lebensfähiger Samen in allen drei zusammenwirkenden Körpern; zugleich sind dies jedoch so eingreifende Vorgänge, daß durch sie auch die Ursache, welche die andere Meinung voraussetzte, die eigene Entwicklungsfähigkeit der organischen Materie zu lebendigen Organismen, mit wirkungslos ge-

macht werden kann. Dieser Versuch bedurfte daher einer Modification, welche dies Bedenken ausschloß.

6. Der Fall (+W+U). Durch keinen der bisherigen Schlüsse läßt sich mehr feststellen, als daß U eine Ursache von W ist; daß es die einzige, daß folglich auch die Umkehrung des Satzes richtig und jedes W Wirkung eines U sei, würde sich nur auf dem Wege der Ausschließung ermitteln lassen, der uns darauf führte, daß alle andern denkbaren Ursachen die Wirkung W nicht haben. Diese Ausschließung ist in Bezug auf die unzähligen nächsten Ursachen, die in der Natur wirkend auftreten können, ganz unausführbar; man könnte an sie nur denken, wenn eine viel weiter fortgeschrittene Bearbeitung der Wahrnehmungen uns schon eine in vollständiger Disjunction erschöpfbare Anzahl allgemeiner wirkender Kräfte kennen gelehrt hätte, von deren Modification irgend welcher Art jeder Erfolg überhaupt abhängen muß. Die inductive Naturforschung vollzieht jedoch jene Umkehrung der Wahrnehmungen sehr allgemein; wenn sie in vielen Fällen U als Ursache von W gefunden hat, so nimmt sie an, daß ein W, dessen Ursache sie nicht beobachtet, auf dasselbe U als Ursache zurückzubeziehen sei. Den Logikern kann man nicht widersprechen, wenn sie in dieser Gewohnheit formell einen logischen Fehler sehen. Denn ganz gewiß läßt das particulare Urtheil: viele W sind Wirkungen von U, in keiner Weise die Folgerung ad subalternantem zu: alle W sind Wirkungen von U; oder in keiner Weise kann das hypothetische Urtheil: wenn U ist, ist W, rein umgekehrt werden in das andere: wenn W ist, ist U. Allein wenn hiervon gar zu viel Aufhebens gemacht wird, so muß man doch bedenken, daß die Naturforschung ihre hier angezweifelten Folgerungen nicht nach dem abstracten Muster einer so verkehrten logischen Regel zieht, sondern weil sie durch eine Fülle von Sachkenntnissen über die thatsächlich bestehenden allgemeinen Gewohnheiten des natürlichen Geschehens sich berechtigt glaubt, das zu ergänzen, was an der logisch-formalen Gültigkeit jener Umkehrung fehlt. Sie meint: es könnte freilich so sein, daß hundert gleichartige Wirkungen in der Natur von hundert sehr verschiedenen nächsten Ursachen abhingen; aber es ist nun einmal nicht so, sondern gleichartige Erfolge gehen wirklich von Ursachen aus, die nicht blos darin sich gleichen, daß sie dies Gleichartige hervorbringen **können**, sondern eben diese gleiche Wirkungsfähigkeit hängt

immer an auch sonst gleichartiger Natur der Ursachen. Es ist gar nicht der Mühe werth, das sehr große Gewicht noch weitläufiger bemerklich zu machen, das diese Berufung auf den bereits gewonnenen sachlichen Inhalt unserer Erkenntniß zur Ergänzung der blos logischen Folgerungsrechte ganz einleuchtend besitzt; es ist im Gegentheil nothwendig, zu bemerken, daß die hieraus abzuleitende Berechtigung ihre Grenzen hat. Newton hat den hier in Rede stehenden Grundsatz in seiner zweiten Regel so ausgesprochen: effectuum naturalium ejusdem generis eaedem sunt causae. Ich glaube nicht, daß die Verehrung vor seinem unsterblichen Geiste leidet, wenn wir uns zugestehen, daß diese Formulirung logisch den Ansprüchen auf Präcision keineswegs genügt, die er mathematisch so unübertrefflich zu befriedigen wußte. Wir setzen nicht außer Acht, daß diese Regel nicht ein logisches Gesetz, sondern eben eine Regel, eine praktische Maxime der Naturforschung sein soll, wahrscheinlich hervorgerufen durch die glänzenden Entdeckungen, denen sie als Vorspiel diente; aber auch so ist sie unbestimmt genug, und jeder einzelne ihrer Ausdrücke bedarf der Interpretation. Ich lege nicht Gewicht darauf, daß zuerst das idem genus eine Definition verlangen würde, die uns zeigte, welche effectus naturales zu demselben, welche andern zu einem andern genus gehören; eines so weitschichtigen Ausdruckes können auch wir nicht ganz entbehren, übrigens aber ihn hier so interpretiren, daß bloße Größendifferenzen gleichgeformter Vorgänge keine Artverschiedenheit derselben begründen. Aber was sind effectus naturales? Verstehen wir darunter jeden natürlichen Vorgang, sofern er als Wirkung auf irgend eine Ursache bezogen wird, so ist der ganze Satz mit dem Ende: eaedem causae offenbar unhaltbar, so lange nicht dieser letztere Begriff bestimmt ist. Schließt man in das idem genus, wie wir eben thaten, die quantitativ verschiedenen Erfolge ein, so können sie nur causas ejusdem generis, aber nicht easdem haben; quantitativ müssen auch die Ursachen unterschieden sein; aber auch daß sie ejusdem generis sein müßten, wird durch die gewöhnlichsten Erfahrungen widerlegt, die uns zeigen, wie mancherlei verschiedene und nur äquivalente Ursachen eine und dieselbe Art der Wirkung hervorbringen können. Nähert sich ein Körper B einem Punkte C mit gleichförmig beschleunigter Geschwindigkeit, so ist so viel freilich klar und nothwendig, daß eine Kraft auf ihn wirken muß, die diesen und gerade diesen Effect

hervorbringen kann; aber wie verschiedener Art können doch die Kräfte sein, die das thun! Sie können a fronte anziehend wirken von dem Punkte C aus, sie können auch a tergo abstoßend wirken auf B und es hierdurch dem C nähern; die erste Weise der Wirkung kann von electrischen Kräften oder von der Gravitation ausgehen; die letztere von einer Reihe einzelner sich summirender Stöße. Will man alle diese Ursachen als easdem oder als ejusdem generis fassen, weil sie trotz ihrer übrigen wesentlichen Verschiedenheiten darin übereinkommen, eben diesen gleichen Effect hervorzubringen, so thut man nicht blos jedem Sprachgebrauch Gewalt, sondern man macht auch die ausgesprochene Regel zu einer trivialen Tautologie. Denn daß alle Ursachen, welche gleichartige Wirkungen haben sollen, wenigstens darin gleichartig sein müssen, daß sie eben sämmtlich diese Wirkungen hervorbringen können, daß sie also in Bezug auf diese Wirkung äquivalent sein müssen, dies versteht sich von selbst, und braucht, als eine Folge des Identitätsgesetzes, nicht erst durch eine besondere Maxime der Naturforschung gelehrt zu werden; eine solche Maxime will offenbar etwas als thatsächlich gültig darstellen, was aus formal logischen Gründen nicht nothwendig ist, also in diesem Falle, daß die Ursachen gleichartiger natürlicher Vorgänge nicht blos äquivalent in Bezug auf diese, sondern auch außerdem gleichartig sind. Daß aber der Inhalt *dieser* Maxime nicht allgemeingültig sein könne, beweisen nun eben die Erfahrungen. Effectus naturales könnten jedoch auch anders gemeint sein, nicht als natürliche Vorgänge, sondern als Naturvorgänge; d. h. nicht als solche, die gelegentlich so zu sagen im Kleinhandel aus der Anwendung physischer Gesetze auf zufällig zusammengerathene Umstände entstehen, sondern als solche, die in dem großen Betriebsplane der Natur ihre beständige Stelle haben, und die zu den Naturzwecken rechnen würde, wer sich diesen Begriff glaubte rechtfertigen zu können. Newton's wörtlicher Ausdruck führt auf eine solche Deutung nicht nothwendig; daß ihm der Art etwas vorgeschwebt, wird aber durch die Stelle wahrscheinlich, an der seine Regel steht, in der Einleitung zu einem Werke, das eben diese beständigen alles umfassenden und bestimmenden Naturvorgänge, den Umlauf der Planeten, den Gang des Mondes und den unaufhörlichen Trieb der Körper, zu fallen oder zu drücken, in einer großen Anschauung zusammenzufassen bestimmt war. So verstanden, würde jener Satz nicht

unmittelbar eine Regel der Forschung, sondern der Ausdruck einer Thatsache sein, deren Bestehen mittelbar auf die von der Untersuchung einzuschlagenden Wege einen maßgebenden Einfluß besitzt, der Thatsache nämlich, daß der in der Welt wirkenden höchsten und allgemeinsten von einander unabhängigen Ursachen nicht unzählige, sondern sehr wenige sind, und daß auf eine von ihnen jede Gruppe zusammengehöriger Wirkungen im Großen zurückzuführen ist, während im Kleinen nicht immer dieselben, sondern sehr verschiedene äquivalente nächste Ursachen eine und dieselbe Wirkung erzeugen. Es würde jedoch schwer sein, die Grenzen zu bestimmen, welche jene großen Ursachen von diesen kleinen trennen; ebenso schwer, auszumachen, welcher Theil des so gedeuteten Satzes, ob die Hinweisung auf die Gleichartigkeit der höchsten oder ob die auf die Ungleichartigkeit der nächsten Ursachen mehr eingeschärft zu werden verdient; jedenfalls ist die wissenschaftliche Praxis Newton's so bewundernswerth, daß wir besser thun, ihr nachzustreben, als mit dieser seiner allgemeinen Maxime überflüssig Staat zu machen. Ich kehre noch zu einem Beispiel zurück. Wenn der Chemiker von dem Element U eine Reaction W beobachtet hat, und nun einen neu untersuchten unbekannten Körper dieselbe Reaction W geben sieht, so beruht sein Schluß, dieser Körper sei folglich U, keineswegs auf der einfachen Umkehrung jener Beobachtung, sondern auf dem Bewußtsein, mit allen Elementen, die an der Erde vorkommen, bereits experimentirt und von keinem andern außer U dieselbe Reaction W erhalten zu haben. Dieser Beweis durch Ausschließung ist formell nicht unbedingt sicher, aber doch von größter Wahrscheinlichkeit; wird ein neues Element U^1 entdeckt, das nun doch mit U dieselbe Reaction gibt, so ist man eben klüger geworden und sucht nun nach einem andern Kennzeichen, beide zu unterscheiden. Nicht ganz dieselbe Wahrscheinlichkeit hat die Folgerung aus der Spectralanalyse, die Stoffe, welche in dem Spectrum der Himmelskörper die Streifen W hervorbringen, seien identisch mit den irdischen Elementen, deren Dämpfe in ihren Spectren dieselben Linien W erzeugen. Mit jenen außerirdischen Stoffen haben wir nicht experimentirt; daß es nicht mehrere im Uebrigen verschiedene Elemente geben könne, die in dieser einen Reaction W einander gleichen, ist daher nicht so sicher, wie in dem vorigen Fall, obgleich sehr wahrscheinlich deshalb, weil kein Beispiel nichtidentischer irdischer Elemente

mit identischen Spectrallinien vorliegt, und weil ohnehin die Körper unseres Sonnensystems sich als zusammengehörige Bruchstücke einer früher vereinigten Masse ansehen lassen. Die gleichen Farben, die im auffallenden und im durchgehenden Lichte viele chemisch sehr verschiedene Körper zeigen, beweisen, daß die hier in Frage kommende Fähigkeit zur Reflexion Absorption und Transmission verschiedener Lichtwellen nicht ganz einfach mit der chemischen Natur der Stoffe zusammenhängt; anderseits können zwei Elemente doch nicht deshalb, weil das eine Kalium, das andere Natrium heißt oder ist, eigenthümliche Wirkungen W oder W^1 hervorbringen; sie sind oder heißen vielmehr das eine oder das andere nur deshalb, weil die allgemeinen Kräfte, mit denen Körper sich gegeneinander wirkend gelten machen, in beiden mit verschieden großen specifischen Coefficienten vorkommen. Daß nun unter Bedingungen, die wir experimentell gar nicht nachahmen können, z. B. bei der an der Sonnenoberfläche herrschenden Temperatur, einer dieser Coefficienten, durch deren Verein das eine Element charakterisirt wird, sich niemals ändern und niemals die Größe annehmen könnte, welche derselbe Coefficient unter den Bedingungen an der Erdoberfläche für ein anderes Element besitzt, daß also niemals verschiedene Elemente uns gleiche Linien im Spectrum zeigen könnten, ist nicht so unanfechtbar gewiß, daß dieser durch die Spectralanalyse uns eröffnete Blick in die chemische Zusammensetzung anderer Himmelskörper jeden Zweifel ausschlösse.

7. Der Fall (—W—U) würde nach unserer Bezeichnung bedeuten, daß wir aus dem Nichtvorhandensein einer Wirkung W, die wir in andern Beobachtungen auf U folgen sahen, auf das Nichtvorhandensein von U zurückschließen. Er bedarf keiner weitern Erörterung; die richtige Folgerung aus dem Fehlen von W ist nur diese, daß keine von den vielleicht vielen verschiedenen Ursachen U^1 U^2 U^3.., welche W bewirken könnten, in der That wirksam gewesen ist, entweder, weil keine von ihnen bestand, oder weil jede von ihnen Widerstände fand, welche ihr die Hervorbringung von W unmöglich machten; die letzte Alternative wird wie früher entschieden, je nachdem sich Spuren einer andern stellvertretenden Wirkung W^1 auffinden lassen oder nicht.

262. Sei nun auf einem der beschriebenen Wege außer Zweifel

gestellt, daß U die Ursache von W sei oder enthalte, so kann diese letzte Frage nur durch wiederholte Beobachtungen und Versuche beantwortet werden, welche sich der Reihe nach auf die ungesucht unterscheidbaren oder durch künstlichere Veranstaltungen trennbaren Bestandtheile des U und auf die jedem von ihnen zugehörige Einzelwirkung beziehen. Hierzu setzen wir Ursache und Wirkung zwei Gruppen von Vorgängen gleich, $U = a + b + c$ und $W = \alpha + \beta + \gamma$, und heben folgende einfachste Fälle als Beispiele der hier vorkommenden Mannigfaltigkeit von Verhältnissen hervor.

1. Der Fall ($U - a = W$). Nach leicht begreiflicher Analogie unserer Bezeichnungen bedeutet dieser Fall, daß das Fehlen oder die experimentale Aufhebung des einen Bestandtheils a der Ursache U keine Aenderung in der Wirkung W hervorbringt. Wenn dies nun buchstäblich richtig wäre, das hier beobachtete W mithin dem vorher beobachteten völlig gliche, so wäre der natürliche Schluß, a trage gar nichts zur Hervorbringung der Wirkung bei, durchaus gerechtfertigt. Aber eben dies findet nicht immer statt; da wir alle diese Fälle hier nur mit Rücksicht darauf behandeln, wie sie in unserer Beobachtung vorkommen, so müssen wir erinnern, daß sehr oft die beobachtbare Wirkung unverändert bleibt, wo die wirkliche in der That durch die Aufhebung des a eine Aenderung in W^1 erfahren hat. Denken wir uns an sechs gleich langen Seilen, die an den Eckpunkten eines regelmäßigen Sechsecks befestigt sind, eine Last aufgehängt, so wird sie, wenn wir das erste, dritte und fünfte Seil entfernen, bei hinlänglicher Festigkeit der Seile nicht nur hängen bleiben, sondern auch scheinbar ihren absoluten Ort im Raume behalten. Das letzte findet jedoch gewiß nicht statt; die Spannung der drei übrigen Seile ist gewachsen, und sie haben sich um ein Geringes ausgedehnt, die Last selbst sich um ein Geringes senkrecht verschoben, und hierin besteht eben die neue Wirkung W^1, die an die Stelle von W getreten ist; die Differenz zwischen beiden verschwindet für die oberflächliche Beobachtung und verleitet zu dem hier falschen Schlusse, die drei anderen Seile haben zu der ursprünglichen Wirkung W nichts beigetragen, während nur eine früher wirklich geleistete Arbeit derselben vicarirend von den andern Bestandtheilen von U übernommen worden ist. Es ist kaum nöthig zu bemerken, wie ungemein häufig dieser Fehlschluß von der Unbemerkbarkeit kleiner Wirkungen

auf Wirkungslosigkeit begangen und durch späteren Schaden gebüßt wird, und wie die Erkenntniß seiner Gefahr zu vielerlei Methoden führt, dieses Kleine für die Beobachtung zu vergrößern und es in den Bereich der Wahrnehmung zu rücken.

2. Der Fall (U — a = — W). Wenn nach dem Verschwinden des a in der Beobachtung oder nach seiner experimentalen Aufhebung das ganze W verschwindet, so neigen wir natürlich zu der Annahme, a allein sei bei der Hervorbringung oder doch jedenfalls bei der Erhaltung des W wirksam betheiligt. Daß dies möglich, aber nicht allgemein gültig sei, lehrt uns die Vergleichung mit andern Beobachtungen; lassen wir der Reihe nach anstatt a die andern Bestandtheile von U verschwinden, so zeigt sich oft, daß das ganze W auch mit dem Aufhören von b oder von c ganz ebenso verschwindet, daß es folglich nicht von einem Bestandtheile des U, sondern von der gleichzeitigen Gegenwart und Verknüpfung aller oder doch mehrerer von ihnen abhängig ist. Jede zusammengesetzte Maschine, jeder lebendige Körper bietet dafür Beispiele; die Bewegung der ersten und das Leben des letztern hört mit der Verletzung mancher Bestandtheile auf, deren keiner für sich allein im Stande gewesen wäre, ohne die Mitwirkung der übrigen Bewegung und Leben zu erzeugen und zu erhalten; die Thatsache, daß mit der Zerstörung eines einzelnen Hirntheiles a eine bestimmte geistige Function aufhört, bürgt nicht dafür, daß eben dieser einzelne Theil das erzeugende Organ derselben war; selbst die Gegenerfahrung, daß keines anderen einzelnen Theiles Verletzung dieselbe Folge habe, macht diesen Schluß nicht vollkommen sicher; es bleibt immer möglich, daß a nur der unentbehrliche Bestandtheil war, in welchem die Wirkungen aller übrigen eben diese Form W annehmen, und daß mithin die Function aufhört, sowohl wenn a, als wenn außer a alle übrigen Bestandtheile des Gehirns in ihren Verrichtungen gehindert werden. Um hierüber zu entscheiden, müßte man die Aenderungen des W in W^1 zu beobachten suchen, welche bei ungestörtem a aus den Functionshemmnissen der übrigen Organe entspringen.

3. Der Fall ($U - a = W + \alpha$). Wenn aus U der Bestandtheil a in der Beobachtung verschwindet oder im Experiment zum Wegfall gebracht wird, und dann die Wirkung W um einen neuen, vorher nicht vorhanden gewesenen Bestandtheil α wächst, oder überhaupt jetzt

erst eine Wirkung α entsteht, so haben wir zu schließen, daß die übrigen Bestandtheile von U den erzeugenden Grund von α enthielten, a hingegen ein Hinderniß war, nach dessen Entfernung erst α sich entfalten kann. Die Beobachtung allein rechtfertigt diesen Schluß nicht ganz; denn es bleibt zweifelhaft, ob nicht, während a verschwand, eine unbemerkt gebliebene neue Bedingung Z eintrat, welche allein α hervorbringt, während a weder zu seiner Erzeugung, noch zu seiner Hemmung fähig ist; das Experiment beseitigt diesen Zweifel dann, wenn man sicher ist, daß das operative Verfahren, durch welches man a aufhob, wirklich nur diese Negation des a bewirkte, nicht aber zugleich einen positiven Eingriff Z enthielt, dem die Entstehung von α zugemessen werden könnte. Jede Störung eines Gleichgewichts durch Beseitigung einer der Kräfte, die es unterhielten, gibt für diesen Fall ein Beispiel; auch in der Oekonomie der lebendigen Verrichtungen ist die Physiologie mehrfach auf gleiches Verhalten gestoßen. Wenn die Durchschneidung eines Nerven stürmische Bewegungen hervorruft, und wenn man, wie in diesem Beispiel für sicher gelten kann, durch den Act der Durchschneidung nicht eine dauernde positive Aufregung, sondern nur die Aufhebung eines früher bestandenen Einflusses hervorgebracht hat, so kann man nur an eine durch den Plan der Organisation vorgezeichnete Hemmung der einen Function durch eine andere denken und von ihrer Aufhebung den Eintritt jener beobachteten Bewegungen abhängig machen. Historische Betrachtungen führen häufig auf dieselbe Ansicht. Es gibt zwar positive Anregungen, durch welche die Menschheit in eine gewisse Bahn geschichtlicher Entwicklung getrieben wird; aber die Mehrzahl großer und plötzlicher Umwälzungen beruht auf einer Hinwegräumung von Hindernissen, die der Entfaltung immer vorhandener Tendenzen und Gesinnungen entgegenstanden, und selbst jene positiven Antriebe leiten die Begebenheiten meist nur eine Zeit lang nach der von ihnen angegebenen Richtung; später nimmt Alles eine andere Wendung, weil unvermerkt und gegen seine Absicht der gegebene Anstoß auch Hindernisse ganz anders gearteter und nach andern Zielen strebender Kräfte entfernt oder geschwächt hatte.

4. Der Fall $(U - a = W - \alpha)$. Dieser Fall erfordert keine neuen Ueberlegungen, sondern schließt sich dem zweiten und dritten an. Veranlaßt die Aufhebung eines Theiles a von U das Verschwinden

eines Theiles α in der Wirkung, so kann hier wie dort der Causalzusammenhang, der dann nothwendig zwischen a und α besteht, ein ausschließlicher, also a die genügende Erzeugungs- oder Erhaltungsursache von α sein; es kann aber auch a das eine oder das andere vielleicht nur in Verbindung mit den übrigen Bestandtheilen von U sein, und dieses letztere Verhalten kann selbst dann stattfinden, wenn Gegenversuche zeigen, daß die Aufhebung keines andern Theils von U dieselbe Vernichtung des α herbeiführt, weil die noch übrigen Theile für die weggefallenen vicariren können. Es kann ferner a vielleicht nur mittelbar, nach dem Muster des dritten Falles, α bedingen; dann ist ein anderer Theil von U, vielleicht $c + d$, die erzeugende und erhaltende Ursache von α, aber ein dritter Bestandtheil b hemmt die Wirkung von $c + d$, dieses Hinderniß endlich wird durch a balancirt, so daß die Entfernung von a der hemmenden Kraft des b nun die Unterdrückung des α möglich macht. Entziehung des Sauerstoffs a, während die übrigen Lebensbedingungen U bleiben, hebt die lebendigen Functionen α des thierischen Körpers auf, ohne dessen Bau sonst ebenso sichtbar wie andere Todesursachen zu verändern. Man hat hieraus niemals den Schluß ziehen können, der Sauerstoff allein bringe das Leben hervor; daß er es nur konnte im Verein mit den Bestandtheilen des Körpers, mithin als ein Reiz, der auf diese wirkt, oder als eine Mitursache unter vielen, dies war von selbst klar; aber doch schrieb man ihm die positive Rolle zu, eben der erregende Reiz zu sein, der durch seine Einwirkung unmittelbar in den Organen die Bewegungen hervorruft, deren Ganzes das Leben ist. Diese Deutung hat nicht ganz widerlegt werden können; aber gewiß theilt sie sich mit der anderen in die ganze Wahrheit, nämlich mit der, daß die Einwirkung des Sauerstoffs hauptsächlich in der Hinwegräumung von Hindernissen bestehe, die aus den lebendigen Functionen selbst, durch Abnutzung der organischen Stoffe, für die weitere Fortsetzung dieser Functionen entstehen.

5. Der Fall $(U + a = W)$. Der Hinzutritt einer neuen Ursache a zu U, in welchem sie früher nicht enthalten war, kann die gesammte Wirkung W nur unter denselben Bedingungen unverändert lassen, wie in dem ersten Fall der Wegfall eines in W vorher enthaltenen Bestandtheils a. Entweder findet sich, in der Beobachtung, während a hinzukommt, ein unbeachtetes Z ein, das seine Wirkung aufhebt,

oder es ist uns, im Versuche, nicht gelungen, a so anzubringen, daß es seine Wirkung entfalten kann. Wirkt aber a in der That, wird also wirklich das gesammte W in W^1 verändert, so kann diese Veränderung sich entweder der Beobachtung entziehen oder sie betrifft nicht den bestimmten Theil des gesammten W, auf welchen unsere Wißbegier sich allein gerichtet hatte, und bleibt deshalb unbeachtet.

6. Der Fall ($U + a = W + \alpha$). Wenn ein neues Element a, welches zu den bisher wirkenden Ursachen U hinzutritt, das neue Element α in der bisherigen Wirkung W entstehen läßt, so kann a für sich allein die hinreichende Ursache sein, welche in den Objecten, die hier in Frage kommen, die Wirkung α erzeugen würde; es kann aber auch a, gleich dem letzten Tropfen, der ein volles Gefäß zum Ueberlaufen bringt, nur die ergänzende Ursache sein, ohne welche alle früheren, und welche selbst ohne alle früheren diese Wirkung nicht hervorgebracht hätte. Es kann endlich vorkommen, daß die Wirkung W oder überhaupt die Thatsache W, die wir hier um den Zuwachs α vermehrt werden und dadurch in W^1 übergehen lassen, nicht ein ruhiger Zustand und nicht ein immer in gleicher Weise sich wiederholendes oder fortsetzendes Geschehen, sondern selbst eine Entwicklung ist, die, wenn sie einmal durch eine Gruppe U von Ursachen hervorgebracht ist, dann in Folge der Natur der Objecte, auf welche diese wirken, von selbst aus W sich in W^1 verwandelt; dann ist a ein müßiger Zusatz zu U oder ein solcher, der zwar anderweitige Wirkungen haben mag, aber unschuldig ist an einem Eintreten des α. Mit dieser Zweideutigkeit kämpfen die therapeutischen Beobachtungen. Wenn man in den lebendigen kranken Körper U das Heilmittel a und seine vermutheten Kräfte einführt, so bleibt zweifelhaft, ob die Krankheit W die günstige Wendung α aus diesem Grunde nimmt, und ob sie nicht vielmehr von selbst denselben Verlauf auch ohne a genommen haben würde. Es ist nicht ganz leicht, dies zu entscheiden, weil hier die Möglichkeit des Versuchs in enge Grenzen eingeschlossen ist. Hat man einmal beobachtet, daß in vielen Fällen auf die Hinzufügung von a der erwünschte Erfolg eintrat, so scheut man sich, das vielleicht, aber doch nicht gewiß, überflüssige a versuchsweis wegzulassen; Gegenerfahrungen aber, die sich freiwillig darbieten und die Unnöthigkeit des a zu beweisen scheinen, bleiben auch ihrerseits zweideutig, weil die verglichenen Fälle selten ganz gleichartig

sind und weil sich kaum nachweisen läßt, daß nicht irgend ein Z das fehlende a als äquivalente Einwirkung ersetzt hat. Dieselben Schwierigkeiten findet die Betrachtung socialer und geschichtlicher Phänomene; es ist schwer festzustellen, ob zur Erzeugung einer neuen Wendung α der Dinge eine Maßregel a oder ein Ereigniß a beigetragen hat, das die Beobachtung dem α vorangehen sah; noch schwieriger, zu ermitteln, worin allgemein die Wirksamkeit des a liegt und durch welche in W liegenden Nebenbedingungen sie ermöglicht oder begünstigt wird.

7. Der Fall $(U + a = U + b)$. Es ist unmöglich, daß zwei Ursachen, die neben einem gemeinschaftlichen Bestandtheil U sich durch verschiedene Bestandtheile a und b unterscheiden, genau dieselbe Gesammtwirkung W haben, aber es ist möglich, daß ein bestimmter von uns ins Auge gefaßter Theil ihrer Gesammtwirkung oder endlich daß dasjenige gleich sei, was von diesem Theile in unsere Beobachtung fällt. Dies Verhalten bezeichne ich durch die vorangestellte Formel. Der nächstliegende Schluß aus ihm ist natürlich der, daß beide Ursachen durch ihren gleichen Bestandtheil die gleiche Wirkung erzeugen und daß in Bezug auf diese die ungleichen Elemente derselben ohne Einfluß sind. Es bedarf keiner Erwähnung, daß dieser Schluß sehr häufig zutrifft, selbst dann, wenn das Gemeinsame zweier oder vieler Ursachen nur in wenigen Merkmalen besteht, das Verschiedene dagegen, a und b, sich zu Complexen sehr vieler Merkmale erweitert. Aber es ist doch auch möglich, daß U für sich allein niemals jene gleiche Wirkung erzeugt oder erhält, sondern allemal dazu einer Unterstützung durch a oder b oder c bedarf, welche letzteren Bestandtheile dann als äquivalente Miturſachen von W zu betrachten sind; es kann selbst kommen, daß der gleiche Theil U verschiedener Ursachen völlig wirkungslos in Bezug auf W ist und dieses allein von den ungleichen Elementen beider abhängt. Lassen wir auf einen Punkt, der auf einer festen Ebene liegt, drei Kräfte einwirken, die eine c senkrecht auf die Ebene, die andern beiden a und b divergent in der Ebene, so ist es leicht möglich, den letztern zwei andere zu substituiren, welche dieselbe Resultante W geben: die erste Kraft c, die einzige, die beiden Kraftsystemen gemeinsam ist, ist zugleich die einzige, die nichts zur Bestimmung der Richtung und Größe der Resultante beiträgt. Ganz allgemein, jedes Gleichgewicht und jede Bewegung läßt unzählige Constructionen aus

sehr verschiedenen Verknüpfungen von Einzelursachen zu. Nun kann man freilich einwenden, daß in allen solchen Fällen a b c nicht unvergleichbar verschieden sind, sondern selbst noch ein Gemeinsames x neben ihren Verschiedenheiten enthalten; dies x müsse man zu dem gemeinsamen U rechnen, und dann werde immer U + x die wahre Ursache der gleichen Wirkung W sein. Diese Bemerkung ist richtig, aber sie gehört nicht als Einwand hierher, denn sie spricht nur den in abstracto selbstverständlichen Satz aus, daß zu gleichen Folgen immer gleiche Gründe gehören; hier aber handelt es sich darum, wodurch in der Beobachtung diese gleichen Gründe gleicher Folgen repräsentirt werden, und wir fanden nun, daß nicht immer die gleichen Bestandtheile oder Merkmale zweier Ursachen das Vehikel dieser gleichen Gründe sind, sondern daß diese sich eben häufig in der Combination unmittelbar ungleicher Bestandtheile Merkmale oder Bedingungen verbergen. Diese Zweideutigkeiten müssen daher durch Nebenversuche entschieden werden. Man muß wissen, ob U allein W zu erzeugen oder zu erhalten vermag; ist dies so, dann sind a und b zwar nicht nothwendig wirkungslose, aber entbehrliche Bestandtheile der Ursache, denn wir haben dann den Fall (U — a = W) und seine oben betrachteten Folgen. Man muß ferner wissen, ob a und b allein W erzeugen oder nicht; thun sie es, so ist nach demselben ersten Falle U nicht nothwendig wirkungslos, aber eine entbehrliche Mitursache von W. Findet beides nicht statt, so sind U + a, U + b, U + c Paare von einander unentbehrlichen Mitursachen von W, und es ist jetzt Zeit, durch neue Combinationen der Wahrnehmungen oder durch Variation der Versuche zu ermitteln, welcher gemeinsame Bestandtheil x, des a des b und des c, und vielleicht auch, welcher einzelne Bestandtheil u des U zusammen die wahre und genügende Ursache u + x der gleichen Wirkung W ausmachen.

263. Gar nicht immer wird es durch die bisher durchgegangenen Schlüsse gelingen, überhaupt nur die nächste und hinreichende Ursache einer Wirkung zu bestimmen, noch weniger die Art von Causalzusammenhang zu ermitteln, die zwischen beiden stattfindet. Man nähert sich diesem Ziele mehr, wenn es möglich ist, die Größenveränderungen zu beobachten, welche die Wirkungen für bestimmte Aenderungen der Ursachen erfahren. Es gibt wohl keine Art der Wirkung, die nicht

irgendwie veränderliche Größen zuließe; selbst solche, die unmittelbar kein Mehr oder Weniger aufzeigen, gestatten es mittelbar; Gleichgewicht kann nicht mehr oder minder Gleichgewicht sein, aber es übt doch gegen den Versuch zur Aufhebung größeren oder geringeren Widerstand, oder es bedarf zu seiner Unterhaltung verschiedener Kräfte. Ich stelle wieder die einfachsten der beobachtbaren Fälle als Beispiele zusammen.

1. Der Fall (mW = mU). Denken wir uns den reinen Fall hergestellt, den wir früher mit BF bezeichneten und jetzt mit UW bezeichnen können, so daß U die ganze und nichts außer der ganzen Ursache von W, W die ganze und nur die ganze Wirkung von U ist, beide aber unmittelbare Größenbestimmungen zulassen, so werden wir als selbstverständlichen Grundsatz betrachten, daß gleichen Differenzen zweier Werthe von U auch gleiche Differenzen der zugehörigen Werthe von W entsprechen, daß also U und W in einfacher gerader Proportion stehen. Dann ist mW = mU. Diese Formel, welche keine mathematische Gleichung, sondern ein logisches Symbol ist, setzt voraus, daß wir die Wirkung so wie ihre Ursache jede nach einem besondern ihrer Natur eigenthümlichen oder für sie zulässigen Maßstab zu messen im Stande sind, und behauptet, daß dann in der jedesmaligen Wirkung die Einheit der Wirkung, W, ebenso oft enthalten ist, wie in der wirkenden Ursache die Einheit der Ursache, U. Selbstverständlich ist dieses Verhalten aber doch nur dann, wenn m einzelne Ursachen U, jede für sich, die gleiche Wirkung W erzeugen, und nur wir die Summe dieser getrennten Wirkungen ziehen, welche dann der Summe der Ursachen proportional sein wird. Geben wir, in verschiedenen Augenblicken, mmal denselben Geldbetrag U, jedesmal für die Waare W, aus, so wird, Gleichheit der Preisforderung vorausgesetzt, unser Gesammteinkauf mW für den Geldwerth mU sein; wirken m gleiche, aber getrennte, Stöße U auf ebensoviel verschiedene Elemente und geben jedem die Geschwindigkeit W, so wird die Summe aller erzeugten Geschwindigkeiten m · W, oder die entstandene Bewegungsgröße mW sein, wenn wir die Anzahl der Elemente als Bezeichnung einer Masse ansehen. Es ist anders, wenn die vielen Ursachen und ihre Wirkungen in einer sachlichen Verbindung stehen. Die auf einmal gegebene Geldsumme mU erkauft mehr Waare, als sie in m Einzelkäufen erzielen würde; hier sind es verwickelte Rücksichten des Ver-

kehrs, welche in der Seele des Verkäufers ihren Werth steigern; an sich bleibt es richtig, daß jedes einzelne U nur für ein einziges W der bedingende hinlängliche Grund ist; nur im wirklichen Effect wird diese an sich begründete Folge durch jene Nebenursache geändert. Wenn ein Impuls U einem Körper die Geschwindigkeit W gibt, so wird mU, gleichzeitig wirkend, ihn vielleicht nicht fortbewegen, sondern zertrümmern; immer bleibt mU der rationale Grund für eine Geschwindigkeit mW, aber die mitwirkenden Verhältnisse im Zusammenhang des Körpers ändern den Erfolg. Nur wenn wir ein körperliches Element als bloßes Substrat der Bewegung betrachten dürfen, jeder eigenen Rückwirkung baar, können wir selbstverständlich von der Ursache mU die proportionale Bewegungswirkung mW erwarten. Allgemein also: bei der Anwendung unseres Grundsatzes denken wir uns die mfache Ursache gleich m einzelnen Ursachen U und nehmen an, es seien keinerlei Umstände vorhanden, welche das eine Glied dieser Summe nöthigten, mehr oder weniger oder anders zu wirken, als wenn es allein vorhanden und die übrigen Glieder nicht da wären. Dann bringt die mfache Ursache die mfache Wirkung hervor, und umgekehrt: wo unsere Beobachtungen annähernd dies Verhältniß zeigen, haben wir die Hoffnung, einen reinen Fall UW vor uns haben, der in dem oben angegebenen Sinne mit einem reinen Bedingungsverhältniß BF identisch ist.

2. Der Fall (W = C). Es ist ein sehr häufiges Vorkommen, daß eine Ursache U tmal auf dasselbe Object einwirkt, und wir verstehen dann unter t entweder die Anzahl der Wiederholungen dieser momentan gedachten Einwirkung, oder die Anzahl der Zeiteinheiten, in deren jeder die stetig wirkende Kraft U ein bestimmtes Maß von Wirkung erzeugt. Ist diese dann von der Art, daß sie das ihr unterliegende Object als dasselbe identische Object fortbestehen läßt, so würde jede spätere Wiederholung derselben Ursache in ihm dasselbe Geschehen noch einmal erzeugen, mithin würde nach t Wiederholungen oder nach der Zeit t auch tmal dieselbe Wirkung an ihm vorhanden sein, vorausgesetzt, daß nach dem Satz der Beharrung jeder frühere Erfolg fortdaure, da ihm kein Hinderniß entgegensteht. Dies ist der Fall der räumlichen Bewegung, bei welcher wir voraussetzen, daß die bewegungerzeugenden Ursachen das bewegte Object entweder nicht

ändern, oder nur innere Zustände in ihm hervorbringen, welche durchaus keinen hemmenden Einfluß auf neu anzunehmende Bewegungen w ausüben. Betrachten wir als die Wirkung W die erzeugte Geschwindigkeit, so ist W stets $= w.t$, abhängig von der Zeit. Käme es dagegen vor, daß ein Object während der ganzen Zeit t, durch welche hindurch eine constante Ursache U beständig auf es einwirkt, einen gleichförmigen Zustand, W stets gleich der Constanten C, zeigte, so könnte dies kein reiner Fall sein, sondern es müßte außer U noch Mitursachen oder Mitbedingungen Z geben, welche den Einfluß des Beharrungsgesetzes aufhöben, die Summirung der Einzelimpulse unmöglich, die Wirkung W constant und von der Zeit unabhängig machten. Wenn ein kühler Körper unter dem Einfluß der Sonnenstrahlen sich erst erwärmt, dann aber während beständiger Fortdauer gleicher Bestrahlung eine constante Temperatur behält, so kann nicht die Bestrahlung allein die Ursache dieses Verhaltens sein; die erklärende Mitursache liegt in der Ausstrahlung, die von dem erwärmten Körper ausgeht und die ihn bei einer gewissen erreichten Temperaturdifferenz zwischen ihm und seiner Umgebung ebensoviel Wärme wieder auszugeben nöthigt, als er neu empfängt.

3. Der Fall ($dW = \frac{m}{W} dU$). Es gibt im Grunde außer der einfachen räumlichen Bewegung keinen andern Fall, in welchem wir annehmen könnten, die in dem beeinflußten Object a erzeugte Wirkung werde die zunächst zu erleidende gar nicht präjudiciren; im Allgemeinen wird durch die Erstwirkung dieses a in α verändert, und hierin, in der Nichtidentität des die Wirkung empfangenden Objectes, liegt eine veränderliche Mitbedingung Z, welche den wiederholten Impulsen der Ursache U nach und nach andere Wirkungen zuordnet, als dem ersten. Nehmen wir zuerst an, die Veränderung des a in α sei von der Art, daß sie der nächsten Einwirkung Widerstand entgegensetzt, so etwa, wie ein bereits zusammengedrückter Körper der neuen Zusammendrückung widerstrebt, da durch die gegenseitige Annäherung seiner Elemente die zwischen ihnen wirksamen Abstoßungen gewachsen sind. Das Maß dieses Widerstandes kann keine von allen zusammenwirkenden Parteien unabhängige Constante sein, sondern muß einestheils der specifischen Intensität der inneren Abstoßungen, von denen der Widerstand geleistet

wird, und die für den einen Körper andere sind, als für den anderen, anderntheils der bereits erfolgten Zusammendrückung proportional sein, denn diese ist es, welche durch jene Annäherung der Elemente die Abstoßungen steigert. Die erste Bedingung liefert für die noch mögliche Einwirkung der Ursache U einen constanten Coefficienten, abhängig von der Natur des Objectes a, die andere sagt, daß die Größe dieser nächsten Einwirkung in einem umgekehrten Verhältniß zu der Größe des bereits erreichten Erfolges W stehen muß, welche letztere selbst für zwei verschiedene Ursachen U und U_n von den Größen dieser abhängig bleibt. Natursachen wirken nun niemals momentan; wir können jedes U in eine Anzahl von dU zerfällen, die nach einander, übrigens in der Zeit beliebig vertheilt, jedes den ihm entsprechenden constanten Theil der Wirkung $dW = m \cdot dU$ hervorbringen würden, wenn jedes von ihnen allein wirkte, aber ein verändertes dW erzeugen, weil jedes auf das von seinen Vorfahren bereits modificirte Object einwirkt. Es ist daher gleichgültig, ob wir U und U_n als zwei verschiedene Ursachen oder als zwei verschiedene Werthe betrachten, bei denen eine und dieselbe wachsende Ursache U stehen geblieben oder für unsere Betrachtung fixirt worden ist. Bedeutet dann $W = f(U_n)$ den Erfolg, den n aufeinanderfolgende dU bereits erzeugt haben, so ist die Wirkung dW, welche durch Hinzufügung noch eines dU entspringen würde: $dW = \frac{m}{W} \cdot dU$. Unter den reinen Größenfunctionen ist es der Logarithmus von U, der diese Art des Wachsthums zeigt; auf logarithmische Ausdrücke kommen wir deshalb bei der Berechnung von Wirkungen, die durch ihre eigenen Erfolge sich Hindernisse ihrer Wiederholung, proportional jenen Erfolgen, schaffen.

4. Der Fall ($dW = mW\,dU$). So wenig im vorigen Fall eine wiederholte Ursache nur deswegen weniger wirken konnte, weil sie nicht zum ersten Male wirkte, so wenig kann sie nur deshalb mehr wirken, weil sie schon mehrmal gewirkt hat. Auch dieser Fall, den wir als Uebung, wie den vorigen als Abhärtung in den Begriff der Gewöhnung einzuschließen pflegen, bedarf der Annahme einer Mitursache Z, nämlich einer solchen Aenderung des beeinflußten Objects a in α, welche jedem späteren Einwirken der Ursache Vortheile verschafft, indem sie stets geringere Widerstände ihm entgegensetzt; wie etwa der

erste Schlag den Stein so erschüttert, daß der zweite die vorgefundenen Schwingungen nur zu vermehren hat, um die Cohäsion der Theile zu überwinden. Kommt nichts sonst in Betracht, so werden wir aus analogen Gründen, wie im vorigen Falle, die Größe der momentanen Einwirkung proportional dem Gesammterfolge oder dem Integral der früheren Einwirkungen zu setzen haben. Unter den reinen Größenfunctionen von U ist es die Exponentialfunction e^U, welche diese Eigenschaft eines dem Integral selbst gleichen Differentialquotienten besitzt; auch der Anwendung dieser Formel werden wir daher in mathematischen Ausdrücken natürlicher Wirkungsformen häufig begegnen.

5. Der Fall ($dW = m. \sin U$). Keiner der bisher betrachteten Fälle kann auf Wirkungen führen, welche, während die Ursache beständig wächst, zwischen Wachsthum und Abnahme schwanken; sie nehmen entweder immer ab oder immer zu. So oft daher ein periodischer Wechsel zwischen Zunahme und Abnahme der W bei stets in gleichem Sinne sich änderndem U stattfindet, muß es neben U eine oder mehrere Mitursachen Z geben, deren Verhältnisse zu U entweder an sich veränderlich sind oder durch den Vorgang des Zusammenwirkens so verschoben werden, daß die Wirkungen aller sich bald summiren, bald einander entgegengesetzt sind, und durch Maxima und Minima von der einen zu der andern dieser Beziehungen übergehen. Die von mir benutzte Formel ist nur ein ganz unzureichender symbolischer Ausdruck für die begreiflich unermeßliche Mannigfaltigkeit der hier möglichen Combinationen.

Achtes Kapitel.

Auffindung von Gesetzen.

264. In den Verhältnissen, die wir im vorigen Kapitel aufgeführt haben, liegen die Beweggründe, die uns zur Anstellung neuer Versuche oder zur Aufsuchung neuer Beobachtungen veranlassen, um die jedesmal noch gebliebene Möglichkeit verschiedener Ursachen einer Wirkung zu beseitigen. Der allgemeine Sinn dieses Verfahrens ist immer derselbe: aus den unreinen Beobachtungen SP oder UW soll der reine Fall $\Sigma\Pi$ oder BF durch Elimination aller der Bestandtheile der Beobachtung ermittelt werden, welche dem vorliegenden Causalzusammenhange fremd sind. Es scheint mir nicht nöthig, diese allgemeine Vorschrift noch in eine Anzahl besonderer Methoden zu zerfällen; nützlicher vielmehr, darauf hinzuweisen, daß wir schon in der elementaren Algebra ein instructives Vorbild der sehr mannigfachen Operationen besitzen, die unserem Zwecke dienen können. Sowie wir gegebene Gleichungen, die zusammen die Verhältnisse zweier oder mehrerer unbekannter Größen definiren, durch die verschiedensten Mittel, durch Hinzufügung neuer Größen, Subtraction anderer, durch Multiplication oder Division ihres ganzen Inhalts umformen, um sie unmittelbar vergleichbar und zur allmählichen Elimination einzelner Unbekannten geschickt zu machen, so werden wir auch unsere jetzige Aufgabe bald durch passende Hinzufügung neuer Bedingungen, deren Einfluß berechenbar ist, bald durch ebenso beurtheilbare Hemmung gegebener, bald, wo es möglich ist, durch Veränderung in der gegenseitigen Stellung der zusammenwirkenden Ursachen, endlich durch Modification unseres eigenen Verhaltens gegenüber dem zu beobachtenden Material zu lösen suchen. Ich lasse dahin gestellt, ob wir auf diesem Wege

überhaupt jemals zu einem reinen Fall BF gelangen können; wären wir aber auch so glücklich gewesen, die genaue Ursache U einer genauen Wirkung W zu finden, so würde in keinem Falle, außer in geschichtlichen Untersuchungen, unsere Wißbegier völlig befriedigt sein. Denn dieser reine Fall UW würde keine andere Folgerung zulassen als die, daß jedesmal, wenn dasselbe U in Wirklichkeit wieder vorkäme, dasselbe W ihm folgen müßte. Aber sowohl die praktischen Bedürfnisse des Lebens als die Interessen des wissenschaftlichen Erkennens treiben uns zu der weitern Frage: wie wird W sich in W^1 ändern, wenn U in U^1 übergeht, oder: wie wird eine Wirkung W^1 gestaltet sein müssen, wenn nicht das beobachtete U, sondern ein anderes, U^1, eintritt, dessen Differenz von U genau angebbar ist? Wir verlangen mit einem Wort nicht blos die Gewißheit eines thatsächlichen Zusammenhangs zwischen einem U und einem W, sondern auch die Kenntniß des Gesetzes, nach welchem derselbe stattfindet und sich ändert.

265. Der Name Gesetz hat verschiedene Bedeutungen für verschiedene Kreise menschlicher Interessen: sein logischer Sinn ist dennoch überall der nämliche. In voller logischer Form ist Gesetz ein allgemeines hypothetisches Urtheil, welches sagt: immer, wenn U ist oder gilt, gilt oder ist auch W, und allemal, wenn U um eine bestimmte Differenz dU sich in U^1 verwandelt, verändert sich auch W in W^1 um eine bestimmte von dU abhängige Differenz dW. Hypothetisch ist das Gesetz, weil es niemals erzählen soll, was geschieht, sondern immer nur bestimmen, was geschehen soll oder muß, wenn bestimmte Bedingungen gegeben sind. Nicht von diesem hypothetischen Sinne, sondern nur von der entsprechenden Form des Ausdrucks ausgenommen sind Gesetze, die sich auf dauernd gegebene oder als dauernd vorausgesetzte Bedingungen beziehen. Wenn man in kategorischer Form als Naturgesetz ausspricht: alle ponderablen Elemente ziehen einander nach dem umgekehrt quadratischen Verhältniß ihrer Entfernungen an, so drückt man damit nur aus, daß eine einzige stets erfüllte Bedingung, nämlich das gleichzeitige Vorhandensein in derselben Welt, für jene Elemente der hinlängliche Grund dieser Folge ist; wenn das Verfassungsgesetz eines Staates in kategorischer Aufstellung die Beziehungen zwischen den verschiedenen Gruppen seiner Angehörigen ordnet, so ist der verschwiegene Vordersatz: so lange dieser Staat überhaupt vorhanden sein wird, sollen

in beständiger Wiederholung diese festgesetzten Ordnungen sich im Lauf der Geschlechter erhalten und erneuern. Auch allgemein aber, und zwar immer hypothetisch, ist jedes Gesetz und deshalb ebenso sehr von einer blos allgemeinen Thatsache, als von einer Verordnung für einen Einzelfall zu unterscheiden. Der Satz Kepler's, alle Planeten bewegen sich in Ellipsen um die in einem Brennpunkt stehende Sonne, ist ursprünglich kein Gesetz, sondern der Ausdruck einer Thatsache; er führt den Namen des Gesetzes nur kraft des allerdings berechtigten Nebengedankens, daß alle Planeten aus einem gemeinsamen Grunde ihre Bewegung haben, und daß man mithin voraussetzen kann, auch für noch unbekannte werde der Satz, nun als Gesetz, gelten, wenn sie überhaupt durch Umlauf um die Sonne sich als Planeten erweisen. Ein Gesetz, welches zum Zweck einer bestimmten Eisenbahnanlage zur Expropriation ermächtigt, ist logisch betrachtet ein Beschluß oder eine Verordnung; aber weil die Verordnung nicht willkürlich gegeben wird, sondern auf Grund eines allgemeinen Gesetzes, das unter bestimmten Bedingungen die rechtliche Zulässigkeit der Expropriation überhaupt begründet, mag sie um deswillen den vornehmeren Namen selbst tragen. Auch jene Rücksichtnahme auf Veränderlichkeit oder Verschiedenheit der Bedingung und der Folge liegt in der Absicht jedes Gesetzes; nur die Ausführung der Absicht ist nicht überall möglich. Die Versicherung, daß zwei Körper einander anziehen, ist für sich eine unvollständig definirte Thatsache; ein Gesetz sieht die Naturwissenschaft erst dann, wenn das Verhältniß angebbar ist, in welchem sich die Größe der anziehenden Wirkung abhängig von den verschiedenen oder veränderlichen Massen und Entfernungen der Körper oder abhängig von irgend einer andern, ihrer Größe nach variirbaren Bedingung ändert. Auch sittliche und rechtliche Gesetze verhalten sich nicht anders. Ein so allgemeines Gebot, wie das, welches uns befiehlt, unsern Nächsten zu lieben, mag immerhin als Ausdruck des tiefsten Motivs, das unsere Handlungen bestimmen soll, eine noch höhere Würde als die eines Gesetzes haben, aber formell hat es nicht die Genauigkeit eines solchen; denn weder was aus jener Liebe folgt, ist für sich klar, noch kann in wirklicher Ausübung dem Gebot genügt werden, ohne daß die verlangte Liebe, worin sie auch bestehen möge, einen bestimmten Grad der Lebhaftigkeit hätte, oder ohne daß sie in ihrem Wirken eine Rich-

tung nähme, die sie in einem andern Falle nicht nimmt; hierfür aber fehlt in jener allgemeinen Formel jeder Entscheidungsgrund. Rechtlichen Gesetzen dagegen liegt das distributive suum cuique in weitester Bedeutung zu Grunde; mögen sie Leistungen vorschreiben oder Strafen bestimmen, so beabsichtigen sie niemals zu allen Wiederholungsfällen dessen, was sie unter den allgemeinen Begriff eines Rechtsverhältnisses bringen, ein unmodificirbares Prädicat hinzuzufügen; nur die Mangelhaftigkeit unserer Maßstäbe zur Bestimmung der rechtlich bedeutsamen Größendifferenzen verschiedener Fälle nöthigt unsere menschliche Praxis, mit rohen Abstufungen der Rechtsfolgen uns zufrieden zu stellen, die wir viel lieber in genaue Proportion zu den sie bedingenden Unterschieden der einzelnen Fälle setzen möchten. Nur rein verneinende Gesetze, sittliche Verbote, scheinen diese Abstufung von Grund und Folge nicht zu kennen. Ich überlasse jedoch dem Nachdenken des Lesers, ob auf theoretischem Gebiet überhaupt negative Urtheile für Gesetze zu halten sind und nicht vielmehr für Contrapositionen, in denen wir lediglich für unsern Denkgebrauch den bejahenden Sinn eines Gesetzes in Verneinung seines Gegentheils verwandelt haben; jedenfalls haben wir in diesem allgemeinen negativen Ausdruck einen Theil der Wahrheit verloren, nämlich das Maß der Differenz, um welche die Einzelfälle von dem Prädicat entfernt sind, das ihnen allen einfach abgesprochen wird; was aber die sittlichen Verbote betrifft, so kommt in ihnen selbst zwar nicht, wohl aber in der Beurtheilung ihrer Uebertretungen die Rücksicht auf jene Abstufung wieder zum Vorschein; sie verbieten jede Aneignung fremden Eigenthums im voraus, aber die geschehene wird doch, je nach ihrer besonderen Art, sehr verschiedenen Graden des Tadels und der Strafe unterworfen.

266. Zwischen Gesetz und Regel besteht der Intention nach ein Unterschied, der in vielen Fällen sehr leicht faßbar, aber keineswegs in allen durchführbar ist. Im praktischen Leben bestimmt das Gesetz einen Zustand, der, durch irgend eine Thätigkeit oder Verhaltungsweise herbeigeführt, zu den zu erfüllenden Zwecken der politischen oder socialen Gemeinschaft gehört; die Regel tritt als Ausführungsverordnung hinzu, um unter den mancherlei möglichen und an sich gleichgültigen Maßnahmen zur Herbeiführung jenes Zustandes theils die nützlichste zu wählen, theils um überhaupt nur durch Feststellung eines bestimmten

Verfahrens die nöthige Gleichförmigkeit und Vereinbarkeit der Einzelleistungen zu sichern. In theoretischen Untersuchungen der Wirklichkeit meinen wir unter einem Gesetze den Ausdruck des eigenen inneren Bedingungsverhältnisses, das zwischen zwei Thatsachen stattfindet und den Grund ihrer Verknüpfung sowie der Art ihrer Verknüpfung bildet, und es gibt in jedem einfachen Falle nur ein Gesetz; die Regel ist die Anweisung, in einer Anzahl logischer oder mathematischer Denkoperationen unsere Begriffe so zu verbinden, daß wir zu Schlüssen gelangen, welche mit der Wirklichkeit wieder zusammentreffen, und solcher Regeln kann es für denselben Fall mehrere gleich triftige geben. Dem Gesetze allein eignen wir daher eine objective Wahrheit zu; die Regel ist die Summe der subjectiven Maßnahmen, durch welche wir uns, von dem Standpunkte aus, den wir der Sache gegenüber einnehmen, ihres Zusammenhangs soweit bemächtigen, daß wir aus gegebenen Thatsachen der Wirklichkeit ihre Folgen richtig zu berechnen und vorauszusagen, ihre vorangegangenen Gründe und Ursachen richtig zu errathen vermögen. Diese Operationen, welche die Regel uns vorschreibt, brauchen nicht denselben Gang zu nehmen, den die Entwicklung der Sache selbst nimmt; sie haben nicht nöthig a principio sich ad principiatum zu bewegen; sie können anstatt der bedingenden Gründe triftige Kennzeichen benutzen; sie dürfen zwar niemals allen Zusammenhang mit dem wahren Verhalten verlieren, aber jeder durch unsere Stellung zur Sache nothwendig gemachte Umweg und jede Umstellung ihrer inneren Verhältnisse ist ihnen erlaubt. So groß indessen der Intention nach dieser Unterschied zwischen Gesetz und Regel ist, so ist doch seine Anwendung kaum in irgend einem Falle, da wenigstens, wo es sich um die Untersuchung der Wirklichkeit handelt, völlig zweifellos. Daß sehr viele unserer hier benutzten Verfahrungsweisen bloße Regeln sind, sehen wir deutlich ein; aber fraglich bleibt, ob irgend eines der Gesetze, die wir gefunden zu haben glauben, wirklich diesen Namen in dem angeführten eminenten Sinne verdient. Wir pflegen ihn da zu brauchen, wo wir auf sehr einfache und sehr allgemeingültige Sätze über die thatsächliche Verknüpfung der Erscheinungen gekommen sind; so scheint es uns nicht eine Regel, sondern ein Naturgesetz, daß die Intensität der Gravitation mit dem Quadrate der Entfernung abnimmt; gleichwohl ist die innere Verbindung der einzelnen Glieder dieses Satzes noch

unentdeckt und wir wissen nicht, wie die Größe eines Raumes zwischen zwei Körpern ein Grund für die Veränderlichkeit ihrer Wechselwirkungen sein kann; zuletzt ist daher auch dies Gesetz nur eine Regel, welche uns aus gegebenen Datis, Entfernungen und Massen, die Aenderungen jener Wirkungen berechnen lehrt, ohne den innern Zusammenhang derselben mit ihren Bedingungen darzustellen. Auf diese Frage führen uns spätere Anlässe zurück; für jetzt genügt es zu bemerken, daß unsere nächsten Betrachtungen das Gesetz nur als die einfachste Regel ansehen werden, welche die Vermuthung für sich hat, dem eignen Verhalten der Sache selbst am meisten nahe zu kommen.

267. Wir setzen jetzt voraus, daß wir durch die angegebenen Hülfsmittel dahin gelangt sind, so rein als möglich eine ursächliche Verbindung von U und W zu entdecken, und daß Versuche oder Beobachtungen uns eine Reihe quantitativ bestimmter Werthpaare dieser Ursache und ihrer zugehörigen Wirkung geliefert haben. Obwohl Späterem etwas vorgreifend, wird doch dem Versuche, das allgemeine Gesetz dieser Reihe zu bestimmen, eine Ueberlegung über die verschiedenen Gründe nützlich vorangehen, aus denen die gefundenen Größenverhältnisse von dem gesuchten wahren Verhalten abweichen können. Vor allem bestehen unsere Beobachtungen nicht in den Sachen selbst, sondern in den Eindrücken, welche die Sachen auf uns machen; wenn nun hier dahingestellt bleiben kann, ob der Eindruck, den unser Bewußtsein erfährt, jemals den Dingen und den Verhältnissen gleich sein **kann**, von denen es sie erleidet, so ist doch unmittelbar klar, daß er ihnen nicht gleich sein **muß**, sondern sich ändern kann mit der veränderlichen Disposition dessen, der ihn empfängt. Der hieraus entspringende Zweifel, inwieweit aus den subjectiven Erregungen, die wir von einer vorausgesetzten Außenwelt erfahren, auf das objective Verhalten dieser Wirklichkeit geschlossen werden könne, berührt das ganze Gebiet unserer Erkenntniß; wir erörtern ihn hier nicht, sondern begnügen uns, unter der Wahrheit oder Richtigkeit der Beobachtungen, die wir hier wünschen, ihre Allgemeingültigkeit für alle normal gebildeten und unter gleiche Verhältnisse versetzten menschlichen Beobachter zu verstehen, eine Eigenschaft, über deren Vorhandensein in jedem Falle praktisch zuletzt nur die Uebereinstimmung einer überwiegenden Majorität im Gegensatz zu den auseinandergehenden Meinungen einer Minorität entscheiden kann. Was

dem Einen anders erscheint, als unter völlig gleichen Umständen allen Anderen, enthält einen Fehler in der Beobachtung jenes Ersten; einen veränderlichen und durch Wiederholung der Beobachtung corrigirbaren dann, wenn augenblickliche Unachtsamkeit, einen bleibenden und im engeren Sinn persönlichen Fehler dann, wenn die individuell abweichende Organisation der Sinne die Schuld seiner Entstehung trägt. Wie ausgedehnt diese Mangelhaftigkeit der sinnlichen Auffassung in Bezug auf den qualitativen Inhalt der Empfindung vorkommt, zeigen die auseinandergehenden Urtheile über Aehnlichkeit oder Contraste von Farben, über Einklang oder Dissonanz von Tönen; aber sie sind nicht minder bei der Schätzung von Größen zu bemerken. Denn alle praktischen Bestimmungen in der Wirklichkeit gegebener Größen beruhen zuletzt auf der Genauigkeit sinnlicher Eindrücke, und alle künstlichen Methoden und Instrumente der Messung haben nur die Aufgabe, das zu Große durch Theilung, das zu Kleine durch irgend ein Mittel der Vergrößerung so umzuformen, daß beide in das Bereich mittlerer Größen gerückt werden, über deren Gleichheit oder Ungleichheit unsere sinnliche Empfänglichkeit ein hinlänglich genaues Urtheil besitzt. Und wirklich nur auf dies letztgedachte einfache Urtheil kommen alle unsere Messungen zurück; nur durch lange Uebung erwerben wir bis zu gewissem Grade, von Natur aber besitzen wir die Fähigkeit nicht, anzugeben, wie groß die Differenz zweier ungleichen Größen des Raumes der Zeit oder der Intensität, oder welches Multiplum der einen die andere ist. Nur daß zwei Größen derselben Art gleich oder ungleich überhaupt sind, empfinden wir unmittelbar, den Betrag ihres Unterschiedes messen wir mittelbar, indem wir die Anzahl bestimmter gleicher Größeneinheiten suchen, deren Vereinigung ihm selbst gleich ist. Wir nennen die Linie b größer als a, weil sie zuerst eine Länge enthält, die gleich a ist, dann aber der Wahrnehmung einen Ueberschuß d darbietet, den jene nicht enthält; wie groß d sei, erfahren wir nur durch Anlegung eines Maßstabes, um so genauer, je kleiner die sinnlich scharf beobachtbaren Einheiten sind, durch deren Anzahl wir eine dem d gleiche Länge erzeugen; aber auch wenn wir mikroskopische Maßstäbe anwenden: Alles läuft zuletzt auf die Sicherheit hinaus, mit der die sinnliche Empfindung uns zeigt, daß der Endpunkt des zu messenden d mit dem Endpunkt einer dieser kleinsten Maßeinheiten ge-

nau zusammenfällt oder nicht. Zeitstrecken erkennen wir, im Gefühl des Taktes, mit hinlänglicher Genauigkeit als gleich, wenn sie gleich sind; aber das Verhältniß ungleicher zu einander können wir nur durch taktmäßige Zerfällung in gleiche wiederholte Einheiten messen; nichts aber als der unmittelbare sinnliche Eindruck belehrt uns über die Gleichheit dieser Einzelheiten selbst. Und wenn wir ein mechanisches Räderwerk anwenden, das mit hörbaren Signalen die Wiederholungen dieser Einzelheiten markirt, so beruht die Genauigkeit auch seines Ganges zuletzt auf der Sicherheit, mit welcher Gesichtseindrücke die räumlichen Dimensionen jenes Werkes und seiner Bestandtheile so herzustellen halfen, daß wirklich seine Bewegung nach gleichen Intervallen zur Auslösung jener Signale führt. Soll endlich dieses Hülfsmittel dazu dienen, die Zeiten festzustellen, nach deren Verlauf bestimmte durch andere Sinne, durch das Auge, beobachtbare Erscheinungen eintreten, so kann nur der unmittelbare Eindruck uns lehren, daß eine Erscheinung dieser andern Art in demselben Augenblick mit dem hörbaren Signal zusammentrifft, und gerade hierüber ist, wie wir wissen, unser Urtheil aus physiologischen Gründen nicht von der wünschenswerthen Schärfe und bedarf der vorgängigen Berichtigung unseres persönlichen Fehlers. Nur kurz erwähne ich endlich der bekannten Relativität aller unserer Maßbestimmungen; absolut sind nur die Wiederholungszahlen, durch welche wir die Anzahl der gefundenen Einheiten angeben; die Einheiten selbst sind nur relativ zu andern bestimmbar, und die Frage ist sinnlos, wie groß etwas sei, wenn man es an keinem vorausgesetzten Maßstab mißt. Jene Einheiten zu finden, d. h. sie fest brauchbar und unzweideutig zu bestimmen, ist selbst eine Aufgabe der Beobachtungskunst; aber es reicht hier hin zu bemerken, daß für Längeneinheiten unveränderliche Naturkörper, für Zeiteinheiten genau periodische astronomische Erscheinungen, für die Intensitäten bewegender Kräfte theils die Beachtung des Gleichgewichts, theils die Geschwindigkeiten, die sie erzeugen, Mittel der Bestimmung darbieten; noch aber besitzen wir solche Mittel nicht, um beobachtbare Einheiten für die Verschiedenheiten innerer Zustände, für die Stärke der Empfindungen der Gefühle der Begehrungen herzustellen.

268. Denken wir diesen ersten Mangel, den persönlichen Fehler, vermieden, so kann der Inhalt unserer Beobachtung doch sehr weit von

dem wahren Verhalten durch Schuld der Stellung abweichen, die wir, entweder individuell oder menschlich allgemein, zu der Sache selbst einnehmen. Nicht auf räumliche Erscheinungen beschränkt, aber an ihnen am leichtesten verständlich, ist das häufige Verhalten, daß derselbe Vorgang oder dasselbe Object sehr verschiedene Bilder gewährt je nach dem Standpunkt des Betrachters. Ich glaube den allgemeinen Satz wagen zu dürfen, daß jedes gesetzmäßige Geschehen auch eine gesetzmäßige Projection für jeden beliebigen Standpunkt gibt; aber die Regeln, nach denen man von einer seiner so geschehenen Phasen auf die andere schließt, gestalten sich für verschiedene Orte des Beobachters mehr oder minder vortheilhaft und erschweren oft in hohem Grade den Rückgang von dem projicirten scheinbaren Geschehen auf das projicirende wirkliche. Eine Kreisbewegung wird als solche erscheinen nur für jeden Standpunkt in der senkrechten Axe durch den Mittelpunkt der Kreisebene; einer Ovale ähnlich für jeden Ort außer dieser Axe und außer der Ebene; als geradlinige Oscillation für jeden Punkt in der Ebene des Kreises und außerhalb seines Umfangs. Gesetzlich werden alle die drei Reihen gebildet sein, die für diese drei Standpunkte die Zeiten und die zugehörigen Orte des bewegten Punktes verbinden; aber auf das wahre Verhalten deuten sie sehr ungleich hin. Käme nun nichts weiter in der Beobachtung hinzu, und hätte man nicht schon eine Summe anderer Kenntnisse über das, was in der Wirklichkeit Rechtens ist und vorzukommen pflegt, so würde man auch gar keinen Grund haben, etwa anstatt der Regel, die jene geradlinige Oscillation in unserem Beispiele ausdrückt, eine andere zu verlangen. Aber in der Natur fehlt es kaum je an Nebenzügen, die sich der Beobachtung mit aufdrängen und zuerst zum Zweifel, dann zur Berichtigung führen. Die Beobachtung jener Kreisbewegung besteht nicht darin, daß wir sie denken oder vorstellen, sondern wir sehen sie; und sehen können wir sie nicht ohne Lichtstrahlen, die von dem bewegten Punkte in unser Auge zurückgeworfen werden; und hieraus folgt, daß Veränderungen der scheinbaren Größe und der Helligkeit des Körpers seine Bewegung für jeden Beobachter begleiten müssen, der außerhalb jener Axe steht; nur für diesen einen Standpunkt fehlt jene Veränderlichkeit und mithin der Antrieb, für sie eine Erklärung zu suchen. Versetzen wir uns nun in die Kreisebene selbst, so wird dort der Körper, wenn er von

dem äußersten Ende a seiner scheinbar geradlinigen Bahn sich der Mitte derselben nähert, an Größe und Helligkeit zunehmen, über die Mitte hinaus bis b an beiden abnehmen; geht er dann von b nach a zurück, so dauert zuerst diese Abnahme fort, erreicht das Minimum in der Mitte der Bahn und macht von da bis a neuer Zunahme Platz. Nimmt man dies alles für Wirklichkeit, so hat man viele Fragen zu beantworten. Warum überhaupt ändert der Körper an den Endpunkten seiner Bahn die Richtung seiner Bewegung und warum wächst seine Geschwindigkeit, wenn er sich der Mitte, und nimmt ab, wenn er sich den Enden nähert? Entweder muß jene Mitte einen Grund enthalten, der ihn nach ihr zieht, oder in den Verlängerungen der Bahn müssen gleiche entgegengesetzt wirkende Gründe vorhanden sein, die ihn dorthin drängen. Aber warum nimmt er dann an demselben Mittelpunkt zugleich das Maximum und zugleich das Minimum seiner Größe und Helligkeit an, wenn jene Kraft oder dieses Kräftepaar doch immer dasselbe bleibt? Man wird am einfachsten auf bloße Coincidenz beider Erscheinungen rathen; der Körper ist, ganz unabhängig von seiner Bahnbewegung, in periodischen Anschwellungen und Verkleinerungen begriffen, welche nur Functionen der Zeit, nicht des Ortes sind; da er sich aber doch zu jeder Zeit t an irgend einem Orte befinden muß, so kann er sich zur Zeit seines Größenmaximums ebensogut in der Mitte seiner Bahn als sonstwo befinden, und da das Minimum seiner Größe erst in der Zeit t eintritt, in der er eine halbe Oscillation vollendet hat, so fällt auch dies Minimum auf dieselbe Bahnmitte. Dies und Aehnliches kann man sagen, glauben wird man es aber nicht; denn ganz unerhört sind sonst in der Natur periodische Schwellungen dieser Art, ganz bekannt dagegen die Veränderungen der scheinbaren Größe und der Helligkeit, welche die Körper nach Maßgabe ihrer wechselnden Entfernung von unserm Auge erfahren. Auf diese Analogien gestützt werden wir daher versuchen, unsern beobachteten Thatbestand als Projection eines andern wahren aufzufassen; da wir zwischen den Orten des Maximum und des Minimum keine Entfernung bemerken, beide vielmehr in der Bahnmitte zusammenfallen, da ferner der Weg des Hingangs und der des Rückgangs sich überall decken, so muß die vorauszusetzende wahre Bahn eine ebene geschlossene Curve sein, und einer ihrer Durchmesser in der Richtung unseres Blickes auf den Mittelpunkt der

scheinbaren Bahn liegen; aus der Vergleichung der einzelnen scheinbaren Orte für aufeinanderfolgende Zeitmomente würde sich dann weiter ergeben, ob die wahre Bahn ein Kreis eine Ellipse eine Ovale oder was sie sonst ist. Ich darf nur an Copernikus erinnern, um einleuchtend zu machen, wie die Häufung unbeantwortbarer Fragen in dem Thatbestand der Beobachtung der mächtige Antrieb zu der Umformung unserer Naturansichten ist, und wie Vieles auf einmal erklärlich wird, wenn wir das sinnlich Gegebene nur als Projection eines unbeobachtbaren Verhaltens auffassen. Um dies aber zu können, müssen wir eine Summe allgemeiner Wahrheiten sowohl als früherer Kenntnisse von Thatsachen bereits besitzen; rein logische Vorschriften können anregen, aber nicht zum Ziele führen.

269. Ich kehre jetzt einen Schritt zurück; ehe wir Versuche machen, den beobachteten Thatbestand in der angegebenen Weise zu deuten, müssen wir die Gesetze selbst erst besitzen, die wir durch diese Deutung auf eine einfachere, dem wahren Verhalten entsprechendere Form zu bringen denken. Nichts ist uns zu ihrer Ermittelung gegeben, als jene Werthreihe der Ursachen und der zugehörigen Wirkungen. Selbst dann nun, wenn wir annehmen, daß diese vorliegenden Zahlen vollkommen fehlerfreie Angaben dessen sind, was beobachtet werden konnte, selbst dann ist der Uebergang von diesen Einzelgliedern der Reihe zu dem allgemeinen Bildungsgesetze derselben stets ein logischer Sprung; es gibt kein demonstratives Verfahren, durch welches ein ausschließlich gültiges und wahres Gesetz der Reihe gefunden und als solches bewiesen werden könnte; man kann es immer nur errathen und dann durch eine unbeschränkte Menge von Nebenbetrachtungen die Wahrscheinlichkeit seiner Richtigkeit steigern. Es ist wichtig, sich hierüber ganz klar zu werden. Ist uns zuerst eine endliche Anzahl von n Gliedern einer Zahlenreihe in der Ordnung gegeben, in welcher sie in der Reihe aufeinander folgen, so kann es in diesem Falle leicht möglich sein, eine einfache allgemeine Formel zu finden, welche diesen gegebenen n Gliedern völlig genau entspricht und ihr allgemeines Glied ausdrückt; aber selbst dann braucht diese Formel nicht nothwendig eine einzige ausschließlich zu sein; sie kann wenigstens verschiedene Auffassungsweisen zulassen. Sind z. B. die gegebenen Glieder 1, 3, 5, 7, 9, so ist, wenn wir die Stellenzahl des ersten Gliedes $= 1$ setzen, $2n - 1$ der genaue

Ausdruck des allgemeinen Gliedes; aber gerade in dieser Form gedacht wird das allgemeine Glied schwerlich einem wirklichen physischen Verhalten entsprechen, zu dessen gesetzlichem Ausdrucke es dienen soll; dieselbe gegebene Reihe läßt sich aber auch als arithmetische Progression mit dem Anfangsgliede 1 und der Differenz 2, und außerdem als die Reihe der Differenzen denken, welche durch Subtraction des Quadrates einer ganzen Zahl von dem Quadrate der zunächst in der Zahlenreihe folgenden entstehen; beide Deutungen sind durch dasselbe allgemeine Glied ausdrückbar, beide bestimmen jedes Glied dieser Reihe; aber beide denken über die Entstehungsweise jedes Gliedes verschieden und dieser Unterschied wird wichtig, weil er nun auch verschiedene Annahmen über das physische Verhalten der durch diese Reihe ausgedrückten Erscheinungen möglich macht. So bleiben schon hier der Zweifel genug; aber außerdem sind ja die hier gemachten Voraussetzungen gar nicht identisch mit denen, die wir bei Beobachtungen machen; ein so gefundenes allgemeines Glied gilt genau nur für die Anzahl der n Glieder, aus denen es gefunden ist; wir aber verlangen, daß unser aus den Beobachtungen zu gewinnendes Gesetz auch für diejenigen Werthe der Ursachen und Wirkungen gelten soll, die wir nicht beobachtet haben. Nun kann man gegebene Reihen freilich interpoliren, d. h. man kann fehlende Zwischenglieder so berechnen, daß sie nach einem aus den gegebenen Gliedern abstrahirten Bildungsgesetze, das häufig verwickelt genug ausfällt, in die Reihe passen; aber damit setzt man eben voraus, daß jenes aus den gegebenen Gliedern entwickelte Gesetz auch für die nicht gegebenen gilt, eine Voraussetzung, die immer zulässig ist, wenn es sich blos um Vervollständigung einer denkbaren Reihe, aber gar nicht triftig, wenn es sich darum handelt, ob eben diese denkbare Reihe einem wirklichen Verhalten auch in denjenigen seiner Strecken entspricht, in denen dasselbe nicht beobachtet wird. Um also ein aus den gegebenen Gliedern etwa gewonnenes Gesetz auch auf die nicht gegebenen erstrecken zu dürfen, müssen wir vorher Gründe haben, die uns zur Unternehmung eines solchen Interpolationsverfahrens überhaupt berechtigen. Ein ganz einfaches Beispiel erläutert dies. Wir denken uns die Werthe von U als Abscissen x, sprungweis um $\varDelta x$ zunehmend, die Werthe von W als Ordinaten y aufgetragen; wenn nun unsere gegebene Reihe für alle Werthe $m \varDelta x$ von x denselben Werth

$y = C$ gibt, so kann es ja freilich sein, daß diese Gleichung auch für alle die nicht beobachteten Ordinaten gelten würde, die zu Bruchtheilen eines Δx gehören; dann ist die Linie, welche die Endpunkte aller Ordinaten verbindet, eine Gerade und parallel der Abscissenaxe; allein sicher ist doch diese Folgerung nicht; zwischen je zweien Endpunkten der verschiedenen Δx kann y jeden möglichen Werth, und die Curve, welche die verschiedenen y verbindet, jeden möglichen Verlauf haben; sie kann reell oder imaginär, gerade oder gekrümmt sein, y kann durch ein oder mehrere Maxima und Minima, selbst durch das Unendliche hindurch gehen, und alle diese unbestimmbaren Verläufe können in dem Intervall eines Δx beliebig andere sein, als innerhalb eines andern Δx. Man kann aus dieser Betrachtung eine kleine Regel über die Auswahl der zu benutzenden Beobachtungen ableiten, welche der früher erwähnten für unvollständige Inductionen ähnlich ist: es empfiehlt sich nicht, die Reihe der Werthpaare so zu bilden, daß U in regelmäßiger Weise fortschreitet und nur diejenigen Werthe von W zum Vorschein kommen, welche diesen symmetrisch abgemessenen Größen von U entsprechen; man ist in Gefahr, auf diese Weise nur auf eine Reihe ausgezeichneter Specialwerthe, auf Maxima oder Minima, oder feste Werthe der W überhaupt zu kommen, die periodisch wiederkehren, und die gar keine Auskunft oder falsche Vermuthungen über den zwischenliegenden Verlauf ihrer Curve an die Hand geben. Für die erste Errathung des allgemeinen Reihengesetzes ist natürlich der regelmäßige Fortschritt der U um gleiche Zunahmen vortheilhaft, zur Bestätigung desselben hat man möglichst unsymmetrisch oder irrational wechselnde Zunahmen des U in Betracht zu ziehen. Ganz einfach: wer immer nur von 7 zu 7 Tagen und zwar Sonntags Nachmittags einen Vergnügungsort beobachtet, kann die hier gefundene Frequenz nicht auf die Wochentage ausdehnen; wer den Mond immer blos durch eine Ritze beobachtet, die gerade nur seine Culmination zu sehen erlaubt, kann nicht errathen, wo er sich während der übrigen Zeit am Himmel herumtreibt. Findet man dagegen, daß die Werthe y, die zu ganz willkürlich herausgegriffenen Zwischenwerthen von früher berücksichtigten x gehören, dem aus diesen abgeleiteten Gesetze sich fügen, so ist hierdurch zuerst einige Berechtigung dazu gegeben, auch alle übrigen y diesem Gesetze gemäß zu interpoliren. Eine völlige Rechtfertigung dieses Schrittes würde strenge Logik auch

hierin nicht finden; so lange es unmöglich ist, alle aufeinanderfolgenden Werthe von U und alle zugehörigen Wirkungen W zu beobachten, so lange bleibt der Zweifel, ob in den nichtbeobachteten Fällen das Gesetz der beobachteten gelte. Dieser Zweifel wird nun in der Praxis durch Nebenerwägungen eingeschränkt, die nicht aus allgemeinen logischen Gründen, sondern aus den sachlichen Kenntnissen fließen, welche wir über den jedesmal vorliegenden Inhalt der Untersuchung in der Regel in der erforderlichen Ausdehnung besitzen. Wer die Wirkungsweise einer bestimmten Naturkraft untersucht, weiß im voraus, daß für keinen endlichen Werth der U die W unendlich werden kann; und von der besonderen Natur der fraglichen Kraft wird er hinlänglich unterrichtet sein, um zu beurtheilen, ob ihre Wirkungen stetig zunehmen oder periodisch schwanken oder für einzelne Werthe der U verschwinden können, ob es endlich wahrscheinlich ist, daß sie ungestört sich im Anwachsen der Zeit summiren, oder ob ein Widerstand angenommen werden muß, der die entstandenen Erfolge ganz oder theilweis immer wieder aufhebt. Diese sachlich begründeten Voraussetzungen sind es, die uns berechtigen, das Gesetz für die wirklich beobachteten Werthpaare auch auf die nichtbeobachteten mit großer Wahrscheinlichkeit zu übertragen. Noch ein Hülfsmittel kommt in den Fällen hinzu, welche unbeschränkt das Experiment gestatten; durch autographische Vorrichtungen, welche man mit dem Apparat verbindet, an welchem die Wirkungen der Kraft sichtbar gemacht werden, kann man die Kraft nöthigen, die Erfolge selbst zu verzeichnen, die sie in jedem Augenblicke ihres stetigen Wirkens hervorbringt; man hat dann auf mechanischem Wege die sonst immer nur beschränkte Anzahl unserer Beobachtungen so in's Unendliche vermehrt, daß eine sich stetig an die andere anschließt, und die so entstandene sichtbare Curve gestattet über Stetigkeit und Unstetigkeit der Wirkung, über gleichmäßige verzögerte oder beschleunigte Zunahme, über periodisches oder nicht periodisches Wachsthum ein so sicheres Urtheil, wie es überhaupt Beobachtungen erlauben. Denn freilich: der logische Splitterrichter wird noch immer einwenden können: jede gezeichnete Curve bestehe zuletzt aus einer Reihe punktförmiger Pigmentablagerungen, die nur dem unbewaffneten Auge, das hier unabsichtlich interpolirt, als stetige Linie erscheinen; auch hier also eine Anzahl von Einzelwahrnehmungen, die nicht gestatten, auf

das Verhalten der Wirkungen zu schließen, welche, weil sie kein Pigmentatom zu ihrer Verfügung fanden, den Lücken zwischen den Farbenpunkten der sichtbaren Curve entsprechen. Lassen wir dies; worauf es mir hier ankam, war die Einschärfung des Satzes, daß die Auffindung eines allgemeinen Gesetzes jederzeit eine Leistung der errathenden Einbildungskraft ist, möglich gemacht durch sachliche Kenntniß, die hier in der Erinnerung durch die Aehnlichkeit des gegebenen Falles mit analogen früheren reproducirt wird und sich zum Erklärungsgrunde anbietet. Eine demonstrative Methode aber, oder eine sprunglose Methode überhaupt, ein sicheres logisches Recept, zu dem richtigen allgemeinen Gesetze einer Gruppe von Vorgängen zu gelangen, gibt es nicht.

270. Wenden wir uns nun noch einmal zu unserer Werthreihe zurück, um zu sehen, in welchem Grade die Lösung der gestellten Aufgabe gelingt, so finden wir zuerst zahlreiche Fälle, in denen sie entschieden mißlingt. Hierher gehören namentlich eine Menge statistischer Berechnungen, welche ein Ergebniß W, das in Wahrheit von einer sehr großen Anzahl zusammenwirkender Bedingungen abhängt, z. B. die noch vorhandene Lebenshoffnung, nur bezüglich seiner Bedingtheit durch eine derselben, etwa das bereits erreichte Lebensalter, auffassen und über dieses Verhältniß ein allgemeines Gesetz suchen. Der innere Widerspruch der Aufgabe springt in die Augen; man kann nicht eine veränderliche Größe W, welche eine Function von U x y z zugleich ist, als bloße Function von U ausdrücken und dabei x y z ganz vernachlässigen, die in den richtigen Ausdruck doch als Mitbedingungen eingehen müßten. In der That würde man auch auf einen solchen Versuch gar nicht gerathen, wenn es nicht wieder die Erfahrung wäre, die ihm Credit verschaffte; so ungenau theoretisch betrachtet unser Verfahren ist, so wissen wir doch, daß factisch etwas, wenn auch nicht ganz das Gewünschte, dabei herauskommt, und umgekehrt: der Mangel alles Erfolgs ist in anderen Fällen der Beweggrund, der uns von ähnlichen Versuchen abstehen heißt. Was nun hier herauszukommen pflegt, beruht etwa auf Folgendem. Unter den Bedingungen weiterer Lebenshoffnung ist die mächtigste ohne Zweifel das schon erreichte Alter U, denn die mit ihm verbundene Modification des Körpers, die allmählich fortschreitet, reicht für sich allein zuletzt hin, um selbst unter den gün-

stigsten anderen Bedingungen den Tod unvermeidlich zu machen. Innerhalb längerer Zeiträume ändert sich jedoch diese Wirkung des U nur langsam und unbeträchtlich, während in anderen Abschnitten des Lebens sie rasch und bedeutend wächst; hieraus folgt, daß dieselben äußern Bedingungen während einer gewissen Lebensperiode gleichmäßig, während einer andern auch gleichmäßig, aber gleichmäßig anders auf den Körper einwirken; beruht nun sachlich auf dieser Wechselwirkung der vorhandenen Lebenskraft mit den Umständen die Fähigkeit zu weiterem Fortleben, so ist zu vermuthen, daß für gewisse Strecken des Lebensalters die Lebenshoffnung nach einem ziemlich constanten Gesetze, für andere begrenzte Strecken nach einem andern gleichfalls beständigen Gesetze abnimmt; daß aber nicht wohl ein Gesetz denkbar ist, welches für die ganze Lebensstrecke, also für jedes erreichte Alter das noch zu hoffende Leben allgemein bestimmte. Man pflegt daher in solchen Untersuchungen partielle Gesetze oder Formeln aufzustellen, die jede nur für Werthe des U zwischen zwei bestimmten Grenzen gelten und die zugehörigen Werthe von W berechnen lehren sollen. Eine theoretische Bedeutung haben diese Formeln gar nicht; sie sind nur praktische Rechenknechte oder übersichtliche Ausdrücke des Verhaltens im Allgemeinen; sind sie sehr einfach und doch von hinlänglicher Genauigkeit, so erleichtern sie die Berechnung; sind sie doch schon von complicirter Form, so ist es meistens leere Affectation, sie überhaupt aufzustellen; man geht dann zweckmäßiger auf die Urform der T a b e l l e zurück, die das factische Material der Beobachtung, aus dem sie entstanden sind, unverarbeitet enthält.

271. Wenn die Sache weniger ungünstig steht und auf das Vorhandensein eines durch zwei Beziehungspunkte U und W ausdrückbaren allgemeinen Gesetzes gerechnet werden kann, so fragt es sich nun, welches von den mehreren zu wählen ist, die der vorliegenden Reihe der Werthpaare gleich gut oder mit gleichem Grade der Annäherung untergelegt werden können. Wir werfen diese Frage unter etwas anderen Voraussetzungen auf, als wir bisher festhielten. Eine völlig genaue Wiedergabe des beobachtbaren Thatbestandes werden die Zahlen unserer Werthreihe nicht so sein, wie wir annahmen; sie werden Ungenauigkeiten enthalten, von denen wir uns jetzt begnügen zu glauben, daß sie klein sind, und daß sie nicht nach einer Richtung, sondern ziem-

lich gleichmäßig nach dem Mehr und nach dem Minder hin von dem wahren Thatbestand abweichen. Unter diesen Bedingungen entsteht der Zweifel, ob überhaupt diejenige Formel, welche den gegebenen Werthen sich am genauesten anschließt, für das von uns gesuchte Gesetz zu halten sei. Ganz unvermischt wird schwerlich je der reine Fall BF in unsere Beobachtung fallen; der Erfolg, den seine Bedingung B für sich allein haben müßte, wird durch das gleichzeitige nie ganz zu eliminirende Mitwirken anderer Ursachen etwas verändert sein, und dieser nicht ganz reine Thatbestand wird neue Aenderungen durch die nie fehlenden kleinen Unvollkommenheiten unseres Beobachtens erfahren haben. Die Data, von denen wir ausgehen, enthalten also das, was wir suchen, und zugleich Störungen desselben, die wir nicht suchen; eine Formel, die sich ihnen genau anschlösse, würde eine Copie dieses gemischten Thatbestandes sein, aber nicht ein Gesetz für den reinen Fall, den wir aus seiner Vermischung mit zufälligen Nebenumständen zu sondern suchten. Diese Ueberlegung ist der allgemeine Grund, um deswillen wir uns überhaupt erlauben, die kleinen Abweichungen unberücksichtigt zu lassen, welche zwischen den gegebenen Werthen und einem sie nahezu deckenden Gesetze noch bestehen bleiben; wir rechnen diese Differenzen dann auf unbekannte Störungen. Es könnten jedoch Fälle vorkommen, in denen wir ein Gesetz, welches den gegebenen Werthen vollständig entspräche, dennoch für unrichtig halten oder einem andern nachstellen müßten, das ihnen mit minderer Annäherung genügte; dies wird eintreten, wenn wir bekannte Störungen, die nothwendig stattfinden müssen, in jenem ersten Gesetze nicht mehr angedeutet sehen. Nehmen wir an, zwei Körper a und b umkreisen gleichzeitig in verschiedenen Ebenen und Entfernungen einen dritten C, der auf beide eine stetige Anziehung ausübt, und es folge aus unsern Beobachtungen mit völliger Genauigkeit, daß beide Körper zwei ähnliche regelmäßige Ellipsen beschreiben, so müßten wir entweder unsere Beobachtungen für mangelhaft erklären, oder wir könnten die elliptische Bahn nicht in dem gewünschten Sinne als das Gesetz dieser Bewegungen auffassen. Denn auch wenn wir Anziehung nur zwischen C und a und zwischen C und b, aber nicht zwischen a und b, noch mehr aber, wenn wir sie auch zwischen diesen bestehen ließen, müßte die Bahn, welche a beschriebe, wenn b nicht vorhanden wäre, dann gestört werden, wenn

b zugleich da ist. Entweder also weichen die wirklichen gleichzeitigen Bewegungen von der Ellipse ab, und dann waren unsere Beobachtungen ungenau und repräsentirten diese kleinen Störungen nicht; oder die Ellipse ist die factische Bahn beider Körper, und dann ist die gesetzliche Bahn jene andere, die sie durchlaufen würden, wenn diese Störungen nicht wären. Denn darauf allein ist es doch bei solchen Untersuchungen nicht abgesehen, blos einen allgemeinen Ausdruck oder eine Copie des Thatbestandes zu bekommen, so wie er aus der bereits erfolgten Anwendung eines allgemeinen Gesetzes auf bestimmte Bedingungen eines particularen Falles entsprungen ist; man wünscht vielmehr das Gesetz in derjenigen Allgemeinheit, die, weil es diese Sonderumstände noch ausschließt, die Ergebnisse zu beurtheilen verstattet, welche unter andern Nebenumständen aus den bleibenden oder analogen Hauptbedingungen hervorgehen. In solchen Fällen, wie wir sie hier annahmen, wird daher die mangellose oder allzu auffallende Genauigkeit, mit welcher ein angenommenes Gesetz den gegebenen Beobachtungen sich anschließt, geeignet sein, Mißtrauen gegen seine Richtigkeit zu erwecken. Welches andere Gesetz für richtiger gelten darf, läßt sich natürlich nur in dem Maß vermuthen, in welchem man die übersehenen Störungen aus anderen Gründen schätzen kann; das erweckte Mißtrauen kann aber die Anleitung zu neuen Combinationen der Beobachtungen oder zu neuen Versuchen werden, welche hierüber Licht zu verbreiten vermögen.

272. Es hängt hiermit weiter zusammen, daß wir in dem Falle mehrerer Gesetze, die sich den vorliegenden Datis mit ungefähr gleicher Annäherung anschließen, das einfachere vorzuziehen, überhaupt in der Einfachheit eine Art Bürgschaft der Wahrheit zu sehen pflegen. Gegen diese letzte Auffassungsweise, die das simplex sigillum veri zum allgemeinen Grundsatz erhebt, hat die Logik einen ebenso allgemeinen Widerspruch zu erheben. Wenn es sich um Benutzung eines Gesetzes zur Berechnung einzelner Fälle handelt, dann ist freilich die einfachere Formel vorzuziehen, weil sie bequemer ist; über ihre Wahrheit oder Wahrscheinlichkeit aber entscheidet, so allgemein betrachtet, ihre Einfachheit gar nichts. Man muß durchaus überlegen, wessen man sich in dem Gebiet von Vorgängen, die man untersuchen will, überhaupt zu versehen hat. Ist es einleuchtend, daß in ihm ein Ergebniß W von

vielerlei unabhängigen Bestimmungsstücken abhängt, so ist ein einfaches Gesetz über diesen Zusammenhang zwar kein unmöglicher, aber ein durchaus unwahrscheinlicher Fall; die erste Regung, die wir bei der Auffindung eines solchen Gesetzes eigentlich haben sollten, wäre die des Mißtrauens in seine Gültigkeit; wir müßten glauben, in unseren Beobachtungen oder in unserm Raisonnement die Sache zu leicht genommen und wesentliche Bedingungen unberücksichtigt gelassen zu haben; erst dann werden wir befriedigt sein, wenn eine eindringende Untersuchung zeigt, daß wirklich diese übergangenen Bedingungen sich untereinander stets so aufheben, daß die Rücksicht auf sie rechtlich in dem allgemeinen Gesetze ausfallen darf. Hätte man z. B. durch bloße Beobachtungen gefunden, daß ein Körper, von einer Kugeloberfläche unter der anziehenden Wirkung des Kugelmittelpunkts ausgehend, auf einer bestimmten andern concentrischen Oberfläche immer mit derselben Endgeschwindigkeit ankommt, gleichviel auf welchem Wege er von der einen zur andern übergeht, so würde man diesem Funde mißtrauen müssen und ihn erst dann anerkennen, wenn nachgewiesen ist, daß wirklich hier diese merkwürdige Compensation verschiedener Nebenbedingungen stattfindet und stattfinden muß. Man täuscht sich hierüber leicht, wenn das gefundene Resultat nicht so paradox ist, wie dies ebenerwähnte. Die Formel $T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ scheint alle Bestimmungsstücke zu vereinigen, von denen die Zeit einer Pendelschwingung abhängt, denn die oberflächliche Beobachtung läßt den Elongationswinkel als wirksam nicht hervortreten. Die genauere Theorie zeigt dann doch, daß dieser einfache Ausdruck nur eine Annäherung und das wahre Gesetz weit verwickelter ist. Obwohl man daher, nach einem gewissen speculativen Grundsatz, auf den ich vielleicht später komme, voraussetzen darf, daß die Wirklichkeit in der That mancherlei eigenthümliche Compensationen enthalte, geeignet, gewisse Typen von resultirenden Ereignissen immer nach demselben einfachen Gesetze zu erhalten, gleichviel wie verschieden die Mittel sind, durch die in den einzelnen Fällen diese Typen realisirt werden: so darf man doch das Vorhandensein solcher Einrichtungen nur da annehmen, wo die Beobachtungen es zweifellos zeigen; dagegen wo uns ein solcher Vorausblick auf die Grenzen nicht gestattet ist, innerhalb deren sich der Erfolg nicht vollständig bekannter Bedingungen halten muß, bleibt die

Vermuthung einfacher Gesetze und die Vorliebe für solche fehlerhaft und pflegt nur von der vollständigen Erforschung aller wesentlichen Einzelheiten des gegebenen Untersuchungsobjectes abzuhalten. Der gegenwärtige Zustand der Naturforschung macht diese Warnungen vielleicht nicht mehr so nothwendig, als sie vor einigen Jahrzehnten gewesen wären, wo man sich sehr geneigt fand, so zusammengesetzte Erscheinungen, wie das organische Leben, nach höchst einfachen, aber ebenso unzulänglichen allgemeinen Gesichtspunkten erklären zu wollen. Es verhält sich natürlich Alles anders, wenn der behandelte Gegenstand zu jenen Phänomenen gehört, die man nicht mehr als veränderliche Erzeugnisse einer Mehrheit unabhängiger Ursachen, vielmehr selbst als Erscheinungen jener Grundkräfte zu betrachten Anlaß hat, aus deren constantem Wirken unter verschiedenartigen zweiten Prämissen die Mannigfaltigkeit der physischen Vorgänge zusammengesetzt wird. Gewiß hat man für diese Fälle, die sich ja dem vorausgesetzten reinen Falle BF nähern oder ihn erreichen, die Einfachheit des sie betreffen-Gesetzes als Zeichen seiner wahrscheinlichen Gültigkeit anzusehen; aber doch auch nicht aus dem gewissermaßen ästhetischen Grunde, daß Einfachheit allenthalben Charakter der Wahrheit wäre, sondern deswegen, weil sich für diese reinen Fälle in der That nur eine der früher (263) angeführten einfachen Formen des gesetzlichen Zusammenhangs zwischen Ursache und Wirkung denkbar erweist.

273. Man hat bemerkt, wie großen Werth wir bei Auffindung von Gesetzen auf schon vorhandene Kenntnisse legten und wie wir dahin kamen, an allerhand Vorüberlegungen und Nebengedanken zu appelliren, durch welche die unmittelbaren Daten der Beobachtung erst eine gewisse Deutung erhalten müssen. Drücken wir diesen Drang in der bekanntesten Form aus: wir brauchen sehr häufig Hypothesen, um die Beobachtungsresultate nutzbar zu machen. Man kann in der That geneigt sein, unter diesen Namen mehrere der Gedanken zu bringen, die wir uns schon gestatteten, und es etwa eine Hypothese zu nennen, wenn wir von einem periodischen Wachsen und Abnehmen einer Wirkung bei stets wachsender Ursache auf eine Verschiebung zurückschlossen, die in den gegenseitigen Stellungen der in dieser Ursache vereinigten wirksamen Elemente stattfinde. Es scheint mir jedoch im Interesse der Logik, die Namen anders zu definiren und zwischen Postulaten Hy-

pothesen und Fictionen zu unterscheiden. Der eben erwähnte Rückschluß ist ein Postulat, d. h. er drückt diejenigen Bedingungen oder denjenigen Grund aus, ohne dessen Herstellung oder Gültigkeit durch irgend welche realen Dinge Kräfte oder Vorgänge die gegebene Form der Erscheinung überhaupt undenkbar ist; er fordert oder postulirt also, daß irgend etwas der Art vorhanden sein müsse, was geeignet ist, dies Gegebene zu begründen. Das Postulat ist daher nicht eine Annahme, die man machen oder auch unterlassen oder an deren Stelle man irgend eine andere setzen kann; es ist vielmehr eine absolut nothwendige Annahme, ohne welche der Inhalt der Beobachtung, um die es sich handelt, den Gesetzen unseres Denkens widersprechen würde. Auch ist das Postulat keineswegs seinem eignen Inhalte nach nothwendig so unbestimmt, wie es nach meinen eben gebrauchten Ausdrücken scheinen könnte; das vielmehr, was da sein oder da gewesen sein oder geleistet werden muß, damit die gegebene Erscheinung als wirkliche denkbar sei, kann durchaus bestimmt sein; unbestimmt bleibt blos die hiervon wesentlich verschiedene Frage, wer oder was denn dasjenige sei, welches durch seine concrete Natur eben diejenigen Bedingungen in Wirklichkeit herstellt, deren Erfüllung das Postulat zur Möglichkeit des Gegebenen nothwendig fand. Wenn ein Körper von bekannter Masse sich in einer bekannten krummlinigen Bahn mit bekannter Geschwindigkeit bewegt, so läßt sich ganz vollkommen genau die Summe der resultirenden Bedingungen B, B^1.. angeben, die in jedem Augenblick auf ihn wirken müssen, damit er diese Bewegung ausführen könne; unbestimmt bleibt nur, wo B und B^1 hergekommen, ob sie beide einfache Anstöße einfacher Kräfte oder selbst Resultanten von vielen zusammenwirkenden, ob sie überhaupt Wirkungen von Kräften sind, oder Mittheilungen schon vorhandener Bewegungen. Hier zeigt sich nun deutlich, daß wirklich der Sprachgebrauch sich sträubt, solche Forderungen schon Hypothesen zu nennen. Wer uns blos zu sagen weiß, zu jener krummlinigen Bahn seien Kräfte von bestimmter Intensität und Richtung nöthig, um in jedem Augenblicke die Bewegung von der Tangente um so und so viel abzulenken, dem antworten wir: hiermit lehre er nichts Neues, sondern das was sich von selbst verstehe und aus der bloßen Analyse der gegebenen Erscheinung als nothwendig von jedem noch erst beizubringenden Erklärungsgrunde erfüllt werden müsse. Hypothese nennen wir erst die

Vermuthung, welche zu diesem abstract aufgestellten Postulate die concreten Ursachen Kräfte oder Vorgänge namhaft zu machen sucht, aus welchen in diesem Falle die gegebene Erscheinung wirklich entsprang, während in andern Fällen dasselbe Postulat vielleicht durch ganz andere äquivalente Combinationen von Kräften oder wirksamen Elementen zu befriedigen ist. Zweierlei läßt sich demgemäß über die Hypothese sogleich festsetzen. Sie ist zuerst nicht identisch mit einer leeren Vermuthung, die uns unveranlaßt durch den Kopf schießt, sondern sie beruht immer auf einem unabweisbaren Postulate, und sie ist bestimmt, die Widersprüche oder Lücken, um derentwillen das Gegebene in seiner unmittelbar vorliegenden Gestalt undenkbar ist, durch die Annahme eines der Beobachtung entgehenden inneren Gefüges der wirklichen Dinge und wirklichen Vorgänge so zu erklären, daß aus diesem angenommenen wahren Verhalten der Widerspruch verschwindet, zugleich aber begreiflich wird, warum in der beobachtbaren Erscheinung derselbe für uns unvermeidlich entstehen muß. Damit hängt dann zweitens zusammen, daß jede Hypothese eigentlich nicht blos Denkfigur oder Veranschaulichungsmittel, sondern Angabe einer Thatsache sein will; wer eine Hypothese aufstellt, glaubt die Reihe der wirklichen beobachtbaren Thatsachen durch glückliches Errathen nicht minder wirklicher, aber unbeobachtbarer verlängert zu haben. Es ist hierbei nicht nothwendig, daß die so errathene Thatsache eine einfache und letzte sei, die nicht ebenso noch weiter zurückgehende Untersuchungen über die Gründe ihrer eigenen Möglichkeit veranlaßte; es reicht hin, wenn sie als eine bestehende Wirklichkeit vorgestellt werden kann, über deren Zustandekommen man sich Weiteres vorbehält. Daß die Lichtstrahlen, kurz gesagt, in demselben Augenblicke auf ihrer rechten Seite sich anders verhalten müssen als auf ihrer linken, und daß dies Verhalten selbst mit der Zeit unaufhörlich wechselt, daß es also irgend eine Ursache geben müsse, die gerade dies Phänomen hervorzubringen vermöchte, dies war ein Postulat der Optik aus ihren Beobachtungen; daß dies Postulat durch transversale Schwingungen der Aetheratome befriedigt werde, war die physische Hypothese: woher diese zur Erklärung der Erscheinungen uns vorläufig unentbehrliche Transversalschwingung rühren kann, bleibt eine Frage der Zukunft; jedenfalls enthält sie aber keinen Widerspruch, der uns hinderte, sie als einen geschehenden Vorgang vor-

zustellen. Fictionen endlich sind Annahmen, die man mit dem vollständigen Bewußtsein ihrer Unmöglichkeit macht, sei es daß sie innerlich widersprechend sind, oder aus äußern Gründen nicht als Bestandtheile der Wirklichkeit gelten können. Man wird zu ihnen geführt, wenn es für einen gegebenen Fall M einen Satz T nicht gibt, unter den er als Anwendungsfall mit logischer Strenge subsumirt werden könnte, wenn es aber wohl einen Satz T^1 gibt, von dessen Anwendungsfällen sich M um eine bestimmte Differenz d unterscheidet. Man ordnet dann M unter T^1, zieht hieraus die Folgerungen, die man begehrt, und corrigirt sie nachher durch Hinzufügung der Modificationen δ, welche um des nicht hinwegzubringenden Unterschiedes d willen nothwendig werden. Die Ermittlung des Kreisumfangs durch Einschluß zwischen ein äußeres und ein inneres Polygon kann man als bloßes Eingrenzungsverfahren betrachten, wenn man nicht schon in dem Begriff der Länge einer Curve eine Art Fiction sehen will; gewiß aber ist eine solche die Formel $ds^2 = dx^2 + dy^2$, wenn man das Zeichen $=$ wirklich Gleichheit und nicht bloße unendliche Annäherung an sie bedeuten läßt. So lange ds ein wirklicher Bogen, so lange ist die Gleichung falsch; sobald aber ds größenlos wird, werden alle Glieder Null und die Gleichung bedeutungslos; gleichwohl führt sie zu unendlicher Annäherung an den wahren Werth, weil man durch stetige Verkleinerung von ds den begangenen Fehler stetig verkleinert und hierdurch die Summe oder das Integral der ds zuletzt von ihm unabhängig macht. Es ist kaum nöthig, auf die außerordentliche Wichtigkeit solcher Verfahrungsweisen für den erfindenden Gedankengang aufmerksam zu machen; auch sonst kommen sie häufig vor, und der juristische Gebrauch, sich an den nächstverwandten Rechtssatz T^1 zu wenden, wenn es für den zu beurtheilenden Fall eine specielle Regel T nicht gibt, gehört logisch unter diesen Begriff der Fiction, obwohl man den Namen nur für besonders geartete Fälle anzuwenden pflegt. Ihren Sprachgebrauch hat die Jurisprudenz selbst zu bestimmen; ich kann mich indessen nicht überzeugen, daß das, was man sonst als Fiction ansah, nur eine unabhängige durch einen neuen gesetzgeberischen Act bestimmte Uebertragung einer Summe von Rechtsverhältnissen auf ein Subject wäre, das zu diesen an sich in keiner Beziehung stände; die römische Adoption scheint durch die Annahme des Namens des adoptirenden Vaters zu beweisen,

daß psychologisch zuerst versucht wurde, ein in Wirklichkeit nicht herzustellendes Verhältniß doch als hergestellt zu betrachten und auf Grund dieser Fiction secundär die ihr entsprechende Summe von Rechtsfolgen zu bestimmen.

274. Die Wichtigkeit der Leistung, die man von den Hypothesen erwartet, rechtfertigt den oft gemachten Versuch, den Gang der freien erfinderischen Einbildungskraft, aus der sie allein entspringen können, mindestens an einige Disciplin zu binden; indessen sind die meisten hierüber aufgestellten Regeln zwar vortrefflich, soweit sie sich erfüllen lassen, aber ihre Nichterfüllung kann man doch, ohne nützliche Fortschritte zu sehr einzuengen, nicht als Grund für die Unzulässigkeit der Hypothesen gelten lassen. Es versteht sich zuerst, daß die Hypothese, da sie das Postulat, aus dem sie entspringt, nicht durch eine fingirte Vorstellung, sondern durch Angabe einer Wirklichkeit erfüllen will, nur das annehmen darf, was sich als Thatsache denken läßt, nicht aber das an sich selbst Widersprechende. Man übertreibt jedoch, wenn man verlangt, der Inhalt einer Hypothese solle immer innerhalb der Grenzen einer möglichen directen Widerlegung durch spätere Beobachtung liegen. Man kann diese Forderung als ein Ideal betrachten und es ist sicher eine sehr nützliche Maxime, die Hypothese wo möglich so zu bilden, daß ihre Falschheit, wenn sie falsch ist, nicht wegen der Unzugänglichkeit ihres Inhaltes für die Beobachtung auf ewig vor directer Widerlegung sicher ist; allein wir würden auf zu viele nützliche Annahmen verzichten müssen, wenn wir dies immer verlangen wollten. Daß die Lichtpunkte, die wir Nachts am Himmel sehen, große von uns sehr entfernte Massen sind, ist zuletzt auch nur eine Hypothese, durch welche wir das sonst unerklärliche tägliche und jährliche Bewegungsspiel dieser Lichter zu begreifen suchen; eine directe Widerlegung dieser Annahme, wenn sie falsch wäre, würde aber unzweifelhaft jedem spätern Fortschritt der Beobachtung unmöglich sein. Man muß sich daher an der Denkbarkeit und Nützlichkeit der Hypothese, an ihrer Fähigkeit, alle zusammengehörigen Erscheinungen, ja selbst solche zu erklären, welche noch unbekannt waren, als man sie selbst entwarf, also an der indirecten Beglaubigung durch die Uebereinstimmung alles aus ihr Ableitbaren mit der fortschreitenden Erfahrung genügen lassen. Damit man aber eben so glücklich sei, eine Hypothese zu finden, der später diese Beglau-

bigung nicht fehlen wird, kann man nicht einfach alles das annehmen, was sich überhaupt als Thatsache vorstellen läßt, sondern nur das, was außer seiner Denkbarkeit so zu sagen der allgemeinen Sitte der Wirklichkeit oder ihrem speciellen Ortsgebrauch innerhalb der zusammengehörigen Gruppe von Erscheinungen gemäß ist, zu welcher der untersuchte Gegenstand gehört. Auf allen Gebieten verfährt man so. Wenn in einem formulirten Rechtsgesetz der Worlaut keine unzweideutige Folgerung in Bezug auf einen gegebenen Fall zuläßt, so interpretirt man nicht beliebig mit freiem spielenden Scharfsinn, sondern man geht auf die ratio legis zurück und sucht aus ihr, die der Grund jener Formulirung ist, die für den bestimmten Fall zu supplirende Deutung. Wir verdanken ebenso in den Naturwissenschaften die gelungenen Hypothesen immer einer solchen Berücksichtigung von Analogien, die in der Körperwelt überhaupt oder in einzelnen Gebieten derselben bemerkbar sind. Nur die Flüssigkeiten und die Luft konnten ursprünglich die Beobachtung auf die Hypothese stetiger Raumerfüllung durch die Materie bringen; die große Mehrzahl der festen Körper zeigte sich nicht blos theilbar, sondern aus verschiedenen wirklichen Theilen bestehend. Für diese war daher der Begriff jener Stetigkeit nur in Bezug auf ihre kleinen Theilchen anwendbar, für sie also das Bestehen aus discreten Atomen, deren jedes nur seinen eignen kleinen Raum stetig ausfüllen mochte, vollkommen gewiß. Da man nun feste Körper flüssig und flüssige fest werden sah, selbst Gase unter Umständen tropfbare und feste Gestalt annehmen, so war die atomistische Hypothese von dieser Seite her völlig gerechtfertigt; sie trug nur das, was für einen Theil der Körper oder für gewisse Formen derselben thatsächlich bestand, auf andere Körper oder andere Formen über, an denen sich factisch derselbe Zustand nicht als wirklich, wohl aber als möglich deswegen nachweisen ließ, weil unter seiner Voraussetzung die an ihnen gegebenen Erscheinungen auch begreiflich blieben. Sobald dann einmal eine solche thatsächliche Gewohnheit der Natur für eine gewisse Erscheinungsgruppe als nützliches Erklärungsprincip nachgewiesen ist, so pflegen sich die Entdeckungen zu häufen, weil man sofort versucht, wie weit sich auch andere Ereignisse auf sie beziehen lassen. So ging es mit der Wellenbewegung. An Wasserflächen an Saiten an tönenden Ebenen konnte man sie geradezu sehen und ihre Gestalt im Ein-

zelnen durch künstliche Hülfsmittel sichtbar machen; und da gar kein Grund vorlag, sie als Bewegungen nur an bestimmte Materien geknüpft zu denken, so waren es vollkommen berechtigte Hypothesen, welche zuerst die Schallfortpflanzung durch die Luft, dann die Bewegung des Lichtäthers, endlich die Erscheinungen der Wärme auf den gleichen Vorgang zurückzuführen suchten. In der organischen Welt stieß man auf einigen Punkten auf eine nicht vermuthete Theilung der Arbeit; wo man früher demselben Substrat sehr verschiedene Verrichtungen zugetraut hatte, zeigte sich, daß für jede einzelne derselben ein besonderes Organ da war, das für die übrigen nicht vicarirte. Auch diese Sitte der Natur wurde zu neuen Hypothesen in Bezug auf die Nerven benutzt, die als Organe der verschiedenen Farben oder Tonempfindungen dienen; ob man das Richtige getroffen, steht noch dahin, aber logisch berechtigt ist diese Hypothese zweifellos. Bewegungen kommen im Pflanzenreiche häufig vor, auch solche, deren Effect in einer Zusammenziehung besteht; dennoch scheint es, als würde dieser Erfolg hier nicht durch Contraction lebendig contractiler Elemente hervorgebracht, wie im Thierkörper; man wird deshalb hier diese Hypothese, obwohl sie an sich möglich ist, nicht machen, weil sie zunächst den Gewohnheiten der Natur auf diesem Gebiete nicht zu entsprechen scheint; dagegen hat es Werth zu untersuchen, ob dieser Schein nicht trügt.

275. Man wird ferner von der Hypothese verlangen, daß sie nicht mehr, aber auch nicht weniger enthält, als sie im Anschluß an das Postulat, aus dem sie entsprungen ist, enthalten muß. Und dies führt auf eine gewisse Disciplinarvorschrift, die bei ihrer Entwerfung zu beachten ist. Man muß nicht, wenn ein erklärungsbedürftiger Vorgang vorliegt, in den blauen Himmel nach einem glücklichen Einfall aussehen, sondern durch scharfe Zergliederung des Gegebenen vor allem das genaue Postulat herstellen, dem zu genügen ist. Man wird hierbei zunächst manche Nebenzüge vernachlässigen können, die zu denjenigen gehören, von denen man aus anderweitiger Einsicht weiß, daß sie bei jeder hier in Frage kommenden Hypothese sich leicht nachträglich durch eine nähere Bestimmung derselben berücksichtigen lassen; aber alle wesentlichen Stücke der Aufgabe, die mithin nicht selbst nur Consequenzen anderer sind, wird man genau beachten müssen, um aus ihrer Verknüpfung zunächst

die passendste Form der zu wählenden Hypothese zu errathen. Dann hat man sich umzusehen, welche Elemente Ursachen Kräfte und Verknüpfungen derselben die Wirklichkeit enthält, geeignet, das gestellte Postulat zu erfüllen, und endlich wird man aus der vollständigsten möglichen Uebersicht derselben, von einem praktischen und einem theoretischen Beweggrund zugleich geleitet, diejenigen auswählen, welche den erwähnten Anforderungen am einfachsten und am meisten in Uebereinstimmung mit den herrschenden Analogien des in Frage kommenden Gebietes der Wirklichkeit genügen. Wenn eine mit Wunden bedeckte Leiche gefunden worden ist, so geht die erste Bemühung darauf, zu entscheiden, ob die Wunden dem noch lebenden Körper haben beigebracht sein müssen, oder ob sie nach dem Tode entstanden sind; dann welches die Größe Wirkungsweise und Richtung der Kräfte gewesen sein muß, die diese Folgen hervorgebracht haben; endlich, ob diese so ermittelten Bedingungen ein Postulat bilden, dem durch Annahme einer wirkenden Naturkraft oder nur durch Voraussetzung eines mit bewußter Absicht geführten Werkzeugs entsprochen werden kann. Auch dann nachdem dies entschieden ist und die Form der Hypothese, die Annahme eines begangenen Mordes, feststeht, sucht man den Thäter nicht durch grundlosen Einfall zu errathen, sondern man fragt, welche Personen zu denen gehören, zu denen man sich der That versehen kann, theils weil in ihren Beziehungen zu dem Getödteten Motive der That, theils weil in ihrem Charakter keine hinlänglichen Motive zum Ausschluß des vorläufigen Verdachtes liegen. Es würde ganz ausgeführter Beispiele bedürfen, zu denen hier kein Raum ist, um die Sorgfalt zu zeigen, mit welcher die richterliche Untersuchung darauf hält, keinen Theil des Postulates unbefriedigt zu lassen und erst dann eine gewonnene Ueberzeugung für hinlänglich sicher zu halten, wenn sie jeden Einzelumstand erklärt, der durch seine Abweichung von dem gewöhnlichen Verhalten auch dann, wenn es sich nicht um ein Verbrechen handelte, seine besondere Erklärung verlangen würde. Vorsichtig gemacht durch die Größe dessen, was auf dem Spiele steht, bewegt sich hier der menschliche Scharfsinn mit ganz anderer Genauigkeit als in manchen philosophischen Speculationen, die viel sündigen können, weil sie wenig zu verderben im Stande sind. Noch immer gefällt man sich, den schlechtbeobachteten Befund gewisser auffälliger Erscheinungen auf ein animalisch-magne-

tisches Fluidum zurückzuführen, ohne die Umstände zu specificiren, die hier der Erklärung bedürfen würden, und folglich auch ohne zu bedenken, daß die wüste Allgemeinheit, in der man nur das Aus- und Einstrahlen dieses Fluidum behauptet, nicht die mindeste Handhabe zur Erklärung der Art Größe und Reihenfolge der höchst verschiedenartigen Vorgänge darbietet, die man von ihm glaubt ableiten zu können. Die Naturwissenschaft ist diesem Fehler wenig ausgesetzt, weil sie schon kaum im Stande ist, ohne hinlängliche mathematische Präcisirung die Gegenstände auch nur verständlich zu machen, von denen sie eine Erklärung zu geben sucht.

276. Wenn es sich um singulare Thatsachen handelt, von denen ich bald zu sprechen habe, so hat nur die Vollständigkeit, mit der eine zu ihrer Beurtheilung entworfene Hypothese ihren Inhalt deckt, nicht aber die Einfachheit dieser Hypothese einen hervorragenden Werth; wir wissen ja aus Erfahrung, auf wie vielen Umwegen im Einzelfalle zuweilen ein Ereigniß zu Stande kommt, das in andern Fällen aus viel einfacheren Ursachen entstehen kann. Wenn es dagegen, wie noch hier für uns, um die Ermittelung eines Thatbestandes zu thun ist, der allgemein einer Klasse oft wiederholter Vorgänge zu Grunde liegt, so sind wir allerdings, einem gewissen Princip der kleinsten Ursache gemäß, die einfachere Hypothese der zusammengesetzteren vorzuziehen genöthigt. Aber doch nicht deshalb, weil an sich die Einfachheit die größere Wahrheit verbürgte, sondern weil jede Annahme irgend eines Datums, welches zur Begründung des zu Erklärenden nicht unabweislich wäre, eine völlig leere, das gegebene Postulat überschreitende Vermuthung, mithin methodologisch ungerechtfertigt wäre. Nicht immer wird aber die Wirklichkeit unser logisch richtiges Verfahren bestätigen. Versuchen wir aus der gewählten Hypothese heraus rückwärts die gegebene Erscheinung zu construiren, so können Differenzen zwischen dem was wir so erreichen und dem was gegeben war hervortreten, sei es durch Schuld unserer doch früher nicht vollständigen Zergliederung des letzteren, sei es, weil neue Beobachtungen, die früher unmöglich waren, neue Seiten der Sache zum Vorschein bringen. Die Hypothese bedarf dann der Verbesserung; man leistet sie, indem man entweder die an sich variablen Elemente, welche sie enthält, schicklicher bestimmt, so daß sie nun weder zu weite noch zu enge, sondern adäquate Gründe zur Ab-

leitung des Gegebenen werden, oder indem man in Bezug auf einzelne ihrer Bestimmungsstücke neue Hülfshypothesen hinzufügt, durch die demselben Zwecke genügt wird. Ich führe diese Verfahrungsweise kurz und geradezu hier als eine logische Regel auf, die man zu befolgen hat, im Gegensatz zu einer sehr häufig wiederholten Lehre, welche diese Einfügung neuer Hypothesen in die alten als hinlänglichen Grund für die Unzulässigkeit der letzteren ansieht, und sofort auf ihre Ersetzung durch einfachere dringt. Weder im Leben noch in der Wissenschaft befolgt man eine solche Lehre wirklich. Man reißt nicht ein Haus nieder, um durch einen Neubau einen Uebelstand zu beseitigen, den ein leichter Umbau verbessert hätte; man gibt nicht sofort eine neue Verfassung, wenn einzelne Bestimmungen der bestehenden zu drücken beginnen, und wie verbreitet auch leider die Neigung ist, Principien zu reiten, so hat doch die geschickte Anbequemung nothwendiger Veränderungen an das bleibende Gute alter Einrichtungen stets als die wahre Kunst des Staatsmannes gegolten; auch der wirkliche geschichtliche Entwicklungsgang der Wissenschaft zeigt, daß sie neue Gesichtspunkte gern unter unbequemen alten Formen zu versuchen liebt, um keine der Wahrheiten einzubüßen, die durch diese Formen einmal gewonnen sind. Ich behaupte nicht, daß es hierbei bleiben soll, auch nicht daß es dabei bleiben wird; von dem Ergebniß, das wir durch unsere Untersuchungen erarbeiten wollen, hoffen wir alle, daß es ein einfaches in sich zusammenhängendes Ganze sein wird; so lange wir aber noch in der Arbeit begriffen sind, es zu suchen, dürfen wir uns nicht durch die sonderbare verwickelte und abenteuerliche Form abschrecken lassen, welche unsere Ansichten dadurch annehmen, daß wir jeder neuerkannten oder besser erkannten Specialität unseres Gegenstandes sorgfältig durch eine Hülfshypothese gerecht werden, die wir unsern früheren Annahmen über ihn hinzufügen. Nur auf diesem Wege können wir hoffen, jenes einfache und glatte Ergebniß vollständig zu erreichen; denn je gewissenhafter wir hier verfahren, um so sicherer dürfen wir voraussetzen, daß wie bei jeder verwickelten Rechnung, die ein einfaches Resultat vorausbekannter Weise liefern muß, im Verlaufe des Verfahrens unsere mannigfachen Annahmen von selbst sich auf einfachere und allgemeinere reduciren werden, so daß nach allen Umwegen ein Facit übrig bleiben wird, welches nicht blos einfach und übersichtlich ist, sondern auch alle Bestandtheile unseres Postulats voll-

ständig deckt. Endlich leugnet Niemand, daß eine glückliche Inspiration diese Umwege abkürzen kann; aber Inspirationen kann die Logik nicht lehren; was sie als Methode lehren kann, ist genau nur dies, was wir aufführten: man muß seine Ungeduld zügeln und unbeirrt eine einmal versuchte Hypothese so lange umformen, bis aus den Unformen, die sie durchläuft, eine uns und die Sache befriedigende einfache Gestalt derselben entspringt. Die Hast, gleich während der Arbeit lauter paradefähige Principien aufstellen zu wollen, verführt blos dazu, es sich mit den Problemen leicht zu machen, ihre unbequemen Sonderbarkeiten unberücksichtigt zu lassen und sich mit einer Ansicht zu befriedigen, die in Bausch und Bogen die großen Umrisse der Sache wiedergibt, für das Einzelne aber gar keine erschöpfende Erklärung liefert.

277. Ich habe noch einen bedenklichen Punkt zu erwähnen. Nichts kann dringender scheinen, als daß eine Hypothese, die ja eine Thatsache errathen haben will, vor allen Dingen nur etwas an sich Mögliches behaupten darf; und gewiß wird es dabei auch bleiben, daß ihr nicht erlaubt ist, als unmöglich Anerkanntes vorauszusetzen; aber über die Grenzen dessen, was hier als Mögliches noch zulässig ist, besteht doch ein Zweifel. Ich habe ihn durch die Wahl meines Ausdrucks zu lösen gesucht, als ich nur das, was sich als gegebene Thatsache vorstellen läßt, als zulässigen Inhalt einer Hypothese bezeichnete, und in der That glaube ich, daß man weder mehr verlangen darf, noch hierdurch mit dem Begriff der Hypothese in Widerspruch geräth; sie will eine Thatsache errathen, aber es genügt ihr auch, daß diese Thatsache dann eben so dastehe, wie so oft die der wirklichen Beobachtung dargebotenen: vorstellbar, anschaulich, im Uebrigen aber rücksichtlich der Art ihres möglichen Zustandekommens unerklärt. Zu keinem Gebrauch würden wir hypothetisch einen Kreis annehmen dürfen, der zugleich ein Dreieck wäre; seine Anschauung, unvollziehbar für unsere construirende Phantasie, könnte auch als gegebene Thatsache niemals in unserer Beobachtung vorkommen. Die Annahme dagegen eines unsichtbar kleinen jedoch ausgedehnten Atoms von unveränderlicher Gestalt und Größe enthält keinen Widerspruch, der uns hinderte, es als Gegenstand einer möglichen vielleicht durch künstliche Hülfsmittel geschärften Wahrnehmung vorzustellen; es ist deshalb zulässig, das Vorhandensein solcher Atome als die für unsere gewöhnliche Beobachtung unzugängliche That-

sache anzusehen, auf welcher der beobachtbare Inhalt der Erscheinungen beruht. Wenn wir dann diese Vorstellung auch vor unserem Denken rechtfertigen und ihre Möglichkeit im Zusammenhang der Natur untersuchen wollen, so mag es immer sein, daß wir genöthigt sind, sie zu modificiren; aber wir brauchen es doch erst dann zu thun, wenn wir aus ihr als vorläufigem Princip eine Menge bleibender Vortheile für die Erklärung der einzelnen Erscheinungen gezogen haben. Die Transversalschwingung des Lichtäthers, die einem Postulat der Beobachtung entsprach, läßt sich ohne Zweifel als wirklich geschehender Vorgang vorstellen, aber aus welchen physischen Ursachen diese Richtung der Bewegung hervorgehen könnte, bleibt zunächst völlig unklar; die ganze Voraussetzung eines in's Unendliche ausgedehnten homogenen oder isotropen Aethers, für jetzt unentbehrlich für unsere Begriffe von der Fortpflanzung des Lichts, gehört zu derselben Klasse von Vorstellungen; sie ist eine völlig klare Anschauung, aber ebenso völlig bleibt dunkel, wie eine so gleichmäßige Vertheilung auf einander wirkender Elemente als mechanisches Resultat möglich ist. Die logischen Bewunderer naturwissenschaftlicher Methoden täuschen sich hierüber zuweilen, wenn sie den ganzen Bau unserer Kenntnisse auf unbedingt sichere Fundamente gestützt vorstellen; es geht vielmehr öfter hier so zu, wie bei der festen Ausmauerung der Brunnen: man baut von oben hinunter und verläßt sich darauf, daß die angenommenen Thatsachen nach unten einstweilen von dem unanalysirten Grund und Boden haltbar genug unterstützt werden, um die aufgesetzte Mauer zu tragen, bis man einen Schritt tiefer ihnen wieder eine Schicht von Fundament unterziehen kann, der es dann wieder so geht. Es ist zuzugeben, daß hierdurch der Unterschied zwischen Hypothese und Fiction, zwischen Gesetz und Regel zweifelhaft wird, ein Gedanke, den ich früher andeutete und später wieder aufnehmen werde.

Neuntes Kapitel.

Bestimmung singularer Thatsachen.

278. Gewißheit über die Wirklichkeit einer Thatsache gibt nur die eigne unmittelbare Wahrnehmung; auch sie nur unter der Voraussetzung, daß die Deutung richtig sei, durch welche wir den Inhalt der sinnlichen Empfindung, der ursprünglich allein das Gegebene ist, in der Form eines Urtheils zu einem Ganzen von innerlicher Zusammengehörigkeit verknüpft haben. Ueberlieferung dagegen verlangt zu der Glaubwürdigkeit der Zeugen oder der Berichterstatter ein Zutrauen, das man aus allerhand Gründen mehr oder minder empfehlen oder rechtfertigen, aber niemals als nothwendig beweisen kann; jeder Rückschluß ferner von gegebenen Thatsachen auf eine andere, die von ihnen als ihre Ursache bezeugt werde, scheitert daran, daß zwar jede Folge ihren zulänglichen Grund, und nur einen einzigen Grund haben muß, daß aber sehr viele verschiedene äquivalente Thatsachen der Wirklichkeit die Ursache gebildet haben können, in denen allen dieser Grund der gegebenen Wirkungen vorhanden war; endlich auch jeder progressive Schluß, der aus beobachteten Umständen oder Ereignissen eine zukünftige oder eine gleichzeitige, der Beobachtung sich entziehende Thatsache folgern möchte, wird ungewiß, weil jede Bedingung im wirklichen Weltlauf eine hemmende Gegenbedingung finden kann, die zwar niemals die Folge derselben annullirt, aber sie doch hindert, die Gestalt derjenigen Thatsache anzunehmen, als welche sie ohne jenes Hinderniß auftreten würde. Ueberall mithin, wo unsere unmittelbare Wahrnehmung nicht ausreicht, sind wir in der Beurtheilung der Wirklichkeit auf Wahrscheinlichkeit beschränkt und haben die Mittel aufzusuchen, durch welche wir dieser

eine für unsere Zwecke hinreichende Annäherung an Gewißheit zu verschaffen im Stande sind.

279. Zwei allgemeinste, einander in gewissem Grade entgegenwirkende Gedanken beherrschen hier unsere Ueberlegungen. Zuerst, da keine in sich zusammengehörige Causalreihe in einer Welt für sich verläuft, vielmehr in einer und derselben Welt zugleich mit unzähligen andern, so erscheint es uns ganz allgemein unwahrscheinlich, daß irgend eine Ursache in Wirklichkeit ohne irgend einen Abzug die ganze unendliche Reihe von Wirkungen entfalten sollte, die sie gehabt haben würde, wenn sie allein ihren Einfluß auf die Bestandtheile der Welt hätte üben können. Durchdrungen ist von dieser Ueberzeugung unser tägliches Leben; schon ein antiker Spruch drückt sie dahin aus: nicht an einen Anker müsse man das Schiff, nicht an eine Hoffnung das Leben knüpfen; überall wo wir einen Erfolg sichern wollen, auf den wir Werth legen, treffen wir verschiedene Vorkehrungen, deren jede zu demselben Ziele führen kann; versagt die eine, so wird die andere doch das Ziel erreichen; erleiden sie alle eine Einbuße an Wirkung durch äußere Störungen, so wird doch noch übrig bleiben, was uns befriedigen kann: denn ebenso unwahrscheinlich, wie der unverkürzte Erfolg, erscheint uns eine Verschwörung des Zufalls, die von vielen aufgebotenen Ursachen keine einzige die beabsichtigte Wirkung entfalten ließe. Gleiches Mißtrauen bezeugen wir geschichtlichen Darstellungen, wenn sie entweder von winzigen Zufällen ungeheure Wendungen der Schicksale ableiten, oder durch Jahrhunderte hindurch in allen Einzelheiten des geschichtlichen Verlaufs doctrinär die genauen Nachwirkungen eines in früherer Zeit entscheidend wirkenden Impulses finden wollen; sie übersehen im ersten Falle die unzähligen Mitbedingungen, die allein im Stande waren, dem Kleinen scheinbar jene große Wirkung zu verschaffen; sie überreden uns im letztern nicht, daß die unzähligen unzusammenhängenden und unberechenbaren Triebe, die sich in der vielköpfigen Menschheit in jedem Augenblicke neu erzeugen, selbst vereinigt mit den Einflüssen der Natur, die ihrer besonderen eigensinnigen Unordnung oder Ordnung folgen, bei der Mitbestimmung des ferneren Laufes der Dinge in solchem Grade wirkungslos gewesen seien. Wir sind ästhetisch unbefriedigt durch eine Poesie, die uns einen menschlichen Charakter in allen großen und kleinen Handlungen als unwandelbar con-

sequent darstellt, und ihn nicht einmal durch irgend eine unbedeutende irrationale Gewohnheit des Benehmens, durch irgend eine zulässige aber zufällige Vorliebe oder Abneigung, als ein Geschöpf der Wirklichkeit beglaubigt; als Personification einer abstracten Eigenschaft ist er uns in der Dichtung langweilig, und im Leben, wenn er leben könnte, würde er uns so grauenhaft sein, daß wir gegen ihn, den unpersönlichen, kaum noch die sittlichen Verpflichtungen fühlen würden, die sich nur von Person zu Person verstehen. Ebenso unglaubwürdig wäre uns eine Darstellung, die jedes Bestreben, jeden Vorsatz eines überlegenden Geistes, an einer beständigen Wiederholung störender Zufälle scheitern ließe; abscheulich, wenn sie ernsthaft wäre, würde sie blos erträglich, wenn sie, komisch gemeint, nicht blos den erleichternden Gedanken an die Unbedeutendheit der ganzen Sphäre, in der sie sich bewegt, sondern zugleich den glücklichen Unglauben an die Wirklichkeit dessen erweckte, was hier als Möglichkeit uns vorgegaukelt wird. Selbst die Musik erscheint uns zwar nicht unwahr, aber reizlos und unbedeutend, wenn die Melodie mit gar zu leicht vorausfühlbarer Consequenz den einfachen Fortgang nimmt, der ihrem Anfang entspricht, ohne jemals ihre lebendige Elasticität durch eine unerwartete Wendung zu verrathen, zu der sie durch eine ihr entgegengeworfene hindernde Schwierigkeit veranlaßt scheint. Endlich begleitet unser Mißtrauen alle praktischen Entwürfe, welche nicht parataktisch, um einen Ausdruck der Syntax zu brauchen, unabhängige Bedingungen neben einander ordnen, um den Erfolg zu sichern, sondern ihn hypotaktisch von einem Gewebe einander gegenseitig bedingender Voraussetzungen abhängig machen. Sie fordern auf diese Weise nur das Mißlingen heraus, indem sie durch die Mannigfaltigkeit der verbundenen Bestandtheile überhaupt die Berührungen mit fremdartigen Einflüssen vermehren und durch die Abhängigkeit der einen von den andern eine einmal erlittene Störung beständig fortwirken machen.

280. Der andere jener beiden Gedanken geht davon aus, daß zwar sehr viele verschiedene Gruppen äquivalenter Ursachen sich denken lassen, die darin übereinstimmen, eine bestimmte Wirkung hervorzubringen, daß aber doch jede dieser Gruppen außerdem noch eigenthümliche Nebenwirkungen haben wird, durch welche sie sich von andern unterscheidet. Um daher einen ganzen genau bestimmten Complex

mannigfacher Wirkungen zu erzeugen, die so zusammengefaßt eine bestimmte zusammengesetzte Thatsache darstellen, wird doch nur eine sehr geringe Anzahl verschiedener Ursachencomplexe, vielleicht unter denen, die in der Erfahrung vorzukommen pflegen, nur ein einziger in der That hinlänglich sein. So lange uns ein gegebener Thatbestand nur in seinen großen Umrissen bekannt ist, pflegen uns daher sehr verschiedene Ursachen desselben als mögliche vorzuschweben; sobald dagegen die feineren Nebenzüge bekannt werden, welche ihn charakterisiren, verengt sich die Auswahl beträchtlich und zuletzt zeigt sich, daß das aus diesen Datis entspringende Postulat in der Gesammtheit aller seiner Anforderungen nur durch sehr wenige hypothetisch anzunehmende Thatsachen befriedigt wird; unter diesen entscheiden wir uns dann für diejenige, welche die einfachste ist und die geringste Anzahl von einander unabhängiger zusammenwirkender Elemente voraussetzt. Auch dieser Gedanke läßt sich in den verschiedensten Ueberlegungen als herrschend erkennen. Wenn eine ganze Reihe von Einzelthatsachen oder Indicien vorliegt, die zusammengenommen sich bequem aus der Annahme einer einzigen That erklären läßt und in der nichts unableitbar bleibt außer jenen kleinen Nebenumständen, die, von zufälligen Bedingungen abhängig, wirklich jeder einzelnen Ausübung einer That eine etwas andere Färbung geben als einer zweiten, so wird die Aufmerksamkeit des Untersuchungsrichters ausschließlich sich auf diese Annahme richten, und sehr ungläubig wird er die künstlichen Bemühungen des Verdächtigen anhören, der jedes Stück dieses Thatbestandes aus einer besondern unschuldigen Ursache, die Gesammtheit desselben aus dem unglücklichen Zusammentreffen so vieler Zufälle zu erklären sucht. Ganz ebenso pflegt der Kranke sich damit zu trösten, daß er jedes der zahlreichen Symptome seines Uebelbefindens einzeln auf seine besondere wenig bedeutende Ursache zurückführt; er täuscht damit den Arzt nicht, dessen Diagnose unbarmherziger auf die ernsthafte Krankheit lauten wird, die im Stande ist, auf einmal diesen ganzen zusammen vorkommenden Haufen von Zufällen begreiflich zu machen. Ich brauche kaum hinzuzufügen, daß diese natürlichen Maximen der Beurtheilung doch nur hinreichen, um eine erste vorläufige Vermuthung vor anderen zu bevorzugen; wo von unserer Entscheidung wichtige Folgen abhängen, haben wir nie zu vergessen, daß das Unwahrscheinliche doch möglich ist. Es

reicht daher nicht hin, nur diejenige Annahme weiter zu verfolgen, welche die vorliegenden Indicien uns als die natürlichste aufdrängen; man wird sie nur dann der Glaubwürdigkeit nähern, wenn nicht blos nach ihr hin alle gegebenen Anzeichen von selbst convergiren, sondern wenn bei aufmerksamer Prüfung auch die unwahrscheinlicheren Vermuthungen, welche die Natur der Sache noch zuläßt, ebenso viele Lücken und Widersprüche in dem zu erklärenden Thatbestande übrig lassen. Man wird ferner darauf achten müssen, so weit als möglich nur aus positiven Indicien zu schließen; Verneinungen sind vieldeutig; mögen sie die Unterlassung einer Handlung oder das Nichtvorhandensein eines Zustandes ausdrücken, so sind sie benutzbar zum Beweise einer Thatsache nur dann, wenn das, was sie leugnen, unter jeder andern Voraussetzung als nothwendig zu erwarten war; an sich folgt aus der Verneinung nur die neue Verneinung dessen, was ohne die Bejahung des Verneinten undenkbar ist. Nicht die Menge endlich der Indicien überhaupt, sondern nur die der von einander unabhängigen hat Werth für unsere Entscheidung; und hierin haben wir uns einer häufigen schlechten Gewohnheit zu entschlagen: sowie wir einen Fehler mit Recht strafen, dann aber, wenn seine unvermeidlichen Folgen nach und nach hervortreten, gern jede einzelne derselben noch einmal rächen möchten, ebenso vergrößert sich uns mit Unrecht die Wahrscheinlichkeit einer Vermuthung, wenn zu dem Anzeichen, das uns zuerst auf sie führte, dessen nothwendige Consequenzen nach und nach in unsere Beobachtung fallen; sie stimmen natürlich zu unserer Vermuthung, aber sie können nichts zu ihrer weiteren Begründung beitragen. Alle diese Regeln der Vorsicht, deren scharfsinnige Befolgung in Beispielen durchzugehen freilich viel größeres Interesse darbieten würde, als diese trockene logische Formulirung, schließen zuletzt große Irrthümer nicht aus; man würde jedoch Unrecht thun, darum sie gering zu schätzen; nur einen allgemeinen sittlichen Grundsatz dürfen wir aus der Betrachtung dieser Unvollkommenheiten ziehen: wo unser Handeln unerläßlich ist, mögen wir uns auf die Wahrscheinlichkeit getrost verlassen, über die hinaus zur Gewißheit zu gelangen uns unmöglich ist; wo wir dagegen gar nicht verpflichtet sind zu handeln oder doch nicht verpflichtet, ein unwiderrufliches Aeußerstes zu vollziehen, da wird es sich schicken, unsere subjective Ueberzeugung, die nur auf Wahrscheinlichkeit beruht, nicht

für eine hinlängliche Berechtigung zu ihrer thätlichen Ausführung anzusehen.

281. Die genauere Abschätzung derjenigen Wahrscheinlichkeiten, die auf den mehr oder minder bekannten inneren Zusammenhang gegebener Thatbestände sich gründen, entzieht sich den allgemeinen Anweisungen der Logik und ist der sachlichen Kenntniß des jedesmaligen Falles zu überlassen. Aber namentlich in Bezug auf zukünftige Ereignisse, und auf diese beschränke ich zunächst die folgenden Betrachtungen, finden wir uns sehr oft in der Lage, zwar zu wissen, daß von verschiedenen disjuncten Fällen einer nothwendig eintreten muß, ohne daß wir jedoch im Besitz eines Grundes wären, der uns irgend einen derselben vor den übrigen bevorzugen ließe; und dennoch können praktische Bedürfnisse uns nöthigen, zwischen ihnen eine Wahl zu treffen, um auf das vorausgesetzte Eintreten des bevorzugten unsere Handlungen zu gründen. Unter solchen Umständen bleibt keine andere Maxime der Beurtheilung übrig außer der, allen gleich möglichen Fällen auch gleiche Wahrscheinlichkeit ihres Eintretens in der Wirklichkeit zuzuschreiben; als gleich mögliche aber können wir, da wir auf jede Kenntniß der die Verwirklichung bedingenden Umstände verzichtet haben, nur diejenigen Einzelfälle betrachten, welche in dem Umfang des allgemeinen Falles als gleichwerthige Arten desselben coordinirt sind. Alle Aufgaben dieser Gattung führen nämlich zurück auf ein disjunctives Urtheil von der Form: wenn die Bedingung B erfüllt wird, so tritt von der allgemeinen Folge F eine ihrer Arten f^1, f^2, f^3.. mit Ausschluß aller übrigen ein. Welche dieser Folgen in der That eintreten wird, hängt in jedem Falle von der besonderen Form b^1, b^2, b^3... ab, in welcher jene allgemeine Bedingung erfüllt worden ist; wäre diese bestimmte Form des B, vielleicht b^3, uns bekannt, so würden wir im Stande sein, den zugehörigen Werth f^3 der Folge mit Gewißheit abzuleiten, angenommen wenigstens, daß wir das Gesetz der Zusammengehörigkeit von B und F ermittelt hätten; ist uns dagegen, nach unserer jetzigen Voraussetzung, diese specielle Gestalt unbekannt, welche B in irgend einem Falle seines wirklichen Eintretens annehmen wird, so muß zwar, wenn B sich verwirklicht, irgend eine der Folgen f^1, f^2, f^3 eintreten, aber jede von ihnen bleibt für uns gleich möglich, da die einzige uns bekannte Bedingung ihrer Verwirklichung, die Gültigkeit von B überhaupt, für

jede gleichmäßig besteht und keine vor der anderen bevorzugt. Nehmen wir jetzt an, die allgemeine Bedingung B könne, wenn sie alle mit ihrer Natur verträglichen Variationen annimmt, Grund zu $n = 6$ verschiedenen Folgen $f^1, f^2 \ldots f^6$ werden, so würden $n = 6$ verschiedene Wiederholungsfälle von B nöthig sein, damit jede dieser gleichmöglichen einander ausschließenden Folgen sich verwirklichen könnte. Man sieht daher, daß unter der Annahme gleicher Wirklichkeit des gleich Möglichen die Wahrscheinlichkeit des Eintretens eines Einzelfalles eine mathematische Bestimmung zuläßt; denn in die Aussicht, in einem einzigen Falle sich zu verwirklichen, muß jede dieser f mit allen übrigen gleichberechtigten sich theilen, die Summe aber der so bestimmten Wahrscheinlichkeiten aller Einzelfolgen muß eine von ihrer Anzahl unabhängige constante Größe sein, denn sie muß die Gewißheit bezeichnen, daß irgend eine der Einzelfolgen f, wie viele ihrer auch sein mögen, daß also F überhaupt in jedem Einzelfalle eintreten muß, sobald B überhaupt in irgend einer Form verwirklicht ist. Da diese Gewißheit für jedes B und jedes F gleich unbedingt besteht und die Wahrscheinlichkeiten der Einzelfälle nur relativ zu dieser Gewißheit eine Größenbestimmung zulassen, so hat es weder Grund noch Vortheil, für die erwähnte Constante einen andern Werth als den der Einheit anzunehmen; die Wahrscheinlichkeit eines einzigen von n coordinirten Fällen f wird daher $= \frac{1}{n}$ und die Summe der n Wahrscheinlichkeiten aller $= \frac{n \cdot 1}{n} = 1$. Ich habe hierbei vorausgesetzt, daß die Bezeichnung *coordinirter* Fälle richtig verstanden werde; ich definire jetzt den Ausdruck dahin, daß jeder dieser Fälle nur einem einzigen von den einander ausschließenden Werthen $b^1, b^2 ..$ der Bedingung B entspricht, die in Wirklichkeit vorkommen können, nicht aber einer in Wirklichkeit niemals existirbaren allgemeineren Form B^1 dieser Bedingung, welche mehrere von den Einzelwerthen $b^1, b^2 ..$ unter sich befaßte; hieraus folgt, daß auch jede von jenen f eine elementare Einzelform der Folge ist, welche nicht selbst wieder andere für sich existirbare Arten derselben als allgemeiner Ausdruck unter sich begreift. Geben wir dem disjunctiven Urtheil willkürlich die Gestalt: wenn B gilt, so gilt entweder f^1 oder F^m, so daß wir unter F^m alle die m oder $n - 1$ Folgen

f verstehen, welche nicht f^1 sind, so sind f^1 und F^m nicht mehr coordinirte Glieder; die Wahrscheinlichkeit des ersten zwar bleibt $\frac{1}{n}$, aber die des zweiten ist die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Elementarfälle, die in diesem Ausdruck vereinigt gedacht werden, also $= \frac{n-1}{n}$. Nun kann es sehr häufig vorkommen, daß eben diese verschiedenen unter F^m zusammengefaßten Fälle eine gemeinsame, das Interesse unserer Untersuchung erregende Eigenschaft besitzen, um deren willen wir sie unter einem gemeinschaftlichen Namen, als *einen* Fall, auszuzeichnen und den übrigen Fällen entgegenzusetzen veranlaßt sind; dann drücken wir uns dahin aus: die Wahrscheinlichkeit dieses (collectiven) Falles F^m sei gleich dem Verhältniß der Anzahl der in ihm vereinigten Elementarfälle zu der Gesammtheit aller möglichen Fälle; richtiger, wenn wir auf den Zusammenhang der Sache zurückgehen: gleich dem Verhältniß der Anzahl der Variationen von B, die zu einem Falle der Art F^m führen können, zu der Anzahl aller möglichen Variationen des B; einfacher und allgemein: gleich dem Verhältniß der Anzahl der ihm günstigen Chancen zu der Anzahl aller denkbaren, $= \frac{m}{n}$. Dieser Bruch ist das, was wir in mathematischem Sinne unter der Wahrscheinlichkeit eines zukünftigen Ereignisses verstehen, im Grunde nicht abweichend im Wesentlichen, sondern nur genauer bestimmt, als im gewöhnlichen Sprachgebrauch; denn dieser nennt, ohne eine Maßbestimmung hinzuzufügen, schlechthin wahrscheinlich von zwei Ereignissen dasjenige, dessen mathematische Wahrscheinlichkeit größer ist oder häufig mit Unrecht von ihm für größer gehalten wird als die des anderen, das ihm nun vergleichweis unwahrscheinlich vorkommt; für die mathematische Betrachtung könnte der in ihr nicht übliche Name der Unwahrscheinlichkeit ebenfalls keinen andern Sinn als den der relativ geringeren Wahrscheinlichkeit haben.

282. Aus kleinen Anfängen, die zuerst nur der Befriedigung einer wissenschaftlichen Neugier zu dienen schienen, ist unter den Händen der größten Mathematiker die Wahrscheinlichkeitsrechnung zu einer umfangreichen Disciplin erwachsen, unendlich fruchtbar für die verschiedensten Gebiete wissenschaftlicher Untersuchungen und praktischer

Fragen, die großartige logische Leistung, die der erfinderische moderne Geist den bewundernswürdigen, aber unfruchtbaren Theorien des Alterthums entgegenzusetzen hat. So ist sie den Grenzen unserer Darstellung entwachsen, und obgleich jede ihrer Einzelheiten noch immer in einem Systeme der Logik eine viel mehr berechtigte Stelle einnehmen würde, als jene nutzlosen syllogistischen Künste, zu deren beständiger Wiederholung uns das Uebermaß philologischer Neigungen treibt, so sind wir doch genöthigt, uns auf die Aufzählung der einfachen logischen Gedanken zu beschränken, die zu dem Ansatze ihrer hier nicht weiter durchführbaren Rechnungen führen. Es geschieht jedoch mit dem Bewußtsein einer offen gelassenen Lücke und mit der Hinweisung auf die Nothwendigkeit ihrer anderweitigen Ausfüllung.

1. Es ist zuerst nöthig, kurz den Sinn der Wahrscheinlichkeit hervorzuheben, deren mathematisches Maß für die einfachsten Fälle wir eben kennen gelernt haben. Wir machen durch sie keine Behauptung über das wirkliche künftige Eintreten des Ereignisses, dem wir sie zuschreiben; wir sprechen nicht durch sie irgend eine objective Eigenschaft oder Beschaffenheit desselben aus; sie bezeichnet, zunächst wenigstens, durchaus nur subjectiv das Maß des vernünftigen Zutrauens, welches wir im voraus zu dem Eintreten eines bestimmten Falles dann hegen dürfen, wenn uns nur die Anzahl aller unter den jedesmal gegebenen Bedingungen möglichen Fälle, aber kein sachlicher Grund gegeben ist, der für die Nothwendigkeit des einen von ihnen mit Ausschluß der anderen entschiede. Ist nach 281 die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte Seite des Würfels, nach dem Wurfe obenaufzuliegen $= 1/_6$, die Wahrscheinlichkeit, daß eine der fünf andern Seiten oben liege $= 5/_6$, so bedeuten beide Zahlen nur, daß vor dem Wurfe unser vernünftiges Vertrauen auf den Eintritt des ersten Falles sich zu dem Vertrauen auf den des zweiten wie 1:5 verhalten müsse, aber sie enthalten keine Behauptung oder Voraussagung darüber, ob der eine oder der andere Fall, und ob bei wiederholten Würfen der eine häufiger als der andere eintreten werde. Späterem behalten wir die Frage vor, in wie weit eine solche Folgerung von der vorausberechneten Wahrscheinlichkeit auf das wirkliche Geschehen zulässig ist.

2. Wenn zwei von einander unabhängige variable Bedingungen B und B^1 zu n und n^1 verschiedenen Fällen führen können, so ist die

Wahrscheinlichkeit des Zusammentreffens eines bestimmten Einzelfalls der einen Reihe mit einem bestimmten der andern gleich dem Product der Wahrscheinlichkeiten, die jeder von beiden in seiner Reihe hat, also $= \frac{m}{n} \cdot \frac{m^1}{n^1}$, wenn m und m^1 die Anzahl der günstigen Chancen bedeutet, die jeder vermöge der Beschaffenheit seiner Bedingung B und B^1 findet. Werden zwei Würfel geworfen, so ist die Seite, welche der eine in seiner Ruhelage oben zeigt, unabhängig von der, welche der andere zeigen wird; es sind aber 6 Seiten, die an jedem Würfel aufliegen können, und jede von ihnen kann sich gleichmöglich mit jeder der 6 des anderen combiniren; 36 Fälle sind daher möglich, und die Wahrscheinlichkeit jedes einzelnen von ihnen ist $= 1/_{36} = 1/_6 \cdot 1/_6$. Sehen wir es aber für gleichgültig an, welcher der beiden gleichen Würfel die eine und welcher die andere von zwei verschiedenen Anzahlen der Augen aufweist, so ist für jeden dieser Fälle die Wahrscheinlichkeit $= 2 \cdot 1/_{36} = 1/_{18}$; denn jede Seite von bestimmter Augenzahl hat allerdings für den einen Würfel oder für den Würfel B nur eine Chance ihres Aufliegens, aber die Combination zweier Seiten von verschiedener Augenzahl findet in der Combination $B + B^1$ beider Würfel zwei günstige Chancen. Dagegen muß die Wahrscheinlichkeit des Aufliegens zweier Seiten von gleicher Augenzahl $= 1/_{36}$ bleiben, denn es ist nur eine Combination, die einen bestimmten Pasch hervorbringen kann. Kommt es endlich darauf an, mit beiden Würfeln zusammen eine bestimmte Augenzahl zu werfen, so hat die Summe 7 die größte Wahrscheinlichkeit $= 1/_6 = 6/_{36}$, denn sie hat 6 günstige Chancen in den Zusammensetzungen $6 + 1$, $5 + 2$, $3 + 4$, deren jede doppelt vorkommt; die geringste, nämlich $1/_{36}$, haben die Summen 2 und 12, deren jede nur auf eine Weise zu erzeugen ist. Lassen wir ferner in einem Gefäß B sich 17 schwarze und 3 weiße Kugeln, in einem zweiten Gefäß B^1 aber 6 schwarze und 4 weiße befinden und fragen nach der Wahrscheinlichkeit, durch je einmaliges Ziehen aus beiden Gefäßen zwei weiße Kugeln zu erhalten, so ist offenbar auch hier das, was die eine Hand ergreift, unabhängig von dem, was die andere ergriffen hat; aber die Wahrscheinlichkeit, aus dem ersten Gefäß eine weiße Kugel zu bekommen, hat $m = 3$ günstige Chancen auf 20 Fälle, die Wahrscheinlichkeit desselben Resultates für das zweite Gefäß $m^1 = 4$ auf 10. Hätte

man nun aus B die weiße Kugel gezogen, so würde sich diese mit 10 Kugeln aus B^1 combiniren können, unter diesen 10 wären 4 weiße; die Wahrscheinlichkeit, eine von diesen zu der schon gefaßten hinzuzubekommen, mithin $^4/_{10}$; da aber der Besitz der ersten weißen Kugel selbst nur die Wahrscheinlichkeit $^3/_{20}$ hatte, so ist die, zwei weiße zu ergreifen, $= \frac{m}{n} \cdot \frac{m^1}{n^1} = {}^3/_{20} \cdot {}^4/_{10} = {}^3/_{50}$. Es würde sich anders verhalten, wenn wir alle Kugeln in ein Gefäß vereinigten und aus diesem zwei Züge thäten, so jedoch, daß die zuerst ergriffene Kugel vor dem zweiten Zuge wieder in das Gefäß gethan würde. Das Resultat des zweiten Zuges wäre dann wieder unabhängig von dem des ersten; für jeden einzeln wäre die Wahrscheinlichkeit einer weißen Kugel $= {}^7/_{30}$, für die Ziehung zweier weißen nach einander mithin $= {}^7/_{30} \cdot {}^7/_{30} = {}^{49}/_{900}$, geringer also als in dem ersten Falle. Diese Differenz der Ergebnisse kann überraschen, da man ohne Rechnung beide Verfahrungsweisen kaum für wesentlich verschieden halten würde; sie sind es dennoch, weil sie durch die größeren oder geringeren Anzahlen schwarzer Kugeln, die sie mit den weißen mischen, die Ergreifung der letztern erschweren oder erleichtern. Die Wahrscheinlichkeit, $^7/_{30}$, aus der ganzen Summe der zusammengeworfenen Kugeln eine weiße zu fassen, beträgt allerdings $^{14}/_9$ der Wahrscheinlichkeit $^3/_{20}$, sie aus dem einen Gefäß zu ziehen, das 20 Kugeln enthielt; dafür beträgt sie aber nur $^7/_{12}$ der zweiten Wahrscheinlichkeit $^4/_{10}$, die weiße Kugel aus dem andern Gefäß zu holen, das nur 10 im Ganzen enthielt; mithin ist die Wahrscheinlichkeit für zwei weiße Kugeln im zweiten Verfahren nur $^{14}/_9 \cdot {}^7/_{12}$ oder $^{49}/_{54}$ der Wahrscheinlichkeit desselben Erfolgs nach dem ersten Verfahren; man hat in der That $^{49}/_{54} \cdot {}^6/_{100} = {}^{49}/_{900}$. Es ist nützlich, sich hierüber an einem noch einfacheren Falle völlig klar zu werden. Nehmen wir an, das Gefäß B enthalte nur eine weiße, keine schwarze, das Gefäß B^1 dagegen eine weiße und eine schwarze Kugel, so ist uns nach dem ersten Verfahren die eine weiße Kugel aus B gewiß, ihre Wahrscheinlichkeit mithin $= 1$; sie kann aber bei dem Zug aus B^1 noch mit einer weißen und einer schwarzen zusammentreffen; die Wahrscheinlichkeit jedes dieser beiden Fälle, also auch die zweier weißen Kugeln nacheinander ist mithin $^1/_2 = 1 \cdot {}^1/_2$. Nach dem zweiten Verfahren dagegen, wenn wir alle drei Kugeln in dasselbe Gefäß zusammen-

werfen, ist uns nichts gewiß; für den ersten wie für den zweiten Zug ist die Wahrscheinlichkeit einer weißen Kugel = $^2/_3$ und die zweier weißen nach einander = $^4/_9$, mithin kleiner als nach dem ersten Verfahren.

3. Wenn die Variationen einer Bedingung B eine Reihe Fälle von der Art f begründen, der Eintritt aber eines von diesen die Bedingung B^1 ändert, welche zu Folgen der Art f^1 führt, so ist die Wahrscheinlichkeit des Zusammentreffens eines bestimmten Falls aus der Reihe der f mit einem bestimmten aus der Reihe der f^1 gleich dem Product aus der unabhängigen Wahrscheinlichkeit des f in die durch sein Eintreten modificirte von f^1. Auf diesen Fall stoßen wir bei einer leichten Veränderung des letzten Beispiels. Legten wir in das Gefäß, das alle 30 Kugeln enthielt, die zuerst gezogene weiße wieder ein, so blieb der zweite Zug unabhängig vom ersten; legen wir sie aber nicht ein, so enthält das Gefäß nun auf 29 Kugeln nur noch 6 weiße; die Wahrscheinlichkeit, eine weiße jetzt zu ziehen, wird $^6/_{29}$ und die, zwei weiße nach einander zu treffen, = $^7/_{30} \cdot {}^6/_{29}$; sie ist nur ungefähr 0,88 derjenigen, die stattfand, wenn die gezogene Kugel dem Gefäß zurückgegeben wurde. Leicht begreiflich, da die Anzahl der weißen Kugeln verhältnißmäßig stärker vermindert worden ist, als die der schwarzen, aus der sie herauszusuchen sind. Unter diese Gattung von Aufgaben fallen sehr viele von denen, auf welche die Wahrscheinlichkeitsrechnung anzuwenden ist, und man wird alle Sorgfalt darauf verwenden müssen, sie von denen der ersten Gattung zu unterscheiden. Es handelt sich sehr oft um Ereignisse, deren wahrscheinlicher künftiger Wiedereintritt von der Anzahl der Fälle abhängt, in denen früher entweder sie selbst oder andere mit ihnen in bestimmter Beziehung stehende sich verwirklicht haben, und nicht immer ist es leicht, durch Zergliederung dieser Zusammenhänge den bedingenden Einfluß zu ermitteln, welchen das Eintreten eines Falles auf die Wahrscheinlichkeit des nächst zu erwartenden ausübt. Ich muß mich enthalten, dies durch Beispiele zu erläutern, die zu weitläufig ausfallen würden; nur eines erwähne ich aus anderer Rücksicht. Wenn ein Augenzeuge eines Ereignisses seine Beobachtung einem Hörer, dieser das Gehörte einem zweiten mittheilt, so wissen wir aus Erfahrung, wie im Laufe dieser Ueberlieferung der ursprüngliche Inhalt oft sehr entstellt bei dem zehnten Hörer anlangt; man hat nun nach dem Grade der Glaubwürdigkeit, d. h. nach dem

Grade des vernünftigen Zutrauens gefragt, das wir zu der Richtigkeit einer Aussage haben dürfen mit Rücksicht auf die Anzahl der Berichterstatter, welche sie einer dem andern gemacht haben. Ich kann mich nicht überzeugen, daß diese Frage eine förderliche Beantwortung durch Rechnung zulasse. Einen Zweifel erweckt zunächst der Sinn dessen, was man sucht. Eine Aussage ist entweder richtig oder unrichtig; im letztern Falle aber entfernt sie sich von der Wahrheit um verschiedene Differenzen; nach der Größe dieser ließe sich allerdings ein größerer oder geringerer Grad ihrer Glaubwürdigkeit unterscheiden, wenn die verschiedenen Differenzen selbst unter einander vergleichbar wären. Dies wird jedoch nur in wenigen Fällen stattfinden; jedes Glied eines Urtheils, durch welches wir eine ursprüngliche Beobachtung ausdrücken, kann für sich nach einem blos ihm möglichen Maßstabe verfälscht und diese Verfälschungen können verschiedenartig mit einander verbunden werden; die Gesammtirrthümer, die so entstehen, lassen sich nicht als vergleichbare Glieder einer Reihe fassen, und es würde mithin für diese objective Glaubwürdigkeit des überlieferten Inhalts kein anwendbares Maß geben. Aber allerdings ist es diese eigentlich nicht, was man sucht; man wünscht dasjenige Maß des Zutrauens, welches nur durch die namhaft gemachte Bedingung, durch die Anzahl der geschehenen Uebertragungen, motivirt wird. Aber hiergegen eben ist einzuwenden, daß in dem Begriff dieser Bedingung, der bloßen Mittheilung, durchaus nichts liegt, was überhaupt die Voraussicht einer allmählichen Verfälschung des Mitgetheilten begründen könnte. Wenn wir, in dem obigen Beispiele, aus dem Gefäß, welches unter 30 Kugeln 7 weiße enthielt, eine weiße gezogen und entfernt haben, so wissen wir genau, daß und um wie viel wir die Bedingungen verändert haben, unter denen der zweite Zug stattfinden muß; legten wir aber die Kugel wieder ein, so wußten wir ebenso gewiß, daß wir sie nicht verändert haben, daß vielmehr für den zweiten Zug res integra ist und seine Wahrscheinlichkeit gleich der des ersten. Diesem letzten Fall, nicht dem ersten, entspricht der jetzt vorliegende; durch die Mittheilung allein, wenn nichts sonst hinzukommt, kann der erste Hörer nicht veranlaßt sein, etwas Anderes mitzutheilen, als er empfangen hat, und es wäre nicht blos Wahrscheinlichkeit, sondern Gewißheit, daß der letzte Hörer genau die ursprüngliche Aussage empfangen wird. Die Verfälschungen hängen

also nicht von der Anzahl der Uebertragungen, sondern von der Größe der Einzelirrthümer ab, die bei jeder einzelnen Mittheilung gemacht werden; das Maß der Glaubwürdigkeit würde sich daher mit Hülfe jener Anzahlen nur feststellen lassen, wenn die Größe jener Einzelirrthümer entweder constant oder eine bestimmte Function der Ordnungszahl der geschehenen Mittheilungen wäre. Zu einer solchen Annahme liegt nicht der geringste Grund vor; im Gegentheil, man hat wirklich ausführlich die sehr verschiedenen Fälle in Betracht gezogen, die vorkommen können: daß der Augenzeuge A das, was er richtig beobachtet, auch wahrhaft habe mittheilen wollen oder nicht; daß der Hörer B ihn richtig verstanden habe oder nicht, daß er das Verstandene wahrheitsgemäß habe überliefern wollen oder lieber verfälschen; ja sogar daß ein dritter C, der das falsch Verstandene aufs Neue zu verdrehen beabsichtigte, zufällig wieder auf die Aussage des Wahren gekommen sei. Beachtet man alle diese möglichen Bedingungen, so sieht man deutlich, daß die Glaubwürdigkeit einer Mittheilung in gar keiner bestimmten Abhängigkeit von der bloßen Anzahl der Uebertragungen steht; berücksichtigen nun kann man diese Bedingungen nicht, denn man kennt sie nicht; hätte man aber Mittel, sie alle kennen zu lernen, so wäre die Sache erledigt und man brauchte die Rechnung nicht; es bleibt daher für diese in der That nichts übrig, als über alle jene Bedingungen völlig willkürliche Annahmen zu machen, wodurch dann ihre Ausführungen zu bloßen Rechenexempeln ohne eine gedeihliche Anwendung auf wirkliche Ereignisse werden. Dazu gehört z. B. die Betrachtung: wenn die erste Wiedererzählung einer gehörten Thatsache auch genau genug wäre, damit ihre Glaubwürdigkeit $= 0{,}9$ gesetzt werden könnte, so würde doch nach zwanzigmaliger Uebertragung diese Glaubwürdigkeit nur noch $0{,}9^{20} = 0{,}1216$ sein, nur etwas mehr als $^1/_7$ jener ersten. Alles ist hier willkürliche Annahme; willkürlich, daß man die Glaubwürdigkeit in geometrischer Progression abnehmen läßt, anstatt einer arithmetischen, die gleich denkbar wäre; ebenso willkürlich die Voraussetzung überhaupt, daß Exponent oder Differenz von Glied zu Glied gleich sein müsse; ganz bedeutungslos daher auch das Resultat, das vielleicht in Bezug auf leichtsinniges Gassengeschwätz zutreffen mag, für besonnene historische Ueberlieferungen aber eine große Uebertreibung ihrer zunehmenden Unzuverlässigkeit enthält.

4. Wenn gegebene Thatsachen aus mehreren verschiedenen Ursachen ableitbar sind, so ist diejenige Ursache die wahrscheinlichste, unter deren Voraussetzung die aus ihr berechnete Wahrscheinlichkeit der gegebenen Thatsachen die größte wird. Man habe durch vier aufeinanderfolgende Züge aus einem Gefäß 3 weiße und eine schwarze Kugel genommen und stets wieder in das Gefäß zurückgelegt; es fragt sich, welche Anzahlen von Kugeln beider Farben, in dem Gefäße enthalten, diese Ergebnisse am wahrscheinlichsten herbeigeführt haben. Man muß zu diesem Zwecke die ganze Anzahl der Kugeln im Gefäß wissen, um die Zahl der denkbaren Combinationen aufstellen zu können, welche die Ursachen der gefundenen Thatsachen zu bilden im Stande sind; die Zahl der Kugeln sei 4. Nothwendig ist nun, um unseren Fund zu erklären, die Gegenwart einer schwarzen und einer weißen Kugel im Gefäß; die andern bleiben unbestimmt; man kann also annehmen: $3w + 1s$, $2w + 2s$, $1w + 3s$. Man erhält dann die Wahrscheinlichkeiten, auf einen Zug eine Kugel zu erhalten, für w beziehungsweis: $^3/_4$, $^2/_4$, $^1/_4$, für s: $^1/_4$, $^2/_4$, $^3/_4$; die zusammengesetzten Wahrscheinlichkeiten aber, in vier Zügen $3w$ und $1s$ zu ziehen, werden, jenen drei Annahmen entsprechend: $^{27}/_{256}$, $^{16}/_{256}$, $^3/_{256}$; mithin ist die erste Annahme von $3w + 1s$ im Gefäß enthaltener Kugeln die wahrscheinlichste, zugleich geben die gefundenen Brüche das Maß der Wahrscheinlichkeit für die beiden andern Voraussetzungen. Man bestätigt sich leicht diese Antwort durch einfache Ueberlegung. Wäre nur eine weiße Kugel, nach der dritten Annahme, vorhanden gewesen, so würde man in vier Zügen dreimal dieselbe haben ergreifen müssen und nur einmal eine schwarze von drei, die sich darboten, offenbar minder wahrscheinlich als vier Züge, die jeder der Kugeln gleiches Recht widerfahren lassen. Im Uebrigen setzt natürlich diese Berechnung voraus, daß die verschiedenen annehmbaren Ursachen der gegebenen Thatsachen für sich selbst gleiche Wahrscheinlichkeit besitzen; dies fand hier insofern statt, als jede Vertheilung der beiden Farben an die vier Kugeln an sich so gut möglich war, als jede andere; wo die Wahrscheinlichkeiten der Ursachen verschieden sind, hat die Rechnung dies geeignet zu berücksichtigen.

5. Der wiederholte Eintritt desselben Ereignisses unter derselben allgemeinen Bedingung B erregt in uns die Erwartung, es werde auch bei neuer Wiederholung von B wieder eintreten. Die Wahrscheinlich-

keit dieser Erwartung läßt sich berechnen. Wenn in einem Gefäß zwei Kugeln liegen, so kann es geschehen, daß wir bei wiederholten Zügen immer nur die eine, die weiß sein mag, ergreifen, die Farbe der andern mithin unbekannt bleibt. Es fragt sich nun, wie groß die Wahrscheinlichkeit der rege gewordenen Erwartung sei, man werde auch bei einem neuen dritten Zuge eine weiße ergreifen. Da eine Kugel weiß sein muß, so gibt es nur die beiden Möglichkeiten, daß die andere schwarz, oder daß beide weiß seien. Nach der ersten Annahme ist die Wahrscheinlichkeit der schon eingetretenen Thatsache der Ergreifung zweier w in 2 Zügen $= {}^1/_4$, nach der zweiten ist sie $= 1$; folglich verhalten sich die Wahrscheinlichkeiten beider Annahmen wie $1:4$, und da ihre Summe $= 1$ sein muß, so ist die erste $= {}^1/_5$, die andere $= {}^4/_5$ zu setzen. Die Wahrscheinlichkeit bei dem nächsten Zug ist ${}^1/_2$ für die weiße Kugel nach der ersten Annahme und 1 nach der zweiten; die Summe der nach beiden Annahmen zusammen vorhandenen günstigen Chancen ist daher ${}^1/_5 . {}^1/_2 + {}^4/_5 . 1 = {}^9/_{10}$. Man hat in diesem Falle die Wahrscheinlichkeit gekannt und in Rechnung gebracht, welche die schon verwirklichte Thatsache unter zwei einander ausschließenden Voraussetzungen hatte; aber auch, wo diese Kenntniß fehlt, läßt sich auf den Wiedereintritt eines Ereignisses aus der Anzahl seiner schon beobachteten Wiederholungen ein Wahrscheinlichkeitsschluß ziehen. Wissen wir, in völliger Unkenntniß der bedingenden Gründe, nichts weiter, als daß ein Ereigniß E unter bestimmten Umständen, z. B. in einem gewissen ausgezeichneten Zeitpunkt t, einmal eingetreten ist, so kann es zunächst scheinen, als sei die Wahrscheinlichkeit, daß es unter denselben Umständen ein zweites Mal eintreten werde, genau so groß, als die, daß es nicht eintreten werde. Dennoch kann man so nicht rechnen; denn dann würde die beobachtete Thatsache seines einmaligen Eingetretenseins ohne allen Einfluß bleiben, und da dieselbe Betrachtung dann auch nach m maligem Vorgekommensein des Ereignisses gelten müßte, so würde man zuletzt selbst aus unendlich oft eingetretener Wiederholung desselben seinen nächstmaligen Wiedereintritt nicht wahrscheinlicher finden können, als wenn es sich noch niemals zugetragen hätte. Dies aber würde als offenbar widersinnig gelten können; denn jede neue Wiederholung des Ereignisses ist eine neu hinzukommende Assertion des Fortbestehens der unbekannten Ursachen, von denen es

abhängt, und mithin auch eine Steigerung der Wahrscheinlichkeit seiner künftigen Wiederholung. Man muß also schon in dem ersterwähnten Falle so schließen: für den Eintritt sowohl wie für den Nichteintritt des E ist an sich die Wahrscheinlichkeit gleich groß; aber für das Dasein der Ursachen, welche E verwirklichen, spricht außerdem noch der eine beobachtete Fall seiner Verwirklichung; für das Dasein von Ursachen, die E hindern, spricht außer der bloßen Möglichkeit nichts. Es sind mithin für den Wiedereintritt des E zwei günstige Gründe gegen einen für die Nichtwiederkehr; da beide Wahrscheinlichkeiten sich mithin wie 2:1 verhalten, ihre Summe aber $= 1$ sein muß, so ist die der Wiederkehr von $E = \frac{2}{3}$. Allgemein also: wenn ein Ereigniß E oder ein gewisser Kreislauf E gleicher Ereignisse m mal ohne Gegenbeispiel beobachtet worden ist, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß E in derselben Weise wiederkehren wird, $= \frac{m+1}{m+2}$; der Nenner enthält die Summe der denkbaren Fälle, denn nach m wirklichen Fällen kommen immer 2 denkbare, Wiederholung und Nichtwiederholung des E, hinzu; der Zähler zeigt wie immer die Anzahl der günstigen Chancen an. Ich überlasse dem Leser, ob diese einfache Ableitung der Formel ihm genügt; mir scheint sie nicht viel weniger überzeugend, als die undurchsichtigere analytische Behandlung, durch die man sie gewöhnlich gewinnt. Man sieht, daß dieser Bruch, je größer m wird, desto mehr sich der Einheit, mithin der Wiedereintritt von E sich der Gewißheit nähert, und man pflegt als Beispiel anzuführen, daß jetzt, nachdem 5000 Jahre lang der Wechsel von Tag und Nacht geschichtlich bezeugt ist, die Wahrscheinlichkeit dafür, daß derselbe Wechsel auch heute stattfinden werde, $= 1{,}826{,}214 : 1{,}826{,}215$ sei, man mithin 1,826,214 gegen Eins auf sein nächstes Eintreten wetten kann. Wenn nun überhaupt unsere Berechnungen der Wahrscheinlichkeiten nicht ein objectives Verhalten künftiger Ereignisse, sondern nur die Größe unseres subjectiven Zutrauens zu ihrem Eintritt ausdrücken, so findet dies hier in gewissem Sinne noch in gesteigertem Maße statt, was man deutlich empfindet, wenn m eine sehr kleine Zahl ist. Denn dann ist die Voraussetzung, von der wir ausgingen, diese Zahl m der beobachteten Verwirklichungen von E bezeuge auch für den nächsten Fall die Fortdauer der dem E günstigen Ursachen mit einer der Größe von m proportionalen Sicherheit,

selbst nur eine Wahrscheinlichkeit, deren Gewicht etwas Willkürliches hat, und von der man nur weiß, daß sie selbst mit dem Wachsen von m wächst. Die Formel würde daher eigentlich nicht direct die Wahrscheinlichkeit des Wiedereintritts von E, sondern die Wahrscheinlichkeit dieser Wahrscheinlichkeit messen, was darauf hinausläuft, daß nicht blos ihre Werthe, sondern auch die Sicherheit dieser Werthe sich für unendlich wachsendes m immer mehr der Gewißheit nähert.

6. Das Maß des Vertrauens zu dem Eintritt künftiger Ereignisse zu bestimmen, werden wir am häufigsten durch die Rücksicht auf die mit demselben verbundenen Vortheile und Nachtheile veranlaßt. Die Beweggründe, die wir daraus für unser Handeln ableiten, werden daher zugleich von der Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E und von der Größe des durch E zu erwartenden Gewinnes abhängig sein. Dieses Product aus der Wahrscheinlichkeit von E in die Größe seines Vortheils ist das, was wir *mathematische Hoffnung* nennen und einer genauen Bestimmung unterwerfen können. Es sei ein Spiel so verabredet, daß Jemand 2 Thaler erhält, wenn er bei dem ersten Aufwerfen einer Münze die Bildseite trifft, und 5 Thaler, wenn er zuerst Schrift, dann Bild wirft. Die Wahrscheinlichkeit des ersten Falles ist $= 1/_2$, seine Hoffnung $= 1/_2 . 2$; die des zweiten sind $= 1/_4$ und $= 1/_4 . 5$, endlich die Gesammthoffnung auf Gewinn, die bei dem Eingehen dieses Spiels vorhanden ist, kann nur die Summe $9/_4$ dieser beiden Hoffnungen sein; denn die beiden Glücksfälle schließen einander, nach der getroffenen Verabredung, zwar aus, doch muß begreiflich die Gewinnhoffnung größer sein, wenn beide, als wenn nur einer gilt, und die Hoffnung des einen genau übrig bleiben, wenn die des andern durch Verminderung des für ihn bedungenen Gewinnes zuletzt auf Null gebracht wird. Es verhält sich ganz ebenso, wenn verabredet war, daß 2 Thaler das erstmalige Aufwerfen des Bildes, 5 dann noch besonders das folgende der Schrift belohnen sollen. Dann sind beide Gewinnfälle mit einander verträglich, aber auch hier können nur entweder 2 oder 7 Thaler, beide mit der Wahrscheinlichkeit $1/_4$ gewonnen werden. Es bleibt daher $9/_4$ Thaler auch hier die Gesammthoffnung dessen, der das Spiel eingeht, und die Höhe des Einsatzes, den er dabei vernünftigerweise wagen darf. Man findet ferner leicht, daß, wenn unter verschiedenen zu erwartenden Ereignissen E, E^1, E^2, einige vortheilhaft, einige nachtheilig sind, dann

die Gesammthoffnung, welche man hegen darf, wenn man sich durch eine Handlung dem Eintritt dieser Ereignisse aussetzen will, gleich sein muß der Differenz zwischen der Summe der mathematischen Hoffnungen der günstigen Ereignisse und der Summe der Hoffnungen der ungünstigen. Ist diese Differenz negativ, so drückt sie die Größe der Gefahr aus, die man läuft, oder richtiger die Größe der Besorgniß, die man zu hegen hat. Die Anwendung dieser Grundsätze ist von der größten Ausdehnung und Wichtigkeit; man bestimmt durch sie nicht blos Billigkeit und Gerechtigkeit der Wetten und Glücksspiele, eine Berechnung, die man eben so gut entbehren könnte, wie ihren Gegenstand, sondern auch die Anordnung der ernsthaftesten öffentlichen und privaten Geschäfte, die Wirthschaft der Finanzen, die Unternehmungen des Handels, die Einrichtungen der Versicherungsgesellschaften aller Art.

7. Noch ein Begriff gehört zu diesem Gedankenkreise. Auch die mathematische Hoffnung bestimmt nicht in aller Beziehung den Werth eines Ereignisses für uns; man erhält diesen erst, wenn man die Größe des erwarteten Vortheils auch mit dem Thatbestand vergleicht, zu dem er hinzukommen soll. Für den Unglücklichen ist eine kleine Freude, für den Armen eine geringe Gabe von größerem Werth als für den Glücklichen ein neuer Triumph und für den Reichen ein bedeutender Gewinn. Thatsächlich freilich pflegt, wer viel hat, um so mehr zu begehren; die Logik dagegen vertritt hier den Standpunkt der Billigkeit, nach der es anders sein sollte; indem sie als selbstverständlichen Grundsatz annimmt, daß der relative Werth eines Vortheils im umgekehrten Verhältniß zu der Gunst der Lage steht, zu der er hinzukommt, drückt sie den Maßstab aus, nach welchem Jeder zu dem Verlangen einer weiteren Verbesserung dann berechtigt erscheint, wenn die verfügbaren Güter, durch die sie hergestellt werden kann, zugleich zur Befriedigung anderer dienen müssen. Eine Rechnung läßt dieser allgemeine Satz nur dann zu, wenn alle Gunst und Ungunst der Lagen und alle zur Verbesserung dienenden Güter mathematisch vergleichbar sind, zunächst also in Bezug auf den Zuwachs von Vermögen, die in Geld ausdrückbar sind. Sei V ein bereits bestehendes Vermögen und z der Zuwachs, den es erhalten soll, so läßt sich diese Vermehrung von V immer als eine Summe unendlich vieler Zunahmen denken, deren jede

dz beträgt; der relative Werth jeder folgenden $(n+1)$ten Vermehrung um ein dz steht aber im umgekehrten Verhältniß zu der durch die früheren Zunahmen gesteigerten Größe von V oder zu $V + ndz$, ist also $= \frac{k \cdot dz}{V + ndz}$, worin k ein specifischer Coefficient ist, verschieden für verschiedene Arten des zuwachsenden Vortheils, constant für alle z gleicher Art, an sich nicht weiter bestimmbar und, als gemeinsamer Factor aller vergleichbaren Werthe, im Folgenden weggelassen. Der relative Werth der Gesammtzunahme um z ist dann das Integral dieses Ausdrucks, in welchem man für ndz die von o bis z veränderlichen Werthe z zu setzen hat, also $= \log (V + z) - \log V$. Nach dieser Formel werden für ein Vermögen $V = 1000$ die relativen Werthe der Zunahmen um $z = 1000$, $= 2000$, $= 3000$, $= 4000$ sich nahezu verhalten wie $1 : 1{,}6 : 2 : 2{,}3$, mithin weit langsamer wachsen, als die hinzutretenden Zunahmen selbst; für die verschiedenen Vermögen $V = 1000$, $= 2000$, $= 3000$, $= 4000$ sind die relativen Werthe gleicher Zunahmen um $z = 1000$ ungefähr 0,301; 0,176; 0,125; 0,097. Wenn man schließlich die so berechneten relativen Werthe eventueller Vortheile mit der Wahrscheinlichkeit ihrer Erlangung m multiplicirt, so erhält man $m \log \left(\frac{V + z}{V}\right)$ als die **moralische Hoffnung**, die sich auf sie bezieht, d. h. die mathematische Hoffnung der auf ihren relativen Werth reducirten Vortheile, und diese ist es, welche in den mannigfaltigsten Unternehmungen die Größe des Risico bestimmt, das wir mit Rücksicht auf das, was für uns Vortheil ist, übernehmen dürfen. Der Factor m kann, wie wir annahmen, constant sein für jede Höhe des z, aber er kann auch eine Function von z oder von $V + z$ sein, und dann ist er natürlich unter dem Integralzeichen und in die Integration einzuschließen; in der That gibt es viele Arten der Unternehmungen, in denen entweder der erste Erfolg schwer, die spätern immer leichter erreichbar sind, oder in denen die Möglichkeit weiterer Erfolge mit der wachsenden Größe des Erreichten abnimmt. Endlich messen die Formeln nicht alles, was man zu messen wünschen kann. Da sie z nur als Summe der dz fassen, aber die Zeit t nicht beachten, in welcher die Summation zu Stande kommt, so vernachlässigen sie den Unterschied zwischen allmählich und plötzlich ent-

stehenden Verbesserungen. Der reelle sachliche oder physische Werth beider kann gleich groß sein, aber der psychische Effect, einfach gesagt: die Freude darüber nicht, und doch ist auch diese in den Begriff des relativen Werthes eines Vortheils einzuschließen. Nähme man an, daß die Empfänglichkeit für Steigerung eines Genusses $= \frac{1}{V}$ wäre, wenn V die Größe des gleichartigen Genusses ist, dessen man sich bereits erfreut, und daß zugleich der entstehende Genußzuwachs der Größe z des plötzlichen Vortheilszuwachses proportional bliebe, so würde $\frac{z}{V}$ das Maß der Erfreuung durch das Hinzukommen von z sein. Man sieht jedoch leicht, daß auch andere Annahmen an der Stelle dieser beiden denkbar sind; man könnte selbst möglich finden, daß die eventuelle Erfreuung noch außerdem eine Function von m, der Wahrscheinlichkeit des Eintretens von z wäre; die Erlangung eines Genusses, an dem man verzweifelte, würde uns vielleicht stärker bewegen, als die eines wahrscheinlicheren von selbst größerem relativen Werthe.

283. Die letzte Bemerkung berührte Fragen, die bisher der Rechnung nicht unterworfen worden sind, ihr aber unterworfen werden könnten, wenn bessere psychologische Kenntniß brauchbare Ausgangspunkte böte. Es gibt andere, auf welche man nur in bedeutungslosem Spiele die Anwendung der Wahrscheinlichkeiten auszudehnen versuchen könnte. Denn obgleich dieses Verfahren des Schließens von der Unkenntniß der besonderen Gründe ausgeht, die ein fragliches Ereigniß bedingen, so macht es dennoch einige Voraussetzungen, die man beachten muß. Zuerst die der Gültigkeit der logischen und mathematischen Wahrheiten, auf deren Benutzung die Möglichkeit der Rechnung selbst beruht. Die Richtigkeit specieller Gesetze, welche sich auf eine Gruppe von Thatsachen beschränken, deren Nichtdasein selbst ebenso denkbar ist als ihr Dasein, läßt sich, wie wir noch sehen werden, durch Rechnung prüfen; aber es gibt keinen zulässigen Ansatz, von dem aus man die Richtigkeit des Gesetzes der Identität oder des disjunctiven Lehrsatzes mehr oder minder wahrscheinlich finden könnte; die einfachste Bestimmung jeder Wahrscheinlichkeitsgröße setzt voraus, daß eine Disjunction aller möglichen Fälle gegeben, daß jeder von diesen mit sich selbst identisch und nicht gleich einem andern, daß endlich durch jeden alle übrigen

ausgeschlossen seien. Man kann also immer nur die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses oder eines Zustandes oder einer Reihe von Begebenheiten prüfen unter der Voraussetzung, daß dieser fragliche Inhalt Bestandtheil einer Welt sei, in der es allgemeine Gesetze gibt, nach denen sich Wahrheit von Unwahrheit, Möglichkeit von Unmöglichkeit, Leichtigkeit eines Erfolges von Schwierigkeit desselben unterscheidet. Dies ist jedoch nicht die einzige Beschränkung; die Wahrscheinlichkeitsrechnung darf den Gegenstand ihrer Frage nicht als blos denkbar schlechthin betrachten, sondern muß das Vorhandensein von Bedingungen voraussetzen, welche überhaupt die Nothwendigkeit der Verwirklichung eines der disjungirten Fälle mit Ausschluß der anderen begründen; es muß immer, um in der Sprache ihrer Formeln zu reden, eine Gewißheit $= 1$ geben, welche die Summe aller Wahrscheinlichkeiten der denkbaren Einzelfälle ist. Man sah dies überall in den Beispielen, die wir brauchten. Wenn ein Würfel geworfen wird, oder wenn zwei, dann läßt sich die Wahrscheinlichkeit jedes der Einzelfälle bestimmen, die hierdurch entstehen können; wenn man aber nicht angibt, ob einer oder zwei oder drei Würfel zugleich oder wievielmal nach einander fallen sollen, so fehlt jede Möglichkeit, den Spielraum der disjuncten Möglichkeiten und die Einheit zu bestimmen, mit Rücksicht auf welche die Wahrscheinlichkeiten einer jeden zu bemessen sind. Man kann also nur solche Ereignisse berechnen, welche innerhalb einer gesetzlich geordneten Welt von anderen abhängig sind, nicht aber Urthatsachen, die ein unabhängiges schlechthiniges Sein enthalten. Es wäre nur ein bedeutungsloses Spiel des Witzes, zu behaupten: bevor irgend etwas sei, habe es gleiche Wahrscheinlichkeit, daß überhaupt etwas sei und daß gar nichts sei; eines von beiden müsse aber stattfinden, folglich sei die Wahrscheinlichkeit für das Dasein von etwas überhaupt $= 1/2$; dies Daseiende müsse dann entweder nur Eines oder Vieles sein, mithin die Wahrscheinlichkeit für das Dasein vieler Elemente sei $= 1/4$, ebenso groß die für das Dasein eines einzigen; endlich, wenn wir annähmen, es gebe n Elemente, so können sie entweder alle gleich oder alle oder einige verschieden sein; unter den m Fällen, die hieraus entständen, würde die Gleichheit aller nur einer sein, folglich ihre Wahrscheinlichkeit $= \frac{1}{4m}$. Im Gegentheil: bevor es irgend etwas gibt, gibt es auch den klugen

Geist nicht, der diese Berechnung der Zukunft anstellen könnte; wäre es aber denkbar, daß er außerhalb der Welt existirte, über deren wahrscheinliche Entstehung oder Nichtentstehung er speculirte, so würde es doch in jenem Nichts durchaus keine Bedingung geben, welche eine wirkliche Entscheidung der denkbaren Alternative zwischen Sein und Nichtsein nothwendig machte, und es würde mithin bei dem Nichts lediglich sein Bewenden haben; wäre aber, woher auch immer, eine günstige Entscheidung für das Sein erfolgt, so könnte sie doch nicht für das in abstracto nur denkbare, aber nicht existirbare Sein überhaupt, sondern nur für ein bestimmtes Sein erfolgt sein, das jedes andere denkbare ausschlösse; dieses eine hätte von Anfang an die Gewißheit = 1 für sich, die Wahrscheinlichkeit aller anderen Arten des Seienden wäre nicht sowohl = 0 als vielmehr eine Vorstellung ohne angebbaren Sinn. Es würde sich anders verhalten, wenn wir aus gegebenen Datis die Wahrscheinlichkeit jener Urthatsachen bestimmen wollten; unter Voraussetzung eines gesetzmäßigen Zusammenhangs aller Wirklichkeit würden dann diese letzteren, nicht als Realgründe, aber als Erkenntnißgründe, wieder eine Bedingung bilden, welche die Nothwendigkeit der ausschließenden Annahme der einen oder der anderen Gestalt jener Urthatsachen herbeiführte.

284. Man wird sich ferner mit Vortheil immer daran erinnern, daß die Wahrscheinlichkeit ursprünglich nur unser berechtigtes Vertrauen auf den Eintritt eines Ereignisses mißt, bevor es eingetreten ist. Nachdem es aber eingetreten ist, haftet seine frühere größere oder geringere Wahrscheinlichkeit nicht als eine bleibende Eigenschaft an ihm, aus der man nun rückwärts in Bezug auf die Ursachen seiner Verwirklichung irgend einen andern Schluß ziehen dürfte, als den, daß sie eben eingetreten sind. Hierüber machen wir uns vielerlei Illusionen. Wenn ein Ereigniß E sich zugetragen hat, dessen Wahrscheinlichkeit, vorher berechnet, sehr klein war im Verhältniß zu derjenigen einer ganzen Klasse von Fällen, die wir von irgend einem logischen Gesichtspunkte aus ihm gegenüber als einen zweiten Gesammtfall, als ein Non E, zusammenfaßten, so bilden wir uns ein, zur Herbeiführung von E sei nicht blos eine besondere, sondern eine höhere Ursache nothwendig gewesen. Es geschieht zuweilen, daß der Name eines unbedeutenden unbekannten selten erwähnten Gegenstandes, nachdem wir zum ersten

Male auf ihn gestoßen sind, dann uns plötzlich mehrmals im Gespräch in Büchern in Zeitungen wieder begegnet; dies Zusammentreffen, dessen Wahrscheinlichkeit, vorher berechnet, unendlich klein gewesen wäre, nennen wir wenigstens einen wunderbaren Zufall. Zu bemerken, wie wenig darin wunderbar ist, genügt die Bemerkung, wie noch unendlich viel öfter dieser Zufall sich nicht zuträgt, und wie viele Namen einmal an unserem Ohre vorübergehen, ohne jemals durch solche Wiederholungen uns aufzufallen. Drücken wir uns ganz allgemein aus: wenn wir in der Wirklichkeit irgend eine Bedingung B oder irgend eine Gruppe B verschiedener zusammenwirkender Bedingungen voraussetzen, welche je nach den verschiedenen an sich gleich möglichen variablen Stellungen, die sie zu einander einnehmen können, eine Anzahl n verschiedener Ergebnisse E hervorbringen würden, so ist die Wahrscheinlichkeit jedes einzelnen $E = \frac{1}{n}$ und mithin gleich der jedes andern bestimmten E, aber allemal, wenn n unendlich groß ist, unendlich klein im Vergleich zu der Wahrscheinlichkeit, daß irgend ein beliebiges von allen übrigen $n - 1$ Ereignissen eintrete, die wir ihm gegenüber zusammenfassen; aber diese letztere collective Wahrscheinlichkeit hat nicht dieselbe Bedeutung wie jene erste singulare; verwirklicht können nicht alle $n - 1$ Ereignisse werden, sondern nur eins von ihnen mit Ausschluß der übrigen. Wie uns diese falsche Vergleichung des Nichtzusammengehörigen täuscht, läßt sich an einem berühmten Beispiele zeigen. Das Planetensystem, sagt Laplace, soweit damals bekannt, besteht aus 11 Planeten und 18 Trabanten; man kennt Umdrehungen von der Sonne, von 10 Planeten, von den Monden des Jupiter, dem Ring des Saturn und einem seiner Trabanten; diese Rotationen zusammen mit den Umläufen bilden eine Gruppe von 43 in gleichem Sinne gerichteten Bewegungen; nun findet man durch die Rechnung für die Annahme, daß diese Thatsache Wirkung des Zufalls sei, eine Wahrscheinlichkeit, welche kleiner ist als die Einheit dividirt durch vier Billionen. Ich bezweifle nicht, daß auch die neueren Entdeckungen der Astronomie diese Zahl im Wesentlichen richtig lassen würden; aber was folgt aus ihr? Nichts weiter, als daß eben diejenige Ursache oder diejenige Constellation von Ursachen wirklich ist oder gewesen ist, aus der dieser gegebene Zustand fließen mußte. Aber es folgt nicht, daß

die Verwirklichung dieser Constellation selbst irgend eine andere Ursache bedürfe, als eben jenen sogenannten Zufall, dessen Sinn nur darin besteht, daß eine vorausgesetzte Gruppe von Wirklichkeiten ohne Widerspruch unendlich viele Combinationen ihrer gegenseitigen Verhältnisse annehmen konnte. Wirklich werden konnte unter jenen vier Billionen stets nur eine, und welche von ihnen auch immer verwirklicht worden sein möchte, bei jeder würde dieselbe Verwunderung entstehen, warum gerade sie entstanden sei von den vier Billionen, die möglich gewesen wären. Es würde sich wesentlich anders verhalten, wenn alle jene anderen Dispositionen wirklich einen zweiten Fall bildeten, der als solcher realisirbar gewesen wäre; dann würde seine Wahrscheinlichkeit von vier Billionen doch wenigstens unmittelbar mit der des andern, der Einheit, vergleichbar gewesen sein, obwohl auch dann nur die Verlockung nicht aber die Berechtigung zu jenen Folgerungen größer gewesen wäre. Nun kann man freilich versuchen, die große Anzahl aller dieser Fälle auf eine berechtigte Zweizahl zu bringen; nur unter dieser gegebenen Disposition aller Massen und Bewegungen, sagt man, war die Stabilität des Planetensystems und die beständige Fortdauer seines Bewegungsspieles gesichert; keine der Millionen anderer Einrichtungen hätte dieses Gleichgewicht begründet. Möglich; aber auch jede dieser Millionen anderer Einrichtungen würde zu ihrem Vortheil anführen: diejenigen Schicksale, die das Planetensystem durch *sie* erführe, hätte es auch unter keiner andern Voraussetzung von den vielen Millionen möglicher erfahren können; wäre also Einzigkeit des Erfolgs ein Anspruch auf höheren Ursprung, so würde ihn jede dieser Dispositionen mit gleichem Recht erheben. Natürlich soll nun nicht die Einzigkeit des Erfolges, sondern die Vorzüglichkeit dieses einzigen entscheiden. Aber warum wäre denn Vorzügliches an sich unwahrscheinlicher? und *wäre* denn dieser Fall besser als andere? ist es wirklich unbedingt schöner, daß in Ewigkeit ein zwar neues frisches Blut, aber doch immer in denselben Formen circulirt, deren beständige Wiederholung uns heute zwar erhaben vorkommt, morgen aber sehr langweilig vorkommen kann? wäre es nicht schöner, wenn das Planetensystem im Ungleichgewicht wäre, alle Verhältnisse sich stetig änderten, und damit Vegetation und Naturschönheit Thier und Mensch sich in immer neuen interessanteren Formen entwickelten und wirklich die Geschichte eine Geschichte mit

deutlichem Fortschritt würde anstatt des beständigen Kreislaufs? Und zuletzt, da der Himmel unendlich ist, können nicht alle Millionen verschiedener Systemeinrichtungen in ihm wirklich realisirt sein? bei uns die des Gleichgewichts, in unbekannten Fernen alle übrigen? Und dann hätte ja die unsere nur die Wirklichkeit, auf welche man ihr einen Anspruch aus ihrer Wahrscheinlichkeit zuschreiben möchte; sie wäre nur eine unter Millionen.

285. Nachdem wir bisher die Wahrscheinlichkeiten nur als Maß des Vertrauens zu dem Eintritt künftiger Ereignisse angesehen haben, entsteht nun das natürliche Verlangen, zu wissen, in wie weit diese Vorberechnungen durch den wirklichen Verlauf der Begebenheiten bestätigt zu werden pflegen. Die Antwort lautet gewöhnlich dahin, daß mit wachsender Anzahl der Fälle, welche ein Ereigniß F möglich machen, die Anzahl seiner Verwirklichungen sich in der That der vorberechneten beständig nähert. Man kann mit hinlänglicher Glaubwürdigkeit diese Antwort nur durch Versuche der einfachsten Art erlangen, in denen dafür gesorgt werden kann, daß die Gruppe B der Bedingungen, von denen jeder Einzelfall F abhängt, nach jedem mten Versuch wieder so hergestellt werden kann, daß sie sich von ihrer Beschaffenheit vor demselben nur durch diejenigen Variationen unterscheidet, deren Einfluß auf das Gesammtresultat der Versuchsreihe eben den Gegenstand der Frage bildet, daß dagegen jeder Hinzutritt einer in dem Begriff dieser Variation nicht liegenden fremden Ursache, möge sie in äußeren Umständen oder in der Veränderung der Versuchsobjecte oder in parteiischer Absicht des Versuchenden liegen, völlig abgeschnitten wird. Diese Bedingungen erfüllen Versuche mit Würfeln; man berechnet voraus, daß für einen Wurf die Wahrscheinlichkeit, mit zwei Würfeln eine bestimmte Combination der Augen, z. B. 5. 6 zu erlangen, $= 1/_{18} =$ 0,056 ist, für tausend Würfe mithin 56 sein würde; versucht man nun diese tausend Würfe nach einander und findet, wie es in der That gefunden worden ist, daß die angegebene Combination 50mal erscheint, so nähert sich diese Anzahl der berechneten Zahl bereits deutlich genug; noch mehr, wenn bei 10,000 Würfen sie auf 570 steigt. Jeder einzelne Wurf hängt hier, von dem beständigen oder veränderlichen Luftwiderstande abgesehen, von der Geschwindigkeit und dem Winkel ab, mit welchem der Würfel gegen die auffangende Platte ankommt, von der

Stellung seiner Flächen und Kanten im Augenblick des Auftreffens, von seiner eigenen Elasticität und von der der Platte. Von diesen Bedingungen kann man die letzte als constant betrachten, da der Würfel, ebenfalls nach einem Wahrscheinlichkeitsüberschlag, äußerst selten dieselbe Stelle der Platte berühren, mithin die Elasticität des Treffpunktes sich nicht merklich ändern wird, wenn sie anfänglich dieselbe für alle Punkte der Platte war; will man sie dennoch als veränderlich ansehen, so kann man sie doch ebenso gut, wie die kleinen allmählich entstehenden Veränderungen in Gestalt und Elasticität des Würfels, mit zu den Variationen der Bedingungen rechnen, deren Wirkung untersucht werden soll; denn da beide Veränderungen nicht von einander abhängen, aber zusammenwirken können, so begünstigen sie zusammen nicht einen bestimmten Wurf vor andern, sondern in den verschiedenen Einzelfällen bald diesen bald jenen. Die erstgenannte Bedingung, Geschwindigkeit und Richtung des Würfels, hängt allerdings von der Bewegung der schüttenden Hand ab; aber selbst wenn hier eine Absicht vorhanden wäre, welche einen Wurf vor dem andern begünstigen möchte, so würde sie doch nicht wirksam werden; denn wir haben, nach einem bestimmten Wurfe, weder eine scharfe Erinnerung der Gruppe von Muskelgefühlen, die ihn begleiteten, noch die Fähigkeit, die Bewegungen, von denen diese Gefühle abhingen, zum Behuf eines gleichen neuen Wurfes genau zu reproduciren; die geringste Abweichung aber würde dahin führen, anstatt der beabsichtigten eine andere Combination der geworfenen Augen zu begünstigen. Gerade diese Veränderungen unserer Bewegungen gehören daher zu den zulässigen Variationen der Bedingungen des untersuchten Resultates. Dieselben Vortheile bietet eine drehbare Trommel, in welcher m weiße und p schwarze Kugeln enthalten sind und in die wir die jedesmal durch die Hand gezogene Kugel vor dem nächsten Zuge wieder einlegen. Drehen wir dann die Trommel, so erzeugen wir dadurch freilich nicht genau dieselbe Lage der Kugeln, die sie in ihr vor dem Zuge hatten, aber doch nur eine der Variationen dieser Lage, deren Einfluß wir kennen lernen wollen. Die Gestalt des Würfels bildet im ersten, die Anzahlen der schwarzen und weißen Kugeln im zweiten Falle den constanten, die Geschwindigkeit und Richtung des Würfels im ersten, die Lage der Kugeln und die Richtung der ziehenden Hand im zweiten den variablen Theil der Be-

dingung B, von deren Gesammtheit das Ereigniß F in jedem Einzelfalle abhängt. Auch die zweite Einrichtung des Versuchs hat zu demselben Ergebniß geführt: je größer die Anzahl der Ziehungen, desto mehr näherte sich das Verhältniß zwischen den Anzahlen der gezogenen weißen und schwarzen Kugeln dem Verhältniß der Anzahlen m und p, in welchen sie in der Trommel wirklich vorhanden waren.

286. An diese Versuchsergebnisse haben sich theoretische Betrachtungen angeschlossen, von deren Richtigkeit ich mich nicht überzeugen kann. Es liegt ein Cirkel in allen den Erörterungen vor, welche das eben angeführte Verhalten als ein mit begreiflicher Nothwendigkeit allgemein eintretendes darstellen möchten. Zuerst kann aus m Versuchsreihen, in denen es wirklich stattgefunden hat, auf sein Stattfinden in jeder (m + 1)ten Versuchsreihe nicht geschlossen werden, so lange die unbekannten Variationen der Bedingungen, welche dort den Erfolg erzeugt haben und ihn hier erzeugen würden, einzeln durchaus keiner Regel unterworfen sind. Denn daß sie dann wenigstens im Ganzen sich hier wie dort auf gleiche Weise compensiren werden (was allein die versuchte Verallgemeinerung des Beobachteten erlauben würde), ist nicht ein Gedanke von objectiver Gültigkeit, nicht ableitbar von irgend etwas, was wir schon als wirklich wüßten, sondern selbst nur Ausdruck unserer subjectiven fast tautologischen Maxime, demjenigen Ereigniß, dessen vorberechnete Wahrscheinlichkeit die größte ist, auch die größte Wahrscheinlichkeit seines wirklichen Eintretens zuzutrauen. So lange nämlich keine constante Ursache einen der möglichen Fälle F vor den andern bevorzugt, müssen allen ihrem Begriffe nach coordinirten oder gleichmöglichen Fällen auch gleiche Chancen ihrer Verwirklichung zugeschrieben werden, und dann besteht dies am wahrscheinlichsten zu erwartende Ereigniß oder Verhalten eben darin, daß in einer großen Anzahl von Versuchen die Anzahl der eintretenden Verwirklichungen eines Falles F der vorher berechneten Anzahl derselben gleich wird. Ist diese Erwartung in m Versuchsreihen bestätigt worden, so ist eben m mal thatsächlich dasjenige eingetroffen, was vor seinem Eintreffen das Wahrscheinlichste war; daß es in jeder (m + 1)ten Versuchsreihe ebenso wieder eintreffe, wird hierdurch keine beweisbare Nothwendigkeit, sondern bleibt die wahrscheinlichste Erwartung, mit der wir dieser neuen Versuchsreihe entgegenkommen, und

deren Täuschung doch niemals unmöglich wird. Zweitens kann eine einzelne Versuchsreihe nicht unendlich viele Versuche wirklich anstellen, sondern muß bei irgend einer endlichen wenn auch großen Anzahl n derselben stehen bleiben. Daß mithin die Anzahl der eintretenden Verwirklichungen des F bei stets wachsendem n sich der vorberechneten Anzahl derselben ohne Ende nähere, kann nie eine wirkliche Beobachtungsthatsache sein, sondern ist eine hinzugefügte Folgerung. Nehmen wir nun an, mit n Versuchen sei der Punkt erreicht, wo beide Anzahlen gleich geworden sind oder sich der Gleichheit bis auf eine unbeträchtliche Differenz d genähert haben, so wäre es Willkür, hier die Reihe abzubrechen; denn dies freilich versteht sich von selbst, daß der Satz von jener Gleichheit oder Annäherung dann gilt, wenn man die Reihe so weit und genau nur so weit fortsetzt, bis er gilt. Was aber wird geschehen, wenn wir die Reihe verlängern? Vielleicht werden dann die Ergebnisse noch weiter gegen die Gleichheit jener beiden Zahlen convergiren; vielleicht auch verhält sich jede hinzukommende Periode von n Versuchen genau oder annähernd so wie sich die erste verhielt, und die Differenz d wird durch die Verlängerung der Reihe nicht beträchtlich vermindert; und diesen Möglichkeiten kann noch jeder regellosere Fortgang als auch möglich hinzugefügt werden. Nur eine gleiche Wahrscheinlichkeit haben diese verschiedenen Vermuthungen nicht; so lange wir durchaus keine constante Ursache voraussetzen, welche in einer anzustellenden Versuchsreihe einen Fall F vor andern begünstigen könnte, ist unsere wahrscheinlichste Vorannahme nur die, daß bei immer wachsendem n die Anzahl der beobachteten Verwirklichungen von F der vorberechneten Anzahl derselben sich beständig nähern werde; bestätigt sich, in einer beträchtlichen aber endlichen Zahl von n Versuchen, diese Erwartung nicht, so kann daran eine constante Bedingung, es kann aber auch eine principlose Combination variabler Schuld sein; so oft sie sich aber wirklich bestätigt, so oft liegt eine Thatsache vor, die uns nicht überraschen kann, eben weil sie nicht im voraus unwahrscheinlich war, deren Eintreten sich aber so wenig als das Zutreffen irgend einer mathematischen Wahrscheinlichkeit als nothwendig erweisen läßt. Kommen wir noch einmal auf den Versuch mit der Trommel und den Kugeln zurück, so kann ich mich nicht überzeugen, daß die allmählich hervortretende Beständigkeit des Verhältnisses zwischen den

Zahlen der gezogenen verschiedenfarbigen Kugeln wirklich erklärlich sei, wenn unter diesem Ausdruck mehr verstanden sein sollte, als Wahrscheinlichkeit. Man beruft sich hier, wie mir scheint, nicht mit Recht, auf den sehr richtigen und bedeutungsvollen Unterschied zwischen den constanten und den variablen oder accidentellen Ursachen, die zur Hervorbringung einer Wirkung sich vereinigen. Bei aller Unregelmäßigkeit in den successiven Anordnungen der Kugeln bleibe doch ein constantes Element, nämlich die unveränderlichen Anzahlen der weißen und der schwarzen; bei einer großen Anzahl von Ziehungen müsse sich dieses constante Element durch eine constante Wirkung bemerklich machen; denn es sei kein Grund zu der Annahme, an dem Orte, den die Hand trifft, werden sich Kugeln der einen Farbe relativ öfter finden, als der relativen Menge entsprechen würde, in der sie wirklich vorhanden sind; geschähe es, so würde man, gegen die Voraussetzung, eine constante Nebenursache ihrer Begünstigung annehmen müssen. Hiergegen erhebe ich den Einwurf, daß jene constanten Ursachen nicht sich schon deshalb bemerklich machen können, weil sie da sind, sondern nur weil und insoweit sie wirken. Bei den Versuchen mit dem Würfel gehörten die Gestalt desselben und die Lage seines Schwerpunktes zu diesen constanten Ursachen und beide kamen in jedem Einzelfalle zur Wirkung. Die erste machte, daß der Würfel nur auf 6 Seiten und nicht auf eine siebente fallen konnte, die andere, daß er, wenn ihn nicht ein widerstehender Rand aufhielt, immer auf die Seite fallen, und nicht auf einer Kante oder Ecke zur Ruhe kommen konnte; auf welche Seite er aber fallen würde, gerade dies bestimmten diese constanten Ursachen nicht. Bei den Versuchen mit den Kugeln sind zuerst die Farben constant, weiß und schwarz, und daraus folgt, daß keine rothe Kugel gezogen werden kann; die Anzahlen m und p sind zwar auch constant, aber die relativen Mengen der wenigen Kugeln, welche jedesmal in das Bereich der ziehenden Hand kommen, gehören eben zu dem veränderlichen Theile der Bedingung; diese constante Bedingung, das Verhältniß m:p kommt daher nicht zur Wirkung, obwohl es thatsächlich besteht. Daß eine constante Nebenursache, gegen die Voraussetzung, angenommen werden müsse, wenn in der Summe vieler Wiederholungsfälle das Verhältniß der ergreifbaren Kugeln ein anderes sein sollte, als das der vorhandenen, kann ich nicht zugeben; es bedarf dazu viel-

mehr nur jener principlosen Variation der Lage der Kugeln, die wir voraussetzen und durch das Umdrehen der Trommel wieder herzustellen suchen; möglich ist hierdurch jede Combination der Kugeln, möglich auch die Unzugänglichkeit aller der einen Farbe, möglich sogar die beständige Wiederholung dieser Ausschließung in allen aufeinanderfolgenden Versuchen, denn es ist ja absichtlich alles so angeordnet, daß jeder $(m+1)$te Versuch von dem $m$ten völlig unabhängig sein soll. Nur wahrscheinlich ist das alles gar nicht; wahrscheinlich ist nur, daß die Häufigkeit der Ergreifung beider Kugelarten der Häufigkeit ihres Vorhandenseins entsprechen werde; aber mehr als wahrscheinlich ist denn auch dies nicht; wird es durch Erfahrung nahezu bestätigt, so ist dies eine Thatsache, die insofern nicht unerklärlich ist, als man recht gut einsieht, wie leicht die Ursachen sich zusammenfinden können, die sie hervorbringen, aber nicht erklärlich in dem Sinne, daß man nachweisen könnte, daß und warum, in der Summe vieler Wiederholungsfälle, sie sich so zusammenfinden mußten, während sie es doch in einer kleineren Anzahl dieser Fälle nicht mußten.

287. In den vorigen Fällen war die Natur der constanten und der Spielraum der variablen Ursachen eines Ereignisses bekannt und man konnte eine Annahme über die Häufigkeit seiner Wiederkehr der Erfahrung vorgreifend aufstellen und sie von dieser bestätigt finden. Man kann umgekehrt auch ein Ereigniß, von dem weder das eine noch das andere bekannt ist, das aber die Beobachtung häufig wiederholt darbietet, in Bezug auf die Regelmäßigkeit seines Eintretens prüfen. Wir kennen dann weder die Anzahl der überhaupt möglichen Fälle noch die der günstigen Chancen, welche unter diesen das fragliche Ereigniß findet; wir unterscheiden nur zwischen Eintritt und Nichteintritt von E, sehen als Fälle, in denen sein Eintritt möglich ist, alle diejenigen an, welche die Beziehungspunkte verwirklichen, unter deren Voraussetzung E seiner Bedeutung nach verständlich wird, und vergleichen mit dieser Zahl die Anzahl seiner Verwirklichungsfälle. Von welchen constanten und variablen Ursachen die Blindheit der Menschen abhängt, wissen wir nicht; aber so viele Menschen es gibt, so viel gibt es Fälle, in denen dieser Mangel seiner Natur nach möglich ist; vergleichen wir mit dieser Gesammtheit aller zu einer Generation gehörigen Personen die Anzahl der Blinden und denken wir uns diese Vergleichung

auf viele Generationen ausgedehnt, so würde sich zeigen, ob zwischen diesen beiden Anzahlen im Großen ein constantes Verhältniß stattfindet, welches auf das Vorhandensein einer constanten Gruppe begünstigender Ursachen deutete, deren Wirkungen im Einzelnen durch variable modificirt werden. Da es ferner in vielen Fällen wahrscheinlich ist, daß erst im Verlauf einer gewissen Zeit die variablen Ursachen sich der Reihe nach vollständig genug verwirklichen, um durch gegenseitige Aufhebung ihrer Einflüsse die Wirkung der constanten Ursache deutlich hervortreten zu lassen, so richtet sich die Aufmerksamkeit sehr gewöhnlich auf die Auffindung von Zeiteinheiten, in welchen das Verhältniß der wirklichen E zu den möglichen E, immer mit Rücksicht auf die selbst zeitlich wechselnde Zahl der letzteren, dasselbe wird. Endlich, da unter allen Zeiteinheiten das Jahr diejenige ist, in welcher die meisten variablen Bedingungen, welche sehr allgemein auf alle Menschen wirken, den Kreislauf ihrer verschiedenen möglichen Werthe zu durchlaufen pflegen, so ist es natürlich, daß man in Untersuchungen, die sich auf menschliche Angelegenheiten beziehen, zunächst fragt, ob innerhalb dieser Zeiteinheiten das Verhältniß der wirklichen E zu den denkbaren constant bleibt oder der Gleichheit sich nähert. Die Antwort auf alle diese Fragen wird ebensowohl verneinend als bejahend sein können. Kommt ein Ereigniß E überhaupt häufig vor, so muß es innerhalb des Zeitraums, in den dieses Vorkommen fällt, von ihm eine constante Ursache wenigstens in dem Sinne geben, daß irgend ein Verhältniß besteht, welches die dem E günstige Combination variabler Ursachen in bestimmtem Maße befördert; so oft dann in verschiedenen Wiederholungen einer Zeiteinheit dasselbe Verhältniß der wirklichen Fälle zu den möglichen sich wieder erzeugt, so oft ist dieser Rückschluß gestattet, daß jene constante Ursache bestanden habe; aber der Vorschluß versteht sich nicht von selbst, daß auch für ein nächstes gleiches Zeitintervall dasselbe Verhältniß als vorausbestimmtes Gesetz gelten werde; man wird diese Annahme nur als die wahrscheinlichste Regel für die Beurtheilung des Künftigen ansehen können, sobald keine Data bekannt sind, welche auf eine inzwischen erfolgte Veränderung jener unbekannten bedingenden Umstände hindeuten; bestätigt sich dann die Regel, so machen wir mit Recht jenen Rückschluß noch einmal, und allerdings, je öfter wir ihn machen können, die Regel also sich bestätigt hat, um

so mehr nimmt die Wahrscheinlichkeit zu, daß die Gruppe der Bedingungen, die für so viele Zeiteinheiten constant blieb, auch in Zukunft sich nicht ändern werde; mehr aber als diese Wahrscheinlichkeit erreichen wir nicht. Es ist daher sehr mißlich, die Ergebnisse solcher Beobachtungen als Gesetze der Ereignisse zu bezeichnen, ja zuweilen von einem Gesetz der großen Zahlen selbst so zu sprechen, als müsse sich durch die bloße Größe einer Anzahl verglichener Fälle in dem Ablauf einer Ereignißklasse eine Regelmäßigkeit einstellen, die sonst in der Natur der Ereignisse und ihrer Bedingungen nicht begründet ist. Ein Gesetz ist, wie wir sahen, ein hypothetisches Urtheil, das einen Nachsatz als nothwendig gültig ausspricht, wenn der Vordersatz gilt; wollen diese statistischen Gesetze sich dieser Definition fügen, so sind sie freilich werthlos; denn sie sagen dann nur: wenn in der nächsten Zeiteinheit T alle bekannten und unbekannten Bedingungen wieder so sind, wie in der vorigen, so wird auch die Reihe aller Folgen, mithin auch die Anzahl der E dieselbe sein; natürlich: denn wenn man sich das Vergangene noch einmal geschehen denkt, so wird es gerade so aussehen wie damals, da es zuerst geschah. Diese Tautologie liegt begreiflich nicht in der Absicht jener angeblichen Gesetze; sie wollen vielmehr ihren Vordersatz zugleich assertorisch behaupten, also behaupten, daß jene Gleichheit aller Bedingungen stattfinden werde; daß es aber für diese Behauptung immer nur Wahrscheinlichkeit, nicht Gewißheit gibt, ist einleuchtend. Jene Sätze sind also nicht Gesetze, sondern Analogien, welche eine Proportion, die in n Fällen gegolten hat, auf den $(n+1)$ten Fall übertragen, jedoch ohne den Nachweis und blos mit der Voraussetzung, daß von n zu $n+1$ sich die Bedingungen nicht ändern, auf denen ihre Gültigkeit beruht.

288. Zu den Ereignissen, die bei öfterer Wiederholung von einer constanten und von variablen Bedingungen zugleich abhängen, gehören unsere eigenen Beobachtungen, unter welchem Ausdruck ich hier den einfachsten Fall, die Messung einer durch sinnliche Wahrnehmung gegebenen Größe verstehen will. Die constante Ursache ist der wahre Werth dieser Größe, die unter völlig gleichen Bedingungen immer dieselbe Wirkung auf unsere Auffassungskraft machen würde; die variablen sind die äußeren Umstände und die Aenderungen unseres psychischen Zustandes, welche jene Einwirkung in verschiedenen Wieder-

holungsfällen auf verschiedene Weise modificiren. Aus den verschiedenen Messungen, die wir so erhielten, den wahren Werth des Gemessenen zu ermitteln würde unmöglich sein, wenn wir den gemachten Messungen selbst jeden denkbaren Grad der Ungenauigkeit zutrauen wollten; denn dies würde nur heißen, daß wir glaubten, den gefundenen Werthen alle beliebigen andern als richtigere substituiren zu dürfen, wodurch dann die ganze Vornahme einer Messung überhaupt sinnlos würde. Wir setzen daher voraus, daß Kenntniß Geschick und Aufmerksamkeit sich so weit vereinigt haben, um die Messungen hinlänglich vertrauenswürdig zu machen und nur Fehler als wahrscheinlich zuzulassen, die sehr klein sind im Verhältniß zu den gemessenen Werthen selbst. Handelt es sich nun um die Bestimmung einer einzigen unbekannten Größe A, so muß zunächst jede einzige Messung, die man von ihr besitzt, als wahre Bestimmung des A gelten; denn es gibt keinen Grund, nach welchem sich, wenn man sie auch anzweifelte, Größe und Richtung ihrer Verbesserung bemessen ließe. Sind uns dagegen für dieselbe Größe A, die nur eine sein kann, verschiedene Werthe durch Beobachtungen gegeben, so ist kein Grund an sich vorhanden, der einen mehr zu trauen als der andern, und die wahre Größe wird daher am wahrscheinlichsten durch einen solchen Werth bestimmt werden, dessen Annahme den gemessenen Werthen die geringste Summe der nun nothwendig vorauszusetzenden Unrichtigkeiten zumuthet. Das arithmetische Mittel M, die Summe aller gemessenen Werthe dividirt durch die Anzahl der Messungen, ist daher für den wahrscheinlichsten Werth von A zu halten; die Differenz zwischen diesem Mittel M und dem wahren Werth A ist der Fehler, der übrig bleibt, und den wir, so lange A nicht durch andere Bedingungen mitbestimmt ist, nicht hinwegbringen, sondern nur durch Vermehrung der Anzahl gleich sorgfältiger Beobachtungen verringern können. Haben wir dagegen verschiedene Größen A B C wiederholt gemessen und liegen andere Bedingungen noch vor, denen die Werthe derselben genügen müssen, so kann es sich ereignen, daß die verschiedenen arithmetischen Mittel, die einzeln die wahrscheinlichsten Werthe von A B C geben würden, diesen Nebenbedingungen nicht genügen und daher einer Verbesserung bedürfen. Hätten wir z. B. die drei Winkel eines Dreiecks wiederholt gemessen, und betrüge die Summe der hieraus entwickelten Mittelwerthe $= 180^{0} + d^{0}$, so

würde dieses mit der Natur des Dreiecks unvereinbare d^0 einen Fehler darstellen, der aus Fehlern der Messungen entsprungen sein muß und nur durch Veränderung der gefundenen Werthe zu beseitigen ist. Aber die hierzu nöthige Verminderung läßt sich auf die drei gemessenen Winkel in sehr verschiedener Weise vertheilen und es fragt sich, welche Größe des Irrthums man der Messung eines jeden derselben am wahrscheinlichsten zumuthen dürfe. Dies führt auf eine Untersuchung über die relative Wahrscheinlichkeit des Vorkommens der Fehler in unseren Beobachtungen überhaupt, die sich nicht auf a priori beweisbare, aber auf sehr probable und mit der Erfahrung übereinstimmende Grundsätze stützt. Zunächst liegt in dem Begriffe einer sorgfältigen Beobachtung an sich selbst nichts, was einen Fehler begründete; die Wahrscheinlichkeit mithin, daß sie das Richtige getroffen habe, ist immer größer als die irgend eines bestimmten begangenen Fehlers. Ebenso liegt es in den Voraussetzungen, auf die jede Ermittelung wahrer Werthe aus Beobachtungen sich stützen muß, daß die Wahrscheinlichkeit großer Fehler geringer ist als die kleiner, und die Wahrscheinlichkeit positiver gleich derjenigen gleich großer negativer. Dies führt zu einer ersten anschaulichen Vorstellung. Trägt man auf einer Geraden, welche zur Abscissenaxe gewählt wird, von einem Anfangspunkt aus, welcher dem Fehler Null entsprechen würde, nach entgegengesetzten Richtungen wachsende Abscissen $\pm\alpha$, $\pm\beta$, $\pm\gamma$ ab und errichtet im Nullpunkt eine Ordinate von beliebiger Größe, welche die Wahrscheinlichkeit des Vorkommens eines Fehlers Null bedeutet, so ist diese die größte aller Ordinaten, und alle übrigen auf den Punkten $\pm\alpha$, $\pm\beta$.. errichteten nehmen symmetrisch zu beiden Seiten in dem Maße ab, als die durch α β γ symbolisirten Größen der Fehler, deren Wahrscheinlichkeiten sie bedeuten, zunehmen. Aber die Erfahrung lehrt uns zugleich, daß das Abnehmen der Wahrscheinlichkeit der Fehler nicht in einfacher Proportion zu der Zunahme ihrer Größe steht; so lange die Fehler klein sind, ändert sich ihre Wahrscheinlichkeit weniger als ihre Größe zunimmt, je größer sie sind, um desto mehr beschleunigt übertrifft die Abnahme ihrer Wahrscheinlichkeit die Zunahme ihrer Größe. Hieraus folgt, daß die Linie, durch welche wir die oberen Endpunkte aller Ordinaten verbinden, nicht aus zwei Geraden zusammengesetzt sein kann, die über dem Nullpunkt zusammenstießen und sich nach beiden Seiten symmetrisch der Abscissen-

axe näherten, um mit einem Abschnitt derselben ein Dreieck einzuschließen; vielmehr ist jene Grenzlinie eine Curve, deren Scheitel über dem Nullpunkt liegt, und die von dort aus zwei symmetrische nach der Abscissenaxe hin concave Aeste ausschickt. Nicht ebenso deutlich wie dieser Verlauf der Curve in der Nähe des Scheitels ist ihre Fortsetzung nach der Abscissenaxe. Sieht man Fehler jeder Größe, auch unendlich große, als immerhin mögliche an, so daß auch diesen noch eine wenn auch außerordentlich kleine Wahrscheinlichkeit zukommt, so muß jeder Zweig der Curve zuletzt convex gegen die Abscissenaxe werden und sich ihr asymptotisch nähern; betrachtet man dagegen in einer sorgfältigen Beobachtung Fehler von gewisser Größe, solche z. B., die sich um den ganzen Betrag des zu messenden Werthes irren, als überhaupt nicht vorkommend, so kann die Curve concav bleibend die Abscissenaxe an zwei Punkten schneiden. Auf die weitläufigeren Untersuchungen, die angestellt worden sind, um die wahrscheinlichste Gestalt dieser Curve, ihre Gleichung und aus ihr die Wahrscheinlichkeit des Vorkommens der einzelnen Fehler genauer zu bestimmen, muß ich einzugehen unterlassen; um jedoch einigermaßen anschaulich zu machen, welchen Weg zum Ziele zuletzt diese Ueberlegungen nehmen, bediene ich mich einer für diesen Zweck hinreichenden Annäherung. Zunächst lassen wir die Strecken der Curve, welche sich der Abscissenaxe nähern, ganz außer Acht; da uns nur die Wahrscheinlichkeit derjenigen Fehler interessirt, auf deren Vorkommen man bei sorgfältigen Beobachtungen noch gefaßt sein muß, so ziehen wir nur einen kurzen Bogen der Linie in Betracht, der von dem Scheitel aus sich nach beiden Seiten wendet. Da die Linie nun eine Gerade nicht sein kann, so wäre die nächsteinfache Annahme die, daß ihre Gleichung vom zweiten Grade sei, und da diese Annahme auch die symmetrischen Werthe der Ordinaten diesseit und jenseit des Nullpunktes möglich macht, so bleiben wir bei ihr stehen und wählen von den Kegelschnitten, die alle zu diesem Versuch brauchbar sein würden, den Kreis. Die größte Ordinate r, auf dem Nullpunkt der Abscissen errichtet, bezeichne gleichzeitig den wahren Werth der zu messenden Größe und die Größe der Wahrscheinlichkeit, daß diese richtige Messung in den Beobachtungen vorkomme; die Abscissen $\pm\alpha$, $\pm\beta$, $\pm\gamma$ seien die Größen der Fehler, um welche die verschiedenen Messungen von dem wahren Werth r abweichen; wir denken sie uns

jetzt ausgedrückt in Theilen dieses wahren Werthes, so daß $\pm\alpha$, $\pm\beta$... für $r = 1$ echte Brüche der Einheit sind, für $r = r$ durch $\pm r\alpha$, $\pm r\beta$... zu ersetzen sein würden; die zu jeder Abscisse gehörige Ordinate y endlich bedeutet die Wahrscheinlichkeit des Vorkommens derjenigen falschen Messung, welche von der wahren r um die Größe dieser Abscisse abweicht; setzen wir daher die Kreisgleichung als gültig für den fraglichen Curvenbogen voraus, so ist $y = r\sqrt{1 - x^2}$, worin x der allgemeine Ausdruck für die veränderlichen Werthe $\alpha\ \beta\ \gamma$ ist. Die Wahrscheinlichkeit des Zusammentreffens verschiedener von einander unabhängigen Ereignisse nun wird, wie wir früher sahen, durch das Product aus den Wahrscheinlichkeiten der einzelnen gemessen. Sind wir also, um gegebene Messungen mit einer anderweitigen Bedingung in Einklang zu bringen, zu der Annahme einer Anzahl von Fehlern in diesen Messungen einmal genöthigt, können wir aber durch verschiedene Combinationen anzunehmender Fehler diese Forderung befriedigen, so ist die Annahme derjenigen Fehlercombination die wahrscheinlichste, für welche das Product aus den Einzelwahrscheinlichkeiten der Fehler den größten Werth erhält. Nun besteht dies Product aus lauter Factoren von der Form $r\sqrt{1 - x^2}$, und es erhält sichtlich diesen größten Werth dann, wenn alle einzelnen Factoren zugleich die größten mit den Bedingungen der Aufgabe verträglichen Werthe annehmen; dies aber geschieht dann, wenn in allen Factoren zugleich die subtractiven Bestandtheile, wenn also die Summe $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$... ein Kleinstes wird. Dieser Minimalwerth selbst setzt, wie man leicht findet, voraus, daß die Summe der Fehler $\alpha + \beta + \gamma \cdots = 0$ werde; ein Fall, der nur eintreten kann, wenn diese ersten Potenzen der Fehler verschiedene Zeichen haben, und der allemal eintritt, wenn das arithmetische Mittel aus den Beobachtungen, zu denen sie gehören, für den wahren Werth r der zu messenden Größe genommen wird. Die Bestimmung des r vermittelst der Summe der Fehlerquadrate schließt daher diesen selbstverständlichen für die einfachsten Fälle genügenden Grundsatz ein; unter den verschiedenen arithmetischen Mitteln aber, die man aus m Beobachtungen dann erhält, wenn man jeder derselben diesen oder jenen Fehler zutraut und sie demgemäß bald so bald anders corrigirt, sucht sie dasjenige Mittel zu bestimmen, welches der Wahrheit am nächsten kommt, weil es auf der wahrscheinlichsten Combination jener Correcturen beruht. Bis

hierher reicht unsere annähernde Betrachtung aus, um im Allgemeinen die Bedeutung dieser Methode der kleinsten Quadrate und die Entstehung ihres Namens zu verdeutlichen; sie würde nicht ausreichen, um eine Anzahl feinerer Festsetzungen zu begründen, über welche, sowie über die Einleitung der Rechnung, auf die classische Darstellung von Gauß und die hieran sich reihenden Lehrbücher zu verweisen ist. Man wird nicht vergessen dürfen, daß die Begründung dieser Methode niemals ohne irgend welche, zwar sehr probablen, aber doch nicht streng beweisbaren Voraussetzungen möglich ist; ihre vollauf ausreichende Bestätigung hat sie durch die Ergebnisse erhalten, zu denen sie, zunächst in astronomischen Untersuchungen, geführt hat.

Zehntes Kapitel.

Von Wahlen und Abstimmungen.

289. Auch Wahlen und Abstimmungen sind Formen der Auffindung von Urtheilen, solchen nämlich, deren Gültigkeit wir nicht blos anerkennen, sondern durch unsern Beschluß schaffen wollen. In verschiedener Weise hat sich das logische Rechnen auch um sie bemüht; man hat gefragt, welche Hoffnung, bei verschiedenen Einrichtungen, für die Gerechtigkeit eines Richterspruchs, für die Sachgemäßheit einer Entscheidung, für die Klugheit einer Wahl vorhanden sei; diese Fragen, die niemals ohne besondere willkürliche Voraussetzungen psychologischer Natur beantwortbar sind, schließe ich hier aus und beschäftige mich nur mit der Untersuchung, auf welche Weise dem formellen Zwecke aller Abstimmungen genügt werden kann, dem nämlich, einen Beschluß zu erzielen, welcher so vollständig als möglich den Gesammtwillen der Abstimmenden ausdrückt, gleichviel von wie viel Einsicht die Einzelwillen regiert wurden, die ihn zusammensetzen halfen. Im Leben entsteht ein solcher Gesammtwille in Gestalt der öffentlichen Meinung so, daß auch der Inhalt, auf den er sich bejahend oder verneinend bezieht, nach und nach durch die unzähligen Wechselwirkungen aller derjenigen bestimmt wird, die überhaupt Neigungen und Abneigungen zu äußern fähig sind; die logische Betrachtung setzt voraus, daß dieser Inhalt in Gestalt eines bestimmten Vorschlags V oder einer Reihe von Vorschlägen V W Z bereits vollständig formulirt gegeben sei und daß der Ausdruck des Willens nur durch Bejahung oder Verneinung dieser Vorlage stattfinde; daß endlich immer eine nach irgend welchen Motiven bestimmte und geschlossene Anzahl S gleichberechtigter Stimmen vorhanden sei, denen es ausschließlich zukommt, den Gesammtwillen festzustellen.

290. Ist nun, im einfachsten Falle, ein einziger Vorschlag V gegeben und soll ein Beschluß unbedingt zu Stande kommen, so ist die absolute Majorität der einzig mögliche Entscheidungsgrund; sie allein muß, für Bejahung oder Verneinung des V, immer zu Stande kommen, sobald für den einen Fall der Stimmengleichheit durch irgend eine feste Uebereinkunft für ein votum decisivum oder für den Vorzug entweder der Verneinung oder der Bejahung gesorgt ist. Aber nur mit großer Einschränkung kann die absolute Majorität für den wahren Ausdruck dessen gelten, was man mit Recht den Gesammtwillen der Abstimmenden nennen würde. Denn die Einzelstimmen selbst sind nicht der erschöpfende Ausdruck der Einzelwillen; da sie auf Abgabe eines Ja oder Nein beschränkt sind, so haben sie kein Mittel, entschiedenes Wollen oder Nichtwollen von bloßem Zulassen oder Nichtwiderstreben zu unterscheiden. Gegen diese bleibende Unzuverlässigkeit aller Abstimmungen gibt es keine andere Abwehr außer der, welche in einer vorangehenden Discussion liegt. In dieser können sich die verschiedenen Grade der Intensität des Bejahens oder Verneinens einen angemessenen Ausdruck geben, und die persönliche Autorität kann sich gelten machen, die in dem Formalismus der Abstimmung, welche die Stimmen nur zählen und nicht wägen kann, wirkungslos werden muß; dem Billigkeitsgefühle Aller bleibt freilich überlassen, dann in der Abgabe ihrer Stimmen auf diese nun doch wenigstens nicht mehr unbekannte Vertheilung der Neigungen und Abneigungen Rücksicht zu nehmen. Andere conventionelle Bestimmungen, wie die Forderung einer Zweidrittelmajorität, mindern diese Uebelstände, ohne sie zu beseitigen; nur die Einstimmigkeit würde unzweideutig sein, aber man kann weder sie noch jene zwei Drittel fordern, ohne das Zustandekommen eines Beschlusses fraglich zu machen; beide Vorschriften sind daher nur da geeignet, wo es anderweitige wichtige Beweggründe gibt, conservative Neigungen für den bestehenden Zustand, den man kennt, gegen den Trieb nach Neuerungen zu bevorzugen, deren Ausfall man nicht kennt.

291. Einen allgemein logischen Grund kann es nicht geben, von der gleichen Berechtigung aller einmal concurrirenden Stimmen abzugehen; im Leben dagegen sind billige und unbillige Gründe stets wirksam gewesen, das Gewicht der Stimmen verschieden zu machen und sei

es der größeren Einsicht, sei es dem wichtigeren oder bedrohteren Interesse, endlich historisch entstandenen Ansprüchen auf größere Geltung die Oberhand zu verschaffen. Es geschieht theils, indem man einfach die eine Stimme des Bevorzugten einer Mehrheit von Stimmen gleich rechnet, theils indem man die Gesammtheit der Abstimmenden in mehrere Gruppen zu gesonderten Abstimmungen zerfällt und die Majorität der hier entstehenden Majoritäten der einfachen absoluten Majorität der Gesammtheit substituirt, theils endlich geht man zu mittelbarer Abstimmung über, bei der jede der Gruppen ihr Recht einem Bevollmächtigten überträgt und der Majorität dieser Wahlmänner die Entscheidung überläßt. Der erste Fall erfordert keine besondere Betrachtung; der letzte fällt aus aller logischen Behandlung dann heraus, wenn der beauftragte Wahlmann nicht die bereits getroffene Entscheidung seiner Wähler zu vertreten, sondern unabhängig selbst zu stimmen hat; denn die Sicherheit, mit welcher der Erfolg zuletzt dem Gesammtwillen entspricht, hängt von der zweifelhaften Zuverlässigkeit ab, mit der die Wähler die Uebereinstimmung der Gesinnung ihrer Bevollmächtigten mit der eigenen zu beurtheilen verstanden. Der zweite Fall dagegen, die Eintheilung in Gruppen zu gesonderten Abstimmungen, hat folgende bestimmbare Eigenthümlichkeiten.

1. Setzt man die Gesammtzahl S der Stimmen $= 2m \cdot 2n$, und läßt einen dieser Factoren die Zahl der gemachten Gruppen, den andern die Anzahl der Stimmen in jeder von diesen bedeuten, so ist $(m + 1)(n + 1)$ die absolute Majorität der einzelnen absoluten Majoritäten, die in diesen Gruppen entstehen, und dieser Werth bleibt derselbe, wenn wir den einen dieser geraden Factoren oder beide durch die nächsthöheren ungeraden $2m + 1$ und $2n + 1$ ersetzen. Es möge dagegen M die einfache absolute Majorität der zu gemeinsamer Abstimmung vereinigten Gesammtzahl S sein. Man überzeugt sich nun leicht, daß $(m + 1)(n + 1) < M$ für alle ungeraden $S > 7$ und für alle geraden $S > 12$, mithin in allen Fällen, welche bei Abstimmungen in Betracht kommen. Immer ist man daher im Stande, durch passende Eintheilung von S in Gruppen eine Entscheidung durch die Minorität der Gesammtstimmenzahl herbeizuführen, und man kann fragen, welche Zerfällungen die vortheilhaftesten sind, um diese entscheidende Minorität so klein als möglich zu machen. Die genaue Beantwortung

dieser Frage würde viel weitläufiger sein als die Sache verdient; denn in der Anwendung werden wir uns immer mit einer Annäherung begnügen, da ja unsere genaue Vorberechnung durch jeden kleinen Zufall fruchtlos gemacht würde, der die Abgabe einer mitveranschlagten Stimme verhinderte. Ich begnüge mich daher mit Folgendem.

2. Denkt man sich S als Product zweier geraden oder zweier ungeraden Factoren, also entweder $= 2m \cdot 2n$ oder $= (2m + 1)(2n + 1)$, ersetzt, in der Formel für die entscheidende Minorität, m durch einen Ausdruck in n und S, und differenzirt nach n, so erhält man als Bedingung eines Minimum: $2n$ oder $2n + 1 = \sqrt{S}$, wodurch auch der andere Factor $= \sqrt{S}$, also $m = n$ wird. Nimmt man S als Product eines geraden und eines ungeraden Factors, $= 2m(2n + 1)$, so erhält man auf gleichem Wege als Bedingung eines Minimum die, daß der gerade Factor $= \sqrt{2S}$ sei, wodurch der ungerade $= \sqrt{\frac{1}{2}S}$ wird. Nach der Art ihrer Ableitung können beide Formeln hier, wo sowohl die Zahl der Gruppen als die der Stimmen in ihnen nicht stetig, sondern nur um ganze Einheiten wachsen dürfen, eine genaue Geltung nicht haben; sie werden namentlich für kleine Zahlen, für welche die Einheit ein beträchtlicher Bruchtheil ihres Werthes ist, nur unregelmäßig zutreffen; endlich wird der Vortheil, den die ungeraden Zahlen vor den geraden haben, indem die entscheidende Minorität für $(2m + 1)(2n + 1)$ nicht größer ist als die für $2m \cdot 2n$, ebenfalls den Einfluß dieser Regeln beeinträchtigen. Für große Werthe des S jedoch, für welche die Einheit, die Differenz zwischen gerade und ungerade, ein immer kleinerer Theil ihres Betrages wird, geben beide Formeln in der That die beiden kleinsten Werthe der gesuchten Minoritäten; man erhält diese, wenn man S in zwei Factoren theilt, die entweder einander und der Quadratwurzel von S so nahe als möglich gleich sind, oder deren einer so genau als möglich das Doppelte des andern ist. So gibt 225, als $15 \cdot 15$ und als $9 \cdot 25$ gedacht, die beiden kleinsten Minoritäten 64 und 65, als $5 \cdot 45$ und $3 \cdot 75$ die größeren 69 und 76; so die Zahl 11025 als $105 \cdot 105$ und als $147 \cdot 75$ die kleinsten 2809 und 2812, als $175 \cdot 63$ dagegen und als $9 \cdot 1285$ die größeren 2992 und 3215; endlich 20000 läßt die vortheilhaftesten Zerfällungen in $200 \cdot 100$ und in $125 \cdot 160$ zu mit den Minoritäten 5151 und 5103. Bei kleinen Zahlen kreuzen sich

die Einflüsse der verschiedenen Bedingungen sehr sichtbar; 36 gibt als $6 \cdot 6$ die Minorität 16, aber schon $4 \cdot 9$ gibt wegen der günstigen Wirkung des ungeraden Factors die kleinere 15, die vortheilhafteste Zerfällung ist $3 \cdot 12$ mit der Minorität 14; hier findet sich, daß der gerade Factor 12 von der Quadratwurzel von $2\,S = 72$, welche größer als 8 ist, weniger abweicht als der gerade Factor 4 in der Zerfällung $4 \cdot 9$. Für 81 dagegen, als Quadrat eines ungeraden Factors, gibt es keine günstigere Eintheilung als in $9 \cdot 9$ mit der Minorität 25, die andere in $3 \cdot 27$ liegt von beiden Bedingungen zu weit ab; für 144 erhält man aus $12 \cdot 12$ das eine Minimum 49, aus $9 \cdot 16$ das andere 45.

3. In dem einen günstigsten Falle gleicher Factoren wird die entscheidende Minorität, in S ausgedrückt, $= (1 + {}^1/_2 \sqrt{S})^2$; in dem zweiten, welcher den einen Factor doppelt so groß als den andern gibt, wird sie $= (1 + {}^1/_2 \sqrt{2\,S})\,(1 + {}^1/_2 \sqrt{{}^1/_2\,S})$. Beide Ausdrücke nähern sich, der zweite langsamer, dem Werthe ${}^1/_4\,S$ um so mehr, je größer S wird, bleiben jedoch immer größer als dieser Bruch, so lange S nicht unendlich wird. Die entscheidende Minorität hat mithin eine untere Grenze, und sie kann selbst durch die vortheilhafteste Zerfällung niemals bis auf den vierten Theil der Gesammtstimmenzahl herabgedrückt werden.

4. Es kann endlich S eine Primzahl sein, die überhaupt nur eintheilbar zu machen ist, wenn sie um wenigstens eine Einheit vermehrt oder vermindert wird, d. h. hier, wenn man eine der zu machenden Gruppen eine Stimme mehr oder weniger haben läßt, als die anderen. Diese unvermeidlich gemachte Willkür kann man nach Gutdünken benutzen; man hat unzweifelhaft gleichviel Recht, 67 als $66 + 1$ oder als $68 - 1$ zu fassen, und im ersten Fall 5 Klassen zu 11 und eine zu 12 Stimmen, im andern 3 Klassen zu 17 und eine zu 16 Stimmen zu bilden; verlangt man der Billigkeit wegen, daß unter den Majoritäten, welche die entscheidende Minorität zusammensetzen, sich die der zahlreicheren Klassen immer befinden müssen, so erhält man im ersten Falle $3 \cdot 6 + 1 \cdot 7 = 25$, im zweiten $3 \cdot 9 = 27$. Ist dieser Weg einmal geöffnet, so betritt man ihn auch, wo es nicht nöthig ist, und dann wird die Ungleichheit der Gruppen, so lange sie innerhalb billiger Grenzen bleibt, leicht ertragen; sie mindert die entscheidenden Minoritäten noch beträchtlich herab. So erhält man für $64 = 6 \cdot 9 + 1 \cdot 10$,

auch wenn die Majorität der stärkeren Klasse stets gefordert wird, die Minorität $3 \cdot 5 + 1 \cdot 6 = 21$, während aus $8 \cdot 8$ nur die größere 25 floß. Man weiß, daß seit Servius Tullius dies Hülfsmittel, in sehr unbilligen Grenzen, die nur politisch aber nicht logisch zu rechtfertigen sind, in reichlicher Uebung gewesen ist.

291. Soll zwischen verschiedenen Vorschlägen V W Z eine Wahl getroffen werden, so gehen die Forderungen, welche die Logik an sich zu stellen hätte, nicht mehr mit den Gewohnheiten zusammen, welche die Praxis zu befolgen pflegt. Wenn eine Mehrheit sich zu einem collectiven Beschlusse vereinigen will, der die größte Gesammtbefriedigung erzeugen soll, so dürfte sie dies Ergebniß nicht als eine unvermeidliche Folge aus der Summirung von Willenserklärungen hervorgehen lassen, deren keine auf die anderen Rücksicht nimmt; dem vernünftigen Willen muß daran liegen, daß er seine eigene Entscheidung nur mit Kenntniß und Beachtung der entgegengesetzten Neigungen oder Abneigungen der Mitstimmenden gebe, um so mehr, weil die Nothwendigkeit, sich endlich durch ein nacktes Ja oder Nein zu äußern, ihm kein Mittel läßt, die verschiedenen Grade der Lebhaftigkeit seines Wollens zum Ausdruck zu bringen und so diesem nur das gerechte Maß seiner Wirksamkeit, weder mehr noch weniger, zu sichern. Ganz kann die vorangehende Discussion, auf die ich früher verwies, diese Forderung nicht befriedigen; denn wenn Jeder sich vollständig äußern wollte, so ginge sie selbst in eine Abstimmung über, nur ohne die scharfe Form, welche die Ermittelung des Endergebnisses leicht machte und sicher stellte. Man müßte daher versuchen, das, was sie leisten will, so annähernd als möglich durch die Art der Abstimmung selbst zu ersetzen. Denken wir uns nun V W Z als drei Personen, deren eine gewählt werden soll, so könnten wir folgenden Weg vorschlagen. Eine erste Abstimmung, über alle drei Candidaten zugleich erstreckt, würde zeigen, welches Maß der Billigung jeder von ihnen im Vergleich mit den andern erfährt. Erwürbe keiner die absolute Mehrheit der Stimmen, so würde die relative Mehrheit nur bei Wahlen von sehr geringer Verantwortlichkeit entscheiden können; man bemerkt ihr Gewicht im täglichen Leben: der verhältnißmäßig am meisten Genannte lenkt die Aufmerksamkeit auf sich und erwirbt häufig die übrigen Stimmen hinzu; aber ebenso oft regt er nun erst den Widerspruch auf und nöthigt die Widerstrebenden zur

Einigung über einen Gegenbewerber. Man verlangt daher ziemlich allgemein die absolute Mehrheit; sie allein bietet die Bürgschaft, daß die Summe der Verneinungen kleiner sein muß als die der Bejahungen, daß also der Wille der Mehrheit getroffen sei, die ultima ratio, die zuletzt immer entscheiden muß, wenn die Meinungen unvereinbar bleiben und ein Gesammtbeschluß doch nicht unterlassen werden kann. Aber wenn nun für einen der Candidaten, für V vielleicht, die absolute Mehrheit erreicht ist, so ist es doch nicht nöthig und nicht an sich richtig, hierin schon die Entscheidung zu sehen; denn dieser erste Wahlgang ließ nur die Anzahl der Stimmen erkennen, die jeden der Candidaten den andern vorzogen oder nachsetzten; er läßt jedoch das Maß dieses Vorzugs unbestimmt, und unbestimmt, wie jede der Stimmen sich zu demjenigen Candidaten verhält, den sie nicht genannt hat. Um dies an den Tag zu bringen, würde eine zweite dreitheilige Abstimmung nothwendig, welche sich mit Ja und Nein über jeden der Candidaten einzeln erstreckte und jedem Wähler die Möglichkeit gäbe, seine Verneinung des einen, die er vorher nur mittelbar durch Bevorzugung eines andern ausdrücken konnte, unmittelbar auszusprechen. Nehmen wir an, in der ersten Abstimmung seien von 20 Stimmen 11 auf V, 5 auf W, 4 auf Z gefallen, so wird, unbegreifliche Inconsequenz der Wähler ausgeschlossen, auch in dem zweiten Verfahren jeder Candidat die Stimmen behalten, die ihn schon im ersten den beiden übrigen vorzogen; aber die übrigen Stimmen können sich sehr verschieden vertheilen. Es ist möglich, daß V jetzt der entschiedenen Opposition von 9 Stimmen begegnet, während Z, der nur von 4 Stimmen vorgezogen worden war, gar keinen Widerspruch findet und noch 16 Stimmen hinzugewinnt, W von den ihm fehlenden 15 noch 10. Um nun hieraus ein Endergebniß zu ziehen, müßte man bedenken, daß die in diesen verschiedenen Wahlhandlungen erlangten Stimmen nicht von gleichem Werthe sind. Die des ersten Verfahrens drückten aus, wie Vielen der von ihnen bejahte Candidat als der Beste erschien, und obgleich diese Billigung noch sehr verschiedene Grade gehabt haben kann, so darf man doch diese v o r z i e h e n d e n Stimmen als unter einander gleichartig ansehen und ihnen allen dasselbe Gewicht m beilegen. Denn einfach zu sagen, daß man einen Candidaten wolle, ist das Höchste, was man über ihn, in Bezug auf diese Wahlhandlung, sagen kann; es ist gleichgültig, ob man ihn

außerdem noch mehr oder weniger verehrt, denn jede Wahl kann nur auf das unter den gegebenen Bedingungen Beste, nicht auf das unbedingt Beste gerichtet sein; wer also unter diesen Bedingungen V oder W will, will ihn durchaus. Man kann Gleiches über die verneinenden Stimmen des zweiten Wahlverfahrens annehmen; wer die Gelegenheit hat, sich unmittelbar durch Ja oder Nein über V oder W auszusprechen, und beide verneint, verneint beide schlechthin und hat, wenn diese Verneinung durchgeht, seinen Willen in Bezug auf diese Wahl vollständig durchgesetzt; wie tief er sonst V oder W haßt oder verachtet, ist für dieses Geschäft gleichgültig: man kann daher auch alle verneinenden Stimmen als gleichartig betrachten und ihnen dasselbe Gewicht q einräumen. Aber die bejahenden Stimmen, die erst im zweiten Wahlverfahren erlangt werden, sind offenbar geringwerthiger als die schon im ersten erhaltenen; sie sind nur zulassende Stimmen, während jene die vorziehenden waren, und dieser Unterschied, eine Mittelstufe zwischen Bejahung und Verneinung bedeutend, ist allerdings von Wichtigkeit in Beziehung auf dies Wahlgeschäft. Welches Gewicht jedoch seiner zulassenden Stimme im Vergleich mit einer vorziehenden zukomme, würde nicht einmal derjenige genau zu sagen wissen, der sie abgibt; auch würde seine Zulassung nicht für jeden der Candidaten, dem er sie schenkt, eine gleiche Billigung bedeuten, sondern für W vielleicht eine größere als für Z. Es ist daher schon ein großer Abbruch an Genauigkeit, aber doch der einzige Versuch, den Unterschied der zulassenden Stimmen von den vorziehenden überhaupt annähernd zu beachten, wenn wir auch allen Stimmen dieser Klasse einen gemeinsamen Werth p zuschreiben, der ein echter Bruch von m sein wird, und dessen Betrag sich nur conventionell festsetzen läßt. Unter solchen Voraussetzungen würden im obigen Beispiel die Stimmen sich berechnen, für V auf $11\,m - 9\,q$, für W auf $5\,m + 10\,p - 5\,q$, für Z auf $4\,m + 16\,p$, und endlich, wenn man willkürlich $m = q$, das Gewicht also der vorziehenden Stimmen gleich dem der verneinenden, und $p = m/_2$, also das der zulassenden halb so groß als das der vorziehenden setzte, würden für V nur 2, für W dagegen 5, für Z endlich 12 Stimmen herauskommen, sehr im Gegensatz zu dem Ergebniß des ersten Wahlgangs. Verschiedenes vereinigt sich nun, um in der Anwendung diese logischen Forderungen unerfüllbar zu machen. Zuerst will

man, aus Gründen gesellschaftlicher Schicklichkeit, überhaupt die Abgabe verneinender Stimmen über Personen vermeiden; dann, wenn man sie auch zuließe, würde sehr zu bezweifeln sein, daß die zweite Abstimmung, auch wenn man sie der ersten voranstellte, mit der nöthigen Unbefangenheit geschehen würde; jene, welche dem V ihre vorziehenden Stimmen zu geben entschlossen sind, würden sich wahrscheinlich selbst nicht zugestehen, daß sie auch mit W oder Z zufrieden sein könnten, und ihre 11 Stimmen würden auch in der anderen Abstimmung als ebensoviele verneinende sowohl gegen W als gegen Z erscheinen. Endlich würde in jedem Einzelfalle die Vorfrage zu lösen sein, was denn eigentlich nach der Natur der vorliegenden Sache vorzuziehen sei, ob die vorzüglichste Befriedigung der Mehrheit oder die durchschnittlich größte Befriedigung aller, und hiernach würde sich erst das Verhältniß der Gewichte der bejahenden Stimmen zu den verneinenden festsetzen lassen, das nicht nothwendig das der Gleichheit zu sein braucht; im Gegentheil kann es Fälle geben, wo eine Verneinung billigerweise mehr als einer Bejahung das Gleichgewicht hält und die Entscheidung nicht sowohl durch die größte Zahl der bejahenden als vielmehr durch die geringste Zahl der verneinenden Stimmen gebracht werden müßte. Es ist offenbar ein Unterschied, ob es sich um den Beschluß einer verantwortungsvollen Maßregel, um die Wahl etwa zu einem politisch bedeutenden Amte, oder ob es sich um die Einrichtung gemeinsamer Vergnügungen, um die Wahl des Vorstandes einer geselligen Vereinigung handelt; es ist im letztern Falle widersinnig, unter 20 Mitgliedern 9 Unzufriedene zu machen, um 11 anderen ihren vollen Willen zu thun; im ersten dagegen kann es Sinn haben, die Majorität entschiedener Willen voll zu befriedigen, anstatt eine Wahl zu treffen, die nur eine laue Billigung aller fände. Aber freilich gerade im zweiten Falle, wo die obenbesprochene Methode das wünschenswertheste Ergebniß liefern würde, ist ihre Anwendung wegen der unzulässigen Abgabe verneinender Stimmen mißlich; im ersten, wo ihr Ergebniß weniger wünschenswerth sein könnte, wäre ihre Anwendung minder schwierig, denn hier würden die Verneinungen, da sie nicht durchaus der Person, sondern auch den von ihr vertretenen Ansichten gelten können, minder beleidigend sein.

293. In anderer Weise, durch eine Art von Eliminationsverfahren kann unsern Wünschen dann entsprochen werden, wenn aus

einer sehr großen Anzahl von Candidaten zu wählen ist, wenn z. B. ein Wahlkörper aus der Zahl seiner eignen Mitglieder Einen zu ernennen hat. Man pflegt dann in einem ersten Wahlgang etwa drei zu bestimmen, auf welche die durch keinerlei Nebenrücksichten bedingte Aufmerksamkeit der Wählenden zuerst verfällt, und die daher jedem der Stimmenden jetzt als die wünschenswerthesten erscheinen. Man kann hierbei an die Reihenfolge, in welcher jeder Wähler seine drei Candidaten nennt oder schriftlich angibt, Unterschiede knüpfen und den primo loco Bezeichneten den anderen vorziehen; ich nehme jedoch zur Vereinfachung an, daß die Ordnung der Nennungen völlig gleichgültig sei. Es ist dann ein denkbarer, obgleich sehr unwahrscheinlicher Fall, daß dieselben drei Candidaten V W Z alle Stimmen erhalten; wenn dies sich zuträgt, kann eine endliche Entscheidung gar nicht mehr durch das Wahlverfahren erfolgen; denn eine Majorität könnte für einen der drei in einer neuen Abstimmung nur dann zu Stande kommen, wenn nun einige der Stimmen, ohne daß doch in der Sachlage ein Grund dazu vorhanden wäre, ihre vorige Entscheidung widerriefen. In diesem und allen ähnlichen Fällen bleibt nur das Loos oder die Entscheidung durch einen unbetheiligten Willen, z. B. den einer höheren Behörde möglich. Hat dagegen V allein alle Stimmen gewonnen, so ist seine Wahl zweifellos entschieden, gleichviel wie groß die Stimmenzahl ist, welche W und Z erlangten; denn es gibt dann keine verborgenen verneinenden Stimmen, denen blos die Gelegenheit zur Aeußerung gefehlt hätte. Es kann aber sogleich deren geben, wenn V nur die absolute Majorität, W und Z bedeutende Minoritäten erlangt, die übrigen Stimmen sich zersplittert haben. Im Hinblick auf unsere früheren Bemerkungen halten wir es nicht für durchaus gerechtfertigt, hier die Wahl abzubrechen und V als gewählt zu betrachten; man kann vielmehr in einer zweiten Abstimmung W und Z zusammenstellen, so daß aus diesen beiden einer gewählt würde, wobei die Abgabe verneinender Stimmen für W durch Abgabe bejahender für Z und umgekehrt vermieden würde. Einer von beiden muß hier eine größere oder geringere absolute Majorität erhalten. Sei dies W gewesen, so wird eine dritte Schlußabstimmung zwischen diesem und V endgültig entscheiden. Dieser letzte Stimmgang würde natürlich ganz fruchtlos sein, wenn die absolute Majorität, die schon im ersten für V entschied, sich unverändert erhielte; allein die Be-

rücksichtigung des Ergebnisses der zweiten Abstimmung kann ein billiges Motiv zur Sinnesänderung herbeigeführt haben. Hätten in dieser W und Z nahezu gleichviel Stimmen bekommen, so würde sich daran zeigen, daß entweder die gegen V verneinend gesinnten Stimmen unter einander wenig einig sind oder daß wenigstens keine andere Wahl eine gleichmäßigere Beistimmung findet, als die des V, und die frühere Majorität für V fände darin einen Grund, auf ihrer Meinung zu beharren; wären dagegen alle Stimmen auf W gefallen, so könnte für jene Majorität darin ein Grund liegen, bei der Schlußabstimmung der früheren an sich schon beträchtlichen Minorität für W nachträglich beizutreten, um ein Resultat herbeizuführen, welches keine Verneinungen gegen sich hätte. Noch vielerlei Modificationen lassen sich denken; ich verfolge sie nicht, weil die Frage nicht wichtig genug für die drohende Weitläufigkeit ist; ob übrigens dieses Eliminirtwerden eigentlich schmeichelhafter ist als eine offene Negation, bleibt mindestens zweifelhaft. Wenn endlich der gewählte V die Wahl ablehnt, so ist die Veränderung der Sachlage, unter deren Berücksichtigung überhaupt gestimmt wurde, so groß, daß eine völlige Erneuerung des Wahlverfahrens oder doch die unabhängige Aufstellung eines dritten Candidaten Y neben den früher genannten W und Z nothwendig wird.

294. Sind V W Z nicht Personen, sondern Gesetzvorschläge, so hat die Scheu vor der Abgabe negativer Stimmen keinen Grund, und man könnte logisch verlangen, daß über jede der vorgeschlagenen Maßregeln mit Ja und Nein abgestimmt werde, ohne daß eine absolute Majorität, welche die eine erlangte, die Abstimmung über die übrigen ausschlösse. Die Entscheidung würde dann entweder durch die größte der entstandenen Majoritäten oder durch eine neue Schlußabstimmung gegeben. Dies Verfahren würde diejenigen, welche für ihre Meinung eine bedeutende Stimmenzahl vereinigt haben, dazu veranlassen, diese auch bei der Schlußabstimmung festzuhalten; aber die, welche für die ihrige nur eine aussichtslose Minorität gefunden hätten, würden Zeit haben, sich bei der Schlußabstimmung derjenigen Meinung anzuschließen, die sie nach der ihrigen am nächsten billigen und die noch Hoffnung hätte, durch ihren Beitritt die entscheidende Majorität zu erwerben. Derselbe psychologische Grund indessen, den ich früher erwähnte, steht auch hier dieser Verfahrungsweise entgegen: wer den

einen Vorschlag V entschieden bevorzugt, wird nicht unbefangen kundgeben, daß ihm auch W oder Z erträglich sei, sondern wird beide zu verneinen versucht sein. Es wird daher, da herkömmlich die Annahme des einen Vorschlags alle folgenden von selbst beseitigt, die Reihenfolge wichtig, in der V W Z zur Abstimmung gestellt werden. Die Wünsche, welche man logisch in Betreff dieser Anordnung, der schwierigen Aufgabe parlamentarischen Geschickes, hegen kann, spreche ich mit Trendelenburg (Ueber die Methode bei Abstimmungen, Berlin 1850) dahin aus: daß jede Meinung Gelegenheit finde, sich mit dem ihr zukommenden Gewichte gelten zu machen; das, was sie ablehnen will, direct zu verneinen, nicht indirect durch Annahme eines nur theilweis gebilligten Andern; das, was sie wünscht, unmittelbar und einzeln zu bejahen, nicht durch Verwerfung eines nur theilweis mißbilligten Andern; endlich, daß jeder die Möglichkeit habe, zuerst das zu vertheidigen und zu empfehlen, was ihm als sein Erstbestes gilt, dann erst, wenn dies mißlingt, sich auf sein Zweitbestes oder Drittbestes zurückzuziehen. Ob aber die allgemeine Erfüllung dieser Wünsche für jeden Stimmberechtigten und in Bezug auf jeden der gemachten Vorschläge nicht überhaupt an einem inneren Widerspruch scheitert, ob es also denkbar ist, daß nach dem Sinn eines jeden gerade diejenigen Anträge getheilt werden, über deren Bestandtheile er verschieden denkt, und gerade diejenigen vereinigt, die er zusammen angenommen oder verworfen wünscht, dies bedarf keiner Untersuchung. Denn ganz deutlich ist, daß in jedem Falle nur ein auf den vollen Inhalt der vorgelegten Fragen eingehender und durch lange gleichartige Uebung entwickelter Scharfsinn sich der Lösung dieser Aufgabe annähern kann; nur an bestimmten Beispielen, nicht an allgemeinen Symbolen möglicher Fälle, nur in der Praxis und nur sehr wenig durch allgemeine Vorschriften, läßt sich das zu beobachtende Verfahren lernen und lehren.

295. Es kann zuerst vorkommen, daß die gemachten Vorschläge V W Z nicht die vollständige Disjunction zusammensetzen, zwischen deren Gliedern zu wählen ist, daß vielmehr die gemeinsame Verneinung aller ein viertes Glied bildet, daß mithin überhaupt etwas Neues nicht beschlossen werden muß, sondern es bei dem bestehenden Zustand sein Bewenden haben kann. Zur Wahl dieser Entscheidung

kann man aus zwei Gründen kommen; entweder weil man das Bestehende principiell gegen jede Neuerung schützen will, oder weil man, der Verbesserung grundsätzlich nicht widerstrebend, doch keinen der gemachten Vorschläge annehmbar findet; es ist wichtig, daß der Unterschied dieser Gesinnungen seinen Ausdruck erhalte. Die bloße Ablehnung aller einzelnen Vorschläge nach einander gibt ihn nicht; sie zeigt blos, daß diejenige Aenderung, die man annehmbar gefunden haben würde, nicht vorgeschlagen worden ist; es muß möglich sein, auch die allen Vorschlägen gemeinsame Aufforderung zur Veränderung überhaupt als solche zu verneinen. Dies geschieht durch den Antrag auf Uebergang zur Tagesordnung, durch den Antrag also, sämmtliche gemachte Vorschläge der Debatte und der Abstimmung nicht zu unterziehen, und so das ihnen Gemeinsame eben so allgemein abzuweisen. Wo der Wille zu solcher Verneinung vorhanden ist, hat er die parlamentarische Pflicht, durch Stellung dieses Antrags zum vollständigen Ausdruck des Standes der Meinungen beizutragen und erst nach der Verwerfung desselben sich mit der Ablehnung aller besonderen Vorschläge zu begnügen. Auch wo anstatt vieler nur ein einziger Vorschlag vorliegt, findet der Antrag auf Tagesordnung seine Stelle; es soll dann nicht dieser einzelne Vorschlag als solcher, sondern die allgemeine Intention abgewiesen werden, aus welcher er hervorgegangen ist und andere ähnliche hervorgehen könnten. So wird die Tagesordnung, ohne angegebene Beweggründe beschlossen, zum Ausdruck der Verachtung eines rechtlich oder sittlich verwerflichen, oder zur Ablehnung eines fremdartigen, zur Competenz der Abstimmenden nicht gehörigen, endlich zur Beseitigung eines gefährlichen Vorschlags, dessen bloße Discussion schon im Interesse des Gemeinwohles abzuwenden ist; sie mildert, als motivirte Tagesordnung, diese Verwerfungen, indem sie durch Angabe ihrer Beweggründe das an sich Berechtigte eines gethanen Vorschlags anerkennt, aber die Zweckmäßigkeit seiner jetzigen Anbringung und des Eingehens auf ihn verneint.

296. Wenn zwei Vorschläge V und W in einem Verhältniß der Unterordnung so stehen, daß W als Verbesserungsantrag oder Amendement den Sinn des Hauptantrags V durch Zusatz Weglassung oder Umformung zu verändern verlangt, so ist es ein logisch richtiger Gebrauch, die vorläufige Abstimmung über das Amendement der end-

gültigen über den Hauptantrag vorangehen zu lassen. Denn über diesen kann den Stimmenden eine Entscheidung erst dann vernünftigerweise angesonnen werden, wenn er nach seiner ganzen Fassung unzweideutig feststeht; nicht aber so lange sein Inhalt noch nachträglichen Umänderungen ausgesetzt ist, deren Annahme oder Ablehnung, falls sie vorausgewußt worden wäre, leicht die voreilig abgegebene Meinung über Bejahung oder Verneinung völlig hätte umändern können. Die Abstimmung über das Amendement W dient dazu, den Sinn eindeutig festzustellen, in welchem der Hauptantrag V der Abstimmung unterliegen soll; mit der Ablehnung von V wird daher auch die nur bedingungsweis vorangegangene Annahme des Amendements wieder wirkungslos. Wenn zu einem Hauptantrag V mehrere einander ausschließende Amendements W und Z oder mehrere Nebenvorschläge über die Specialisirung treten, welche V zu seiner praktischen Durchführung nöthig hat, wie es z. B. häufig bei noch festzusetzenden Maßbestimmungen vorkommt, so würde es hier am wenigsten Bedenken haben, über alle diese Vorschläge gesondert abzustimmen und die Entscheidung an die größte erlangte Majorität zu knüpfen. Soll indessen, wie es üblich ist, die Annahme des einen durch absolute Majorität alle übrigen von der Abstimmung ausschließen, so kann man über die nun wichtig werdende Reihenfolge der Fragestellung zuerst anrathen, die Vorschläge so zu ordnen, daß je zwei am wenigsten von einander abweichende unmittelbar auf einander folgen. Dies ist, in etwas anderer Form, bei den beiden Arten der Versteigerung durch Hinaufbieten und durch Herabbieten üblich, und in diesen Fällen wird ohne Unbilligkeit auf die Ungewißheit geradezu gerechnet, in welcher sich jeder Bietende über das Begehrungsmaß aller anderen befindet. Denn da Gebot und Annahme freiwillig sind, so spricht jeder durch sie blos den Werth aus, den der fragliche Gegenstand für ihn nach seiner eigenen Schätzung hat, und es wird keines seiner Rechte durch den offenen Wetteifer Anderer oder durch die Unkenntniß des Nichtvorhandenseins anderer lebhaften Begehrungen gekränkt. Das Herabbieten scheint allgemein dem Verkäufer günstiger, da es den Käufer zur Annahme des Gegenstandes um den höchsten Preis nöthigt, den er für denselben geben zu können glaubt und den er mindern würde, wenn er den Mangel der Concurrenz vorher bemerken könnte; das Hinauf-

bieten ist dem Käufer günstiger, weil ihm dieser Mangel, wo er stattfindet, benutzbar, im anderen Falle aber wenigstens nur die Ueberbietung des ebenletzten Gebotes nothwendig und die Zeit zur Entschließung nicht übermäßig verkürzt wird. Die Analogie dieses Verfahrens, bei welchem ein Einzelner im Kampf mit Andern einen erlaubten persönlichen Vortheil sucht, paßt ihrem Sinne nach wenig zu den Bemühungen einer Vielheit, in Gemeinschaft mit einander einen dem Gemeinwohl förderlichen Beschluß zu Stande zu bringen; formell ist es indessen doch der Vorgang des Herabbietens, der hier zum Muster dienen muß. Nur wird man überhaupt selten Vorschläge finden, die sich so einfach nach quantitativen Maßen in eine Reihe ordnen lassen; am häufigsten werden W Z... ihrem Sinne nach nicht leicht classificirbar verschieden sein. Man wird sie dann nach dem voraussichtlichen Maß ihrer Angemessenheit zu dem allgemeinen Willen ordnen, und diejenigen, die sich am weitesten von dem bestehenden Zustande entfernen, das Ungewöhnlichste und Größte verlangen und deswegen wenig Wahrscheinlichkeit ihres Sieges haben, werden berechtigt sein, zuerst der Abstimmung dargeboten zu werden, damit, wenn sie gegen jene Vermuthung nun dennoch dem allgemeinen Willen zusagen sollten, der Ausdruck dieses Willens nicht unmöglich gemacht werde durch Beginn von einem wahrscheinlicheren Vorschlag, auf den sich aus eben jener irrigen Berechnung leicht alle Stimmen mit voreiliger Entsagung sammeln könnten. Nach der Ablehnung solcher äußersten Vorschläge könnte man, der mathematischen Methode der Eingrenzung ähnlich, zu den mittleren an sich wahrscheinlicheren Gliedern der Reihe übergehen und dabei die Aussicht haben, die endliche Entscheidung für einen Vorschlag zu gewinnen, der die geringst mögliche Abweichung von der allgemeinen Befriedigung einschlösse. Alle diese Regeln sind zuletzt unzureichend; namentlich wo der Beschlußfassung ein vielgliedriges Ganze vorliegt, dessen einzelne Theile nur nach und nach berathen werden können, bleibt es unmöglich, schon im Verlauf dieser Specialberathung alle die Unzuträglichkeiten Unfolgerichtigkeiten und Widersprüche zu entdecken, die aus der schließlichen Zusammenfügung der vielleicht vielfach veränderten Einzelheiten der Vorlage entstehen würden. Man muß dann die Specialberathung ähnlich derjenigen über Amendements als nur vorläufige betrachten

und einer zweiten Lesung oder einer Schlußabstimmung die Freiheit vorbehalten, die mit vereinten Kräften zu Stande gebrachte Mißgeburt wieder umzubringen.

Die formale Absicht aller Abstimmungen endlich, einen Gesammtwillen zu ermitteln, würde zuerst zwar die Feststellung eines Beschlusses Z enthalten, der allen Mitgliedern der Gesellschaft die größte erreichbare durchschnittliche Befriedigung M gewährte, dergestalt, daß die Minderbefriedigung der einen durch die Mehrbefriedigung anderer ausgeglichen würde. Aber zugleich müßte man doch auch noch wünschen, zur Ausführung der durch die Annahme von Z entstehenden Verpflichtungen nun auf gleiche Willfährigkeit M bei allen Mitgliedern rechnen zu können. Warum der erste Zweck nur unvollkommen erreicht wird, habe ich angegeben (292). Der letzte Wunsch dagegen ist durch logische Mittel natürlich unerfüllbar; nur dies kann als eine aus der Natur ethischer Zwecke zum Behuf ihrer Verwirklichung nothwendige logische Regel abgeleitet werden, daß hier, was sonst die Logik nirgends verlangen kann, die eigene persönliche Ueberzeugung einer abweichenden allgemeinen untergeordnet werden müsse.

Drittes Buch.

Vom Erkennen.

(Methodologie.)

Als ich in der angewandten Logik den Mitteln nachging, durch die es uns gelingt, den mannigfachen Inhalt unseres Vorstellens jenen idealen Formen der Fassung und Verknüpfung einzuordnen, welche die reine Logik kennen gelehrt hatte, habe ich noch nicht von den allgemeinen *Methoden* gesprochen, mit deren Schilderung die Lehre vom Denken zu schließen pflegt. Ich glaube dort keine unentschuldbare Unterlassung durch ihre Verschweigung begangen zu haben und hier nicht willkürlich zu verfahren, wenn ich sie und Verwandtes diesem letzten Theile meiner Arbeit vorbehalte.

297. Seit Aristoteles hat man *analytische* und *synthetische Methode*, im Wesentlichen immer nach denselben Gesichtspunkten, als die beiden umfassenden Endformen unserer wissenschaftlichen Gedankenbewegung unterschieden. Der antiken Vorstellungsweise galt hierbei der mannigfaltige gegebene Stoff der Untersuchung als der Gegenstand einer Zergliederung, die aus ihm seine einfachsten Bestandtheile oder seine allgemeinsten Bedingungen zu finden hatte; die analytische Methode war daher ein rückläufiges Verfahren, das a principiatis ad principia seinen Weg nahm; die gefundenen Principien dagegen waren die Bausteine, aus deren Zusammensetzung das synthetische Verfahren rechtläufig die gegebenen Einzelheiten erzeugte. Unserem modernen Sprachgefühl entsprechen beide Namen nicht mehr ebenso sehr und wir würden leicht versucht sein, ihre Bedeutungen zu vertauschen. Wir sind nicht mehr an die Hoffnung gewöhnt, eine bloße Zergliederung des Gegebenen werde die gesuchten Principien in ihnen *finden*; wir haben vielmehr erfahren, daß wir sie, für unsere Erkenntniß, häufig durch vergleichende Combination des Mannigfachen *erzeugen* müssen, und sie erscheinen uns deshalb als Endergebnisse eines synthetischen Gedankengangs; wir sind ebenso nicht mehr ausschließlich der Vorstellung ge-

neigt, Principien als Atome der Wahrheit anzusehen, aus deren Zusammensetzung allein die mannigfachen Einzelwahrheiten entsprängen; weit mehr, gleichviel ob mit Recht oder Unrecht, erscheinen Principien uns entwicklungsfähig und die Ableitung des Bedingten von seinen Bedingungen mindestens ebenso allgemein als eine Zergliederung dessen, was in diesen enthalten war. Aber es würde der Mühe nicht lohnen hierüber zu streiten; denn sichtlich ist zuerst keine der beiden Methoden, im Allgemeinen wenigstens, rein durchführbar. Kein analytisches Verfahren kann durch bloße Zergliederung eines Gegebenen zu einem Princip oder einer allgemeinen Wahrheit gelangen, ohne jedesmal das Ergebniß a des zuletzt gethanen Schrittes mit irgend einem allgemeinen Satze T zusammenzuhalten und durch versuchte Unterordnung des a unter T, in diesem Theile seines Weges also synthetisch, darüber gewiß zu werden, ob a selbst als ein Letztes anzuerkennen ist, oder ob Gründe vorliegen, zur Hebung eines Widerspruchs die Zergliederung nach einer bestimmten Richtung hin weiter fortzusetzen. Und keineswegs gehört jenes T, welches sich hier eindrängt, immer nur zu jenen formal logischen Gesetzen, denen man selbstverständlich zugesteht, daß sie im Einzelnen den modus procedendi jeder denkbaren Methode beherrschen müssen; um wirklich weiter zu führen, wird häufig T ein inhaltvoller Satz sein müssen, den die Logik nicht geben kann, den man vielmehr als eine aus anderen Gründen feststehende Wahrheit annehmen und dem durch die Zergliederung gefundenen Ergebnisse überordnen muß. Ebenso wenig wird eine synthetische Methode ohne Beihülfe analytischer Gedankenbewegung in Gang kommen; hätte sie auch am Anfang eine Anzahl elementarer Wahrheiten A B C in der Hand, so würde sie doch über die Tautologie des bloßen Zugleichgeltens dieser Wahrheiten nie hinauskommen, wenn sie nicht nachweisen könnte, wie aus dem Zusammentreffen ihrer Gültigkeit an einem und demselben Gegenstand bald diese bald jene neuen Folgen x oder y sich entwickeln müssen; ob aber x oder y eintreten werde, darüber kann nur durch die vorgängige Zergliederung der Natur dieses Gegenstandes, also durch eine Strecke analytisches Verfahrens, entschieden werden; hierdurch erst wird die bestimmte zweite Prämisse ermittelt, die in Verbindung mit jenen gegebenen Wahrheiten als erster den nächsten synthetischen Fortschritt zu einem bestimmten Schlußsatze möglich macht. Es ist zuzu-

geben, daß auf einzelnen Gebieten die synthetische Methode unabhängiger erscheint; die Geometrie kann die Gegenstände, auf welche sie ihre allgemeinen Wahrheiten anwenden will, selbst der Reihe nach erzeugen, und die zergliedernde Angabe dessen, was zur Ableitung jedes neuen Satzes als gegeben gelten soll, nimmt in ihren Darstellungen wenig Raum ein; der Sache nach fehlen kann sie doch nicht. Aber in allgemeineren Grenzen, da wo es sich um eine synthetische Construction von Wirklichkeiten handelt, geht der progressiven Ableitung aus den Principien immer eine umfängliche regressive Zergliederung des Gegebenen voran, und durch sie erst werden dem synthetischen Verfahren die Richtungen bestimmt, in denen es zu seinen Principien die unentbehrlichen zweiten Prämissen zu suchen hat.

298. Der Unterschied beider Methoden läuft daher in der That praktisch auf einen Gegensatz hinaus, den man längst wirklich bemerkt hat: die analytische Methode ist wesentlich das Verfahren der Untersuchung, welche die Wahrheit finden will, die synthetische das Verfahren der Darstellung, welche die irgendwie auf geraden oder ungeraden Wegen ermittelten Wahrheiten in ihrem eigenen objectiven Zusammenhange wiedergeben will. Und zwar verstehe ich unter Darstellung nicht allein die Mittheilung an Andere, denn für diesen Zweck ist die Schilderung des subjectiven Erfindungsganges ebenso nothwendig und unterrichtend; ich meine vielmehr jene logische Fassung des gewonnenen Inhalts, in welcher allein er den idealen Anforderungen unseres Denkens an eine in sich selbständige Wahrheit entspricht. Innerhalb der angewandten Logik schien es mir daher wenig ersprießlich, von diesen beiden Methoden zu sprechen; denn ein praktisches Hülfsmittel zur Lösung von Aufgaben bietet keine von beiden; auch die analytische nicht, obgleich wir sie für die Form der entdeckenden Untersuchung halten. Dadurch allein, daß wir Jemand auffordern, nach analytischer Methode zu arbeiten, haben wir ihm noch keine nützliche Anweisung gegeben; die Definition der Methode in der allgemeinen Form, in der sie aufgestellt zu werden pflegt, enthält im Grunde nur eine Andeutung über die Richtung, in der der eigentliche Weg erst zu suchen ist; was ihn finden lehrt, besteht in den einzelnen Kunstgriffen der angewandten Logik, bei deren Benutzung es schließlich ziemlich gleichgültig ist, ob man sie hinterher zu einem synthetischen oder zu einem analytischen Verfahren rechnen

will. Und ebenso: wem wir einen synthetischen Gang vorschreiben, der hat hierdurch auch nur eine Aufgabe gestellt erhalten; wie er sie richtig lösen wird, eine Frage, zu deren Beantwortung recht eigentlich doch eine Methode dienen sollte, erfährt er durch die allgemeine Charakteristik des von ihm verlangten Verfahrens, von den Gründen zu den Folgen herabzusteigen, in keiner irgend ausreichenden Weise.

299. Dies alles stellt sich anders, wenn wir uns eine Freiheit versagen, die wir uns in der angewandten Logik gestatteten, und so unseren Betrachtungen einen befriedigenden Abschluß zu gewinnen suchen. Wo wir dort von Beweisen, von der Aufsuchung der Beweisgründe, von der Auffindung von Gesetzen sprachen, haben wir überall in gewisser Weise unvollendete Arbeit übrig gelassen: jeder Versuch zur Begründung eines Satzes ging nur einige Schritte zurück und kam zur Ruhe, wenn ein anderer Satz erreicht war, dessen vorausgesetzte Richtigkeit zur Grundlage jenes dienen konnte. Dies Verfahren entspricht dem wirklichen Verhalten unserer Gedanken im Leben wie in den einzelnen Wissenschaften. Im Leben liegt unserer Beurtheilung der Dinge und unseren Folgerungen nicht ein einziger Satz T, auch nicht eine reinlich abgegrenzte Gruppe gleichartiger elementarer Wahrheiten zu Grunde; sondern sehr Vielerlei, von ganz ungleichartigem Gepräge, ist uns gleich gewiß: hier ein Satz A, der einmal aufgefaßt sich von nun an mit dem Gefühl seiner Denknothwendigkeit aufdrängt, dort ein anderer B als Ausdruck einer Thatsache der Wahrnehmung, die nicht eben sein müßte, aber unwidersprechlich ist; ein dritter C als Grundsatz von ganz unbekannter Herkunft, dessen Gültigkeit aber in jedem Augenblicke durch einen Versuch seiner Anwendung wiederbestätigt wird; mancher Satz D endlich, der aus gleich unbekannten Quellen entsprungen, zwar keine solche Bewährung seiner Richtigkeit zuläßt, aber doch ein unabweisbares Bedürfniß zu enthalten scheint, dem wir genügen zu müssen glauben, wenn unsere verknüpfende Auffassung des gegebenen Mannigfachen Wahrheit haben soll. Jeden dieser verschiedenen Gewißheitspunkte, und in jedem derselben kann man sich eine Mehrheit elementarer Ueberzeugungen zusammengedrängt denken, benutzt unsere lebendige Gedankenbewegung gelegentlich, um eine schwebende Frage zu beantworten; ja selbst einen Satz, der seinem Inhalte nach eine Folge der einen Voraussetzung sein würde, beweisen wir uns häufig von einer andern aus,

sobald seine Abhängigkeit von seinem eigentlichen Grunde nicht sofort durchsichtig ist. So wechseln wir beständig die Fußpunkte unserer Beurtheilung: bald von einem evidenten Gesetze ausgehend, bestimmen wir seine Folgen, bald durch erneuerte Betrachtung gegebener Folgen stärken wir uns in dem Glauben an das Gesetz; Consequenzen, die mit innerer Nothwendigkeit aus einem anerkannten Princip zu fließen scheinen, wehren wir ab um der Unwahrscheinlichkeit willen, die sie für einen andern Standpunkt haben; bald gehen wir von A aus, um ein zweifelhaftes B zu erweisen, bald halten wir B für evidenter und benutzen es zur Begründung von A; was in jedem Augenblicke für uns psychologisch die größte Gewißheit hat, das gilt uns als der zuverlässige Punkt, von dem aus die übrigen schwankenden Gedanken festzustellen sind.

300. Ganz in solcher Ungebundenheit bewegt sich nun allerdings das wissenschaftliche Denken nicht; aber die wirkliche Wissenschaft, die wir besitzen, nicht die ideale, die wir besitzen möchten, hat doch noch immer mit jenem Verfahren der naturwüchsigen Ueberlegung Aehnlichkeit genug. Eine wirkliche Untersuchung kommt auch hier kaum jemals zu Stande, ohne daß die Beurtheilung auf einzelnen Voraussetzungen beruhte, die man theils für unbeweisbar aber gewiß, theils für unbeweisbar aber nur probabel hält, und die man bald als unableitbare Principien der eigenen, bald als verbürgte Ergebnisse einer andern Wissenschaft ansieht. Selbst innerhalb eines und desselben Gebietes wechseln die Versuche der Begründung; ohne die Gewißheit eines Satzes in Zweifel zu ziehen, der früher als Quell der Ableitung für andere galt, glaubt man doch einen andern noch gewisser an die Spitze stellen zu können und von ihm jenen mit allen seinen Folgen abzuleiten. Ueberblickt man aber unser Wissen im Ganzen, so wie es unter verschiedene Wissenschaften vertheilt ist, so wird man keine der letztern in sich selbst völlig abgeschlossen finden, sondern in jeder derselben formale oder materiale Principien entdecken, deren Geltung auf Grund ihrer unmittelbaren Evidenz oder ihrer aufklärenden Folgen zugelassen wird; aber die Frage nach ihrem Ursprung oder ihrem Zusammenhang untereinander wird da fallen gelassen, wo ihre Beantwortung nichts zu dem inneren Betriebe der Wissenschaft selbst scheint beitragen zu können. Diesen Stand der Sachen hatten wir in der angewandten Logik vor

Augen und glaubten in dieser Lehre von der Natur der Untersuchungen uns auf ihn beschränken zu können. Denn was sich für angewandte Logik, richtiger für eine Darstellung der möglichen Anwendungsweisen der Logik gibt, setzt eine Vielheit solcher Anwendungsfälle voraus, die nur möglich ist, wenn das Geschäft des Untersuchens in dem Anfang von einem gegebenen Anfangspunkte und in seiner gesetzmäßigen Verknüpfung mit ebenfalls vorausgesetzten festen Punkten besteht. Von dieser Art sind alle die mannigfaltigen Untersuchungen, die wir wirklich zu unternehmen pflegen, und unser Erkennen verhält sich hierin ähnlich unserem Leben. Woher im Anfange der Geschichte unser ganzes Geschlecht gekommen ist, wissen wir nicht, und ebenso unausdenkbar ist uns seine ferne Zukunft; für die meisten verschwindet schon in naher Vergangenheit die Erinnerung an ihre näheren Vorfahren und für alle ist die Voraussicht über die Schicksale ihrer Nachkommen noch beschränkter; innerhalb dieser beiden Dunkelheiten liegt doch ein verhältnißmäßig heller Raum des Lebens vor uns mit deutlichen Bedürfnissen dringenden Pflichten und erreichbaren Zielen; die Freude am Dasein und die Zuversicht in der Behandlung der Gegenwart wird nur wenig durch die Ungewißheit des Anfangs und des Endes beeinträchtigt. So ist es auch mit unserem Wissen. Eine ewige Wahrheit oder einen zusammengeschlossenen Kreis von Wahrheiten setzen wir voraus; aber in unseren gewöhnlichen Ueberlegungen gibt es für ihn weder einen vollständigen und geschlossenen Ausdruck, noch eine deutliche Uebersicht seiner Gliederung; nur einzelne Theile desselben werden uns auf eine Weise, die wir selbst uns nicht zu zergliedern vermögen, während der Uebung unseres Denkens im Zusammenstoß mit der Wirklichkeit klar und evident; unser Untersuchen ist eine Art von Binnenverkehr, welcher die ungewissen und veränderlichen Wahrnehmungen mit diesen verschiedenen in unser Bewußtsein hineinragenden Gipfeln einer in ihrem Zusammenhang verborgen bleibenden Gesammtwahrheit zu verknüpfen sucht.

301. Aber ebenso wie dem Leben die Augenblicke kommen, in denen die Gegenwart erträglich und verständlich nur zu werden scheint, wenn man ihren Zusammenhang mit Vergangenheit und Zukunft glaubt ahnen zu können, ebenso kommen dem Erkennen Veranlassungen, aus jenem Kleinhandel des gewöhnlichen Untersuchens herauszugehen und

sich über Lage Verbindung und Sicherheit der Ausgangs- und Zielpunkte seiner Bewegung zu besinnen. Denn nicht immer beherrschen jene Grundsätze, auf die es vertraut, friedlich jeder sein gesondertes Gebiet; der Hinweis auf die verschiedenen Folgerungen, die in Bezug auf die Gestaltung unseres Lebens aus den Grundsätzen der mechanischen Forschung und aus den Aussprüchen des Gewissens gezogen werden, macht an einem großen Beispiele deutlich, wie die Ansprüche verschiedener Wahrheitsquellen feindlich an demselben Gegenstande der Beurtheilung zusammenstoßen; aber auch auf theoretischem Gebiete allein fehlen ähnliche Veranlassungen zu dem Unternehmen nicht, dasjenige zum Gegenstand der Untersuchung zu machen, was dem lebendigen Denken und den einzelnen Wissenschaften als Princip der Untersuchung gilt. Diese große Aufgabe hat weder mit vollständigem Erfolg noch vollständig erfolglos die Philosophie aller Zeiten im Auge gehabt, und gewiß würde ihre ganze Auflösung identisch mit der Vollendung dieser Wissenschaft selbst sein; denn sie könnte nur darin bestehen, daß es gelungen wäre, einen zusammenhängenden Kreis höchster und zugleich inhaltvoller Wahrheiten festzustellen, aus dem alle anwendbaren Grundsätze unseres Untersuchens mit genauer Ausdeutung ihres wahren Sinnes und mit bestimmter Bezeichnung der Grenzen ihrer Gültigkeit ableitbar wären. Nicht diese umfassende Aufgabe, aber ein bescheidener Theil derselben soll den Gegenstand der letzten Erörterungen dieses Buches bilden. Nicht den Inhalt jener Grundsätze wollen wir suchen, sondern die Gründe, auf denen subjectiv ihre Gewißheit für uns beruht; nicht die Wahrheit, sondern die Kennzeichen, nach welchen wir sie anerkennen und unterscheiden; oder, wenn es bei den alten Benennungen bleiben soll: eine analytische Aufklärung über den Weg wollen wir anstreben, auf welchem wir zu Principien einer synthetischen Entwickelung gelangen können. Warum ich diesen Theil der Logik dem Erkennen zueigne, wird die weitere Erläuterung zeigen, deren diese vorläufige Bezeichnung unserer Aufgabe ohnehin bedarf; daß ich ihn Methodologie nenne, geschieht nicht ohne eingestandene etwas willkürliche Deutung dieses Namens. Fruchtbare Einzelmethoden entwickelt jede Wissenschaft und behandelt ähnliche Probleme nach ihnen; aber der allgemeinen Logik würden diese als specielle Kunstgriffe erscheinen, welche nicht sie, sondern eben jene

Wissenschaften zu lehren hätten. Allgemeine Methoden, eben die synthetische und die analytische, deren ich gedachte, erwähnt zwar die Logik; aber ihre Aufstellung ist ein ziemlich unfruchtbares Postulat, bis die Rechtsgründe klar sind, die uns überzeugen, durch die eine die Wahrheit gefunden zu haben, durch die andere sie in ihre Einzelfolgen entwickeln zu können. Die Erfüllung dieser letzten Aufgabe möchte ich hier die Methode nennen, nicht in dem Sinne eines allgemeinen Verfahrens, das man an tausendfältigen Beispielen zur Anwendung zu bringen hätte, sondern als einen einmal zurückzulegenden Gedankengang, als den Zwischenweg zwischen den verschiedenen Quellen, aus denen uns Gewißheiten von verschiedener Art zu fließen scheinen, unternommen zur Erkenntniß ihrer Zusammenhänge unter einander und der Grenzen ihrer Berechtigung.

Erstes Kapitel.

Vom Skepticismus.

302. Gesetze seines Verfahrens kommen dem Denken erst nach vielfältiger Ausübung seiner Thätigkeit durch eine vergleichende Reflexion zum Bewußtsein, die sich auf diese verschiedenen Beispiele seines Thuns zurückwendet und die unbewußt in ihnen befolgten Regeln zu gesonderten Gegenständen der Betrachtung macht. Noch späteren Ursprungs ist die Frage nach dem Grunde der Verbindlichkeit dieser Gesetze und nach den Grenzen, innerhalb deren ihre Befolgung Wahrheit der Erkenntniß verspricht; sie kann erst entstehen, wenn Erfahrungen von Irrthümern gemacht worden sind, zu denen nicht die Vernachlässigung, sondern die Anwendung jener Gesetze auf jeden vorkommenden Inhalt unseres Vorstellens verführt zu haben scheint. Mißlingen dann auch die zerstreut angestellten Versuche, entstandene Schwierigkeiten und Widersprüche durch bessere Deutung entweder dessen hinwegzuräumen, was uns Wahrheit schien, oder dessen, was wir als gegeben durch Wahrnehmung betrachteten, so bildet sich die Stimmung des umfassenden allgemeinen Zweifels, der Skepticismus. Vorübergehend und in größerer oder geringerer Nachhaltigkeit tritt diese Stimmung in der ernsten Entwicklung jedes Einzelnen auf; als normale Verfassung des Gemüths, die am Anfange der Wissenschaft alles überkommene Wissen als fragliches Vorurtheil ansehen und der Prüfung vorbehalten solle, ist sie in der Geschichte der Philosophie mehrmals mit großem Nachdruck verlangt worden; als bleibendes Ergebniß hat sie sich in den skeptischen Schulen verfestigt, die zu der Ueberzeugung von der Unmöglichkeit sicherer Erkenntniß gelangt zu sein glaubten. In dieser letzten Form, in welcher allein die skeptische Stimmung zu einem be-

stimmten Abschluß gekommen zu sein meint, werden wir sie nicht so durchgängig von überkommenen Vorurtheilen frei finden, wie sie selbst sich zu sein rühmt; Eins aber ist vor allem klar: eine unbedingte Leugnung aller Wahrheit kann diese Endmeinung des Skepticismus niemals einschließen, denn nicht blos die Lösung des Zweifels, sondern der Zweifel selbst ist nur möglich unter Voraussetzung irgend einer anerkannten Wahrheit. Wer auf einen Ausweg aus dem Labyrinth der Skepsis zu irgend einer sicheren Erkenntniß hofft, gibt dies von selbst zu; denn finden kann er diesen Weg nur durch eine Untersuchung; jede Untersuchung aber ist nur möglich, wenn wir mindestens formale Grundsätze der Beurtheilung voraussetzen, nach denen die eine Verknüpfung von Gedanken als richtig von einer anderen als einer falschen oder von einer dritten zweifelhaften unterschieden werden kann. Und wieder, wer jenen Ausweg leugnet, erkennt leugnend selbst das an, was er verneint. Als die antike Sophistik lehrte, es gebe keine Wahrheit, und wenn es eine gäbe, so wäre sie nicht erkennbar, wenn sie endlich selbst erkennbar wäre, so würde sie doch nicht mittheilbar sein, — so widersprach sie durch die That jedem einzelnen dieser Sätze. Denn das Ganze derselben gab sie doch für Wahrheit und konnte mithin nicht jede Wahrheit leugnen; sie suchte die Richtigkeit ihrer Behauptungen ferner zu beweisen und mußte deshalb eben die mittelbare Erkenntniß der Wahrheit, deren Unmöglichkeit sie am liebsten dargethan hätte, zu ihren eigenen Gunsten voraussetzen; die Mittheilbarkeit endlich leugnete sie in dem Augenblicke, wo sie auf Grund derselben Andere überzeugen wollte. Diesen Widersprüchen entgehen auch diejenigen nicht, die in dem Ausdruck ihres Ergebnisses die Form der Behauptung scheuen und nicht die Nichtgeltung irgend einer Wahrheit aussprechen, sondern nur ihr non liquet auch auf diese allgemeine Frage anwenden möchten; gewiß können sie und wir mit ihnen diese Antwort oft geben, wo es sich um die Prüfung einzelner Behauptungen auf Grund gültiger Wahrheiten handelt; daß aber die Geltung aller Wahrheit zweifelhaft sei, läßt sich zwar mit Worten sagen, aber den Worten entspricht kein ausführbarer Gedanke mehr; wir könnten die Bedeutung jenes liquet nicht mehr angeben, das wir hier leugnen, wenn wir nicht gewisse Bedingungen dächten, unter denen es stattfinden würde, wenn wir also nicht irgend eine unbedingt gültige Wahrheit voraussetzten, aus der die

Berechtigung flösse, über dasjenige zweifelhaft zu sein, dessen Uebereinstimmung mit ihr nicht nachweisbar ist. Aber nicht nur jeder Abschluß der Skepsis durch irgend eine Behauptung, sondern auch der Zweifel selbst als Thatsache ist unmöglich ohne diese Voraussetzung, unmöglich wenigstens in dem Sinne, in welchem allein wir hier von ihm zu sprechen haben; denn Ungewißheit freilich würde es dann, wenn keine Wahrheit Nothwendiges und Nichtnothwendiges unterscheiden lehrte, nicht zuweilen, sondern, in Bezug auf Zukünftiges wenigstens, immer geben, dafür aber auch nie Veranlassung zu der zweifelnden Frage, ob ein Gegebenes einem Maßstab entspreche, dem zu entsprechen oder nicht zu entsprechen nur dann einen Unterschied macht, wenn er als Maßstab als Bedingung als Wahrheit anerkannt ist. Wie ausgedehnt daher auch immer die Ansprüche des Skepticismus sein mögen: er kann dennoch nicht nur die Anerkennung einer an sich gültigen Wahrheit, sondern auch die Voraussetzung nicht los werden, menschliches Denken besitze Grundsätze, nach denen es wenigstens die Unnachweisbarkeit der Uebereinstimmung gegebener Vorstellungen mit dieser Wahrheit zu beurtheilen vermöge.

303. Bis zu diesem Zugeständnisse nun läßt die skeptische Stimmung sich leicht treiben; sie wird einräumen, von der Anerkennung einer an sich gültigen Wahrheit durchdrungen zu sein, und zugeben, daß denknothwendige Gesetze unser Untersuchen und Zweifeln beherrschen; aber darüber ist sie bekümmert, ob diese beiden Glieder zusammenpassen. Eben weil wir wissen, daß es eine Wahrheit geben muß, und hierdurch zugleich wissen, daß es einen Irrthum geben kann, wie werden wir gewiß, ob nicht auch jene denknothwendigen Gesetze in unserem Geist dieser Seite des Irrthums angehören, ob also nicht Alles an sich ganz anders sei, als es uns denknothwendig *scheinen* muß zu sein? Es ist klar, daß diese Skepsis, die zum Zweifel nicht durch einen positiven Grund getrieben wird, der in der Natur des bezweifelten Inhalts läge, die vielmehr die allgemeine *Möglichkeit* Zweifel zu erheben für einen Rechtsgrund ihrer wirklichen Erhebung ansieht, niemals eine demonstrative Widerlegung zulassen kann. Denn jeder Grund, den man gegen sie in das Feld führen kann, wird sich nur auf die Evidenz und Nothwendigkeit stützen können, mit welcher er selbst gedacht wird, und gehört also mit zu dem Bereich des Denknothwendigen, in Bezug auf

welches jene öde Frage, ob nicht dennoch Alles ganz anders sei, ins Unendliche wiederholt werden kann. Auch diese Frage ist in der Geschichte der Philosophie mehrmals aufgestellt worden; noch am Anfange der Neuzeit hat Descartes, nachdem er von dem Vorhandensein einer unserem Geiste angeborenen denknothwendigen Ideenfülle sich überzeugt zu haben glaubte, sie in der anschaulichen Gestalt der Vermuthung vorgetragen: ob nicht ein böser Dämon unsere Natur so eingerichtet haben könne, daß alle unsere Gedanken falsch sein und dennoch uns selbst als evidente denknothwendige Wahrheiten vorkommen müßten? Und diese Vermuthung meinte er nur widerlegen zu können durch den Hinweis darauf, daß auch die Vorstellung eines unbedingt vollkommenen heiligen Gottes unter jenen angeborenen Ideen vorhanden sei; aus sich selbst aber könne der endliche Geist nicht den Gedanken dessen erzeugt haben, was größer ist als er selbst, den Gedanken des Unendlichen; nur ein wirklicher heiliger Gott könne ihn in uns gelegt haben, diesem heiligen Gott aber widerspreche es, uns zu täuschen. Es ist ein Zug in dieser Beweisführung, der unsere Aufmerksamkeit reizen könnte: der hindurchblickende Gedanke, in unserer unmittelbaren Zuversicht zu der Bedeutung der sittlichen Idee liege zuletzt die Bürgschaft auch für die Wahrheit unserer Erkenntniß; aber so wie der Schlußsatz hier kurzer Hand Beides zusammenstellt, wird er allerdings Niemand überzeugen. Denn was läßt sich am Ende mit Grund den religiösen Auffassungen entgegenstellen, die auch von dem Glauben an einen heiligen Gott ausgehen, aber es mit seiner erziehenden Weisheit sehr wohl verträglich finden, daß er einen großen Theil der Wahrheit unserer menschlichen Erkenntniß ganz entzogen habe? Und wenn er nun nicht einen Theil, sondern alle Wahrheit uns versagt, dafür aber unsern Geist mit ihm denknothwendigen Einbildungen ausgestattet hätte, welches Recht hätten wir, mit dem tadelnden Namen einer Täuschung diese Versagung der Wahrheit und die Verleihung des Irrthums zu belegen, bevor wir nachgewiesen hätten, daß auf die Gewährung der ersten unser Geist ein Recht besitze, welches Gott nicht ohne Abbruch seiner eignen Heiligkeit unbeachtet lassen dürfte, und daß die Erkenntniß alles Seienden, wie es ist, die nothwendige Vorbedingung zu der Erfüllung der Zwecke sei, die wir den Absichten eben dieser Heiligkeit zutrauen? Diesen Beweis hat Descartes weder erbracht noch versucht; er überläßt sich in diesem Ge-

dankengange sehr sorglos gewissen Annahmen, die bei der Beurtheilung des inneren Verkehrs der Menschen unter einander ihre beschränkte Berechtigung haben, aber zu grundlosen Vorurtheilen werden, wenn sie auf diese umfassendste Frage nach dem Sinne einer in endlichen Geistern sich offenbarenden Denknothwendigkeit angewandt werden; seine Erörterung würde uns wirklich nicht hindern anzunehmen, zwar nicht ein boshafter Dämon, aber eine gestaltende Macht überhaupt habe uns so gebildet, daß in der That Alles uns denknothwendig anders zu sein scheine als es ist. Zweierlei nun bleibt uns übrig. Wir können zuerst denjenigen, der dieser Annahme beizutreten geneigt ist, sich selbst überlassen, da wir die Unmöglichkeit seiner Widerlegung einsehen, so lange er sein Zweifeln nicht auf bestimmte Gründe stützt, die den Zweifel nothwendig machen, sondern nur auf die Möglichkeit, ihn stets ohne allen Grund zu wiederholen; dieser Neigung gegenüber würden wir uns wissenschaftlich auf einen Grundsatz des Selbstvertrauens der Vernunft zurückziehen, dem im Leben auch unser Gegner zu folgen nicht umhin kann und nicht verschmäht: wir würden Denknothwendiges so lange für wahr halten, bis es durch seine eigenen Folgerungen eine andere Aufklärung über sich gibt und selbst uns nöthigt, es für einen Schein zu erklären, der dann nicht schlechthin ungültiger Schein ist, sondern in einer angebbaren Beziehung zu der Wahrheit steht, welcher er nicht mehr gleicht. Dies Verhalten beobachtet man im Leben; denn so lange die Welt steht, ist jener grundlose Skepticismus zwar immer zuweilen wieder zum Vorschein gekommen; aber ebenso oft hat man ihm einfach den Rücken gekehrt. Einer wissenschaftlichen Betrachtung geziemt dies nicht ganz; der andere Weg scheint mir nützlicher, die innere Haltlosigkeit jener wunderlichen Bekümmerniß aufzudecken, ob nicht am Ende Alles an sich anders sei, als es uns denknothwendig scheinen müsse? Was heißt doch endlich dieses Ansich, oder dies Ansichsein von irgend Etwas, das wir unserer denknothwendigen Auffassung desselben Etwas entgegenstellen und das anders sein könnte als diese? Hierin liegt, wie wir jetzt ausführen wollen, ein Vorurtheil unserer zusammengesetzten Bildung, das unbesehen in diese Skepsis, die jedes Vorurtheil abgethan zu haben glaubt, übergegangen ist.

304. Wer über die Berechtigung und die Quellen seiner Er-

kenntniß nachzudenken beginnt, findet sich zunächst in alle die Voraussetzungen verstrickt, die unbewußt im Laufe seiner Bildung auf Grund eigner Erlebniß oder durch Ueberlieferung ihm entstanden sind; denn die Anfangsstimmung des Geistes kann nicht der Zweifel, sondern nur das Zutrauen zu allen seinen Wahrnehmungen sein. Keine von jenen Voraussetzungen ist allgemeiner, als die Vorstellung einer unabhängigen Welt der Sachen, zu der wir alle gewohnt sind unsere Gedankenwelt in Gegensatz zu bringen. Irrthümer, welche uns innerhalb dieser Gedankenwelt begegnen, unterscheiden wir als leicht heilbare Schäden von dem befürchteten großen Irrthum, in welchem sich vielleicht die gesammte Folgerichtigkeit der Gedankenwelt gegenüber jener Welt der Sachen selbst befindet. Die zweifelnde Frage, ob nicht doch Alles anders sein könnte, als es uns scheinen muß, hat daher verständlichen Sinn zunächst nur unter der Voraussetzung, daß unser Erkennen zum Abbilden einer Sachenwelt bestimmt sei, und in der That hat man am häufigsten die Wahrheit, über deren Möglichkeit für uns man ungewiß ist, als die Uebereinstimmung unserer Erkenntnißbilder mit dem Verhalten der Sachen definirt, welches sie abzubilden behaupten. Das gewöhnliche Bewußtsein verläßt im Leben diesen Standpunkt nie; die Philosophie hat ihn öfters, im Verlaufe ihrer Untersuchungen und auf Grund von Erkenntnissen, die sie schon zu besitzen glaubte, aufgegeben; einer Skepsis aber, welche bei Erforschung der Möglichkeit unserer Erkenntniß allen Vorurtheilen entsagen wollte, war es zunächst Pflicht, nicht eine Definition der von ihr gesuchten Wahrheit stillschweigend beizubehalten, die auf das unerörterte Vorurtheil von dem Vorhandensein jener Außenwelt der Sachen gegründet ist. Bestreiten, daß diese Annahme ein Vorurtheil sei, könnte nur derjenige, der nie einen Zweifel erhöbe, sondern an der unmittelbaren Wahrnehmung sich so vollständig genügen ließe, daß sie ihm zugleich ein zwingendes Zeugniß für das Dasein und zugleich eine fehlerlose Offenbarung über die Natur dieser Außenwelt schiene; wer aber einmal an der Wahrheit einer Wahrnehmung zweifelt und dabei als selbstverständlich die Voraussetzung von dem Dasein der Sache festhält, der sie eigentlich entsprechen sollte, der kann zuerst seinen Zweifel nur erheben auf Grund gewisser ihm selbst denknothwendig erscheinenden Ueberzeugungen über die Natur jener Sache selbst, die ihm verbieten, die gegebene Wahrnehmung als ihr wahres Abbild anzusehen;

da ihm aber ferner die Sache selbst nun nicht mehr durch unmittelbare Wahrnehmung gegeben ist, so kann auch die Nöthigung, ihr Dasein überhaupt festzuhalten, nur auf dem Zwange einer ihm selbst angebornen Denknothwendigkeit beruhen, die ihn nöthigt, das mannigfache Wahrgenommene durch den Gedanken jenes Nichtwahrgenommenen zu ergänzen, um das Ganze seiner Vorstellungen in eine innerliche, den Gesetzen seines Denkens entsprechende Uebereinstimmung zu bringen. Unserem unmittelbaren Glauben nicht, wohl aber unserer wissenschaftlichen Rechtfertigung über unser Beharren bei der Annahme der Wirklichkeit jener Sachenwelt, liegt eine philosophische Erörterung dieser Gedanken zu Grunde, und die Systeme des Idealismus und des Realismus sind hierüber zu entgegengesetzten Ergebnissen gekommen. Diese umfassende Frage hier zur Entscheidung zu bringen, ist nicht im mindesten unsere Aufgabe; im Gegentheil ist unsere Absicht zu zeigen, daß sie methodologisch nicht in diesen Beginn erkenntnißtheoretischer Ueberlegungen hätte eingeflochten werden sollen. Ein und derselbe Gedanke ist zu diesem Zwecke in zwei Formen zu verfolgen; zuerst ist zu erinnern, daß jede Entscheidung über jene Frage die Anerkennung der Competenz des Denkens voraussetzt; dann ist zu zeigen, daß nie etwas Anderes als der Zusammenhang unserer Vorstellungen unter einander den Gegenstand unserer Untersuchungen ausmachen kann.

305. Wenige Worte genügen, um das Erste zu wiederholen. Jede Kritik unseres gesammten Erkenntnißvermögens P, unternommen in der Absicht, seine Uebereinstimmung mit der Natur von Dingen zu untersuchen, würde zur Entscheidung eine andere Quelle Q der Wahrheit voraussetzen, welche uns diese Natur unverfälscht kennen lehrte; denn nur Bekanntes mit Bekanntem können wir vergleichen, nicht Bekanntes mit Unbekanntem. Sei nun dieses Q uns gegeben, gleichviel ob in Gestalt einer umfassenden, unserem Geiste ursprünglich mitgetheilten Offenbarung oder in Gestalt einer Gewißheit, die uns in Bezug auf einzelne Fragen jedesmal in dem Augenblicke ihrer Aufwerfung plötzlich überkäme, wie werden wir es mit den Aussprüchen jenes P vergleichen, welches uns unsere Einzelvorstellungen nach bestimmten Gesetzen zu verknüpfen gebietet? Sind P und Q einstimmig, wodurch würden wir sie beide unterscheiden können, um die Ueberzeugung zu gewinnen, daß nicht nur unsere subjective Erkenntniß P hier zu Worte gekommen, sondern

außerdem noch durch jene höhere objective Wahrheit Q bestätigt und in ihrer Uebereinstimmung mit den Dingen selbst bezeugt worden ist? Wir würden es gar nicht können, sondern der vereinigte Ausspruch beider würde genau denselben Zweifeln unterliegen, denen der von P allein ausgesetzt gewesen wäre. Wenn aber Q uns etwas anderes lehrte als P, wie würden wir den Streit entscheiden? Gesetzt auch, daß thatsächlich Q die Wahrheit und P den Irrthum lehrte, auf welche andere Weise könnte unser Glaube an diese höhere Berechtigung von Q erweckt werden als durch die größere unmittelbare Gewißheit, mit welcher sein Ausspruch gegenüber dem von P auftritt? Aber diese Gewißheit ist undenkbar, ohne daß Q mit eben derjenigen Wahrheit übereinstimmt, die das allgemeine Gesetz unserer subjectiven Erkenntnißfähigkeit P bildet; was dieser widerstreitet, würde, auch in unmittelbarer Wahrnehmung gegeben, uns stets für ein Räthsel, aber nicht für Offenbarung gelten. Bleiben daher Q und P einander entgegengesetzt, so erfahren wir nicht eine Widerlegung des P durch das höhere Recht des Q, sondern wir erleben einen inneren Widerstreit zwischen zwei Aeußerungen desselben unserem Geist eigenthümlichen Erkenntnißvermögens, einen Widerstreit, der entweder bei dem Mangel einer anrufbaren höheren Instanz niemals oder nur dadurch geschlichtet werden kann, daß eben dieses selbe Erkenntnißvermögen einen ihm selbst angehörigen höheren Gesichtspunkt auffindet, von welchem aus eine oder die andere jener entgegengesetzten Aeußerungen berichtigt und der nun blos scheinbare Widerspruch zwischen ihnen beseitigt wird. Auf das mithin, was uns denknothwendig ist, sind wir thatsächlich in jedem Falle beschränkt; das Selbstvertrauen der Vernunft, daß Wahrheit überhaupt durch Denken gefunden werden könne, ist die unvermeidliche Voraussetzung alles Untersuchens; welches der Inhalt der Wahrheit sei, kann immer nur durch eine Selbstbesinnung des Denkens gefunden werden, das seine einzelnen Erzeugnisse unablässig an dem Maßstabe der allgemeinen Gesetze seines Thuns mißt und prüft.

306. Ueber den hierin enthaltenen Cirkel bedenklich zu sein, ist nicht nur nutzlos, da seine Unvermeidlichkeit nun doch handgreiflich ist, sondern auch überflüssig, weil niemals, und dies ist das Andere, was wir zu zeigen haben, ein Augenblick kommen kann, welcher den in dunklem Argwohn von dorther befürchteten Schaden uns bemerkbar

werden ließe. Alles, was wir von der Außenwelt wissen, beruht auf den Vorstellungen von ihr, die in uns sind; es ist völlig gleichgültig zunächst, ob wir idealistisch das Vorhandensein jener Welt leugnen und nur unsere Vorstellungen von ihr als das Wirkliche betrachten, oder ob wir realistisch an dem Sein der Dinge außer uns festhalten und sie auf uns wirken lassen; auch in dem letzteren Falle gehen die Dinge doch nicht selbst in unsere Erkenntniß über, sondern nur Vorstellungen, die nicht Dinge sind, erwecken sie in uns. Die mannigfaltigen Vorstellungen in uns also, woher sie auch gekommen sein mögen, bilden das einzige unmittelbar Gegebene, von dem unsere Erkenntniß beginnen kann; in ihnen und in dem Verlauf ihres Wechsels und ihrer Verknüpfungen suchen wir eine gesetzliche Ordnung nach Anleitung der allgemeinen Grundsätze unseres Denkens auf, die uns bestimmen, was für Ordnung und Wahrheit, was für Widerspruch und Räthsel zu halten sei. So oft wir ein solches Gesetz entdeckt haben, nach welchem sich der Zusammenhang zweier bestimmten Vorstellungen B und F in uns allgemein und immer richtet, so oft haben wir ein Stück von dem erreicht, was wir Erkenntniß der Sache nennen; scheitern wir in der Bemühung, einen so beständigen Zusammenhang zwischen B und F aufzufinden, so liegt ein Räthsel vor, dessen Auflösung wir immer darin suchen, allgemeingültige Beziehungen zwischen B und einem andern Vorstellungsinhalt M, zwischen F und einem vierten N aufzusuchen, und dann zu zeigen, daß wegen eines veränderlichen Zusammenhanges, der zwischen M und N stattfindet, derjenige zwischen B und F nicht durch das versuchte einfache Gesetz, sondern nur durch ein anderes, das auf M und N Rücksicht nimmt, ausgedrückt werden kann. Zweifeln wir endlich daran, ob eine Relation, die wir zwischen zwei Vorstellungen B und F in uns gefunden haben, sachlich richtig sei, so heißt dies nie etwas anders als: wir zweifeln daran, ob allgemein und immer, so oft B und F in unserem Bewußtsein als Vorstellungen auftreten werden, zwischen ihren Inhalten dieselbe Relation stattfinden werde, die wir vorher aus nur einigen ihrer Wiederholungsfälle abstrahirt hatten. Was man aber mit der wiederholten Frage wolle, ob eine für unser Bewußtsein **immer** sich bestätigende Beziehung zwischen B und F auch **an sich** richtig sei, ist nur in einem Falle begreiflich: dann nämlich, wenn diese hier thatsächlich bestehende Beziehung den allge-

meinen Voraussetzungen nicht gemäß ist, welche wir nach der eignen Nothwendigkeit unseres Denkens über alle Beziehungen des Mannigfaltigen überhaupt und so auch über diejenigen machen müssen, die wir uns als bestehend zwischen verschiedenen von uns unabhängigen realen Wesen denken wollen. Nicht dies Reale einer vorausgesetzten Außenwelt selbst tritt hier zwischen unsere Vorstellungen als ein Maßstab, an dem die Wahrheit dieser Vorstellungen zu messen wäre; sondern immer nur die uns nothwendige Vorstellung von dem möglichen Verhalten einer solchen Welt, wenn sie ist, also einer unserer eigenen Gedanken, ist das Maß, an dem wir die unmittelbar evidente oder einer Aufklärung bedürftige Wahrheit anderer Gedanken messen.

307. Es ist vielleicht überflüssig, vielleicht aber doch nützlich, diese einfache Ueberlegung noch von entgegengesetzter Seite her zu wiederholen, und zu fragen, wie es denn zugehen müsse, wenn wir irgend eine angebliche Erkenntniß Z als einen Irrthum erkennen sollen? Gesetzt, wir wüßten aus unseren Beobachtungen, daß zwischen wiederholt in uns entstehenden Vorstellungen B und F die unveränderliche Beziehung Z nicht stattfinde, diese Beziehung sich vielmehr ändere je nach den veränderlichen Verhältnissen, in denen B mit M und F mit N verbunden vorkomme; ein anderer unserer Mitmenschen aber lebe in einem Erfahrungskreise, in welchem ausschließlich die Bedingungen gelten, unter denen die Relation Z zwischen B und F stets bestehen muß: so wird für ihn weder je die Veranlassung zu einem Zweifel an Z kommen, noch wird der Glaube an Z den Zusammenhang seiner übrigen Vorstellungswelt beeinträchtigen, so lange Z mit den allgemeinen Gesetzen seines Denkens verträglich ist. Allerdings wird die Voraussetzung, Z sei eine von weiteren Bedingungen unabhängige Relation zwischen B und F, es ihm sehr erschweren können, für die Verhältnisse anderer Bestandtheile U und W seines Erfahrungskreises ein einfaches Gesetz zu finden, das er finden würde, wenn er die Abhängigkeit des Z von Bedingungen erkannt hätte, die auch das Verhältniß zwischen U und W mitbestimmen; aber so lange er seinen Glauben an Z nicht weiter als auf die Gegenstände seiner Vorstellungswelt ausdehnt, wird es ihm doch gelingen, das in dieser Zusammengehörige in einen wenn auch schwerfällig ausgedrückten Zusammenhang zu bringen. Wir nun, im Besitz der Beobachtungen, die ihm fehlen,

sehen seinen Irrthum; ihn selbst aber können wir von demselben nur dadurch überzeugen, daß wir ihn aus seinem beschränkteren Erfahrungskreise herausreißen und in einen weiteren versetzen; dann, wenn in ihm selbst neue Vorstellungsverknüpfungen entstehen, die von seinen früheren sich unterscheiden, wird er zugestehen, sich geirrt zu haben; und auch dann nur zugestehen, daß die Allgemeinheit falsch war, mit der er die Relation Z zwischen B und F dachte, während sie immer wahr bleibt, wenn die Bedingungen hinzugedacht werden, unter denen sie ihm unbewußt galt. Wie nun, wenn wir an die Stelle dieses einen in ungünstige Verhältnisse gebannten Beobachters die menschliche Vernunft überhaupt setzen und sie eingeschränkt in eine zusammenhängende Vorstellungsweise denken, die dem wahren Verhalten einer außer ihr befindlichen Sachenwelt nicht entspricht? Auf welche Weise wird der beständige Irrthum, in welchem wir uns dann alle befinden, zu unserer Kenntniß kommen und welchen Schaden wird unsere Erkenntniß von seinem Fortbestande haben? Sehen wir zunächst ab von der Belehrung, die uns ein Engel ertheilen könnte, so finden wir: die Sachen selbst sind es gewiß nicht, die sich plötzlich einmal selbst zwischen unsere Gedanken drängen und deren Falschheit aufdecken; käme auch die Welt der Dinge in ihrem selbständigen Verlauf einmal in neue Constellationen, die ganz schneidend den Auffassungen widersprächen, welche wir uns über sie gebildet hätten: merklich würde uns dieser Widerspruch immer nur dadurch, daß ihre Einwirkung auf uns jetzt Vorstellungen in uns erweckte, deren Verknüpfung den früher für sie angenommenen Regeln nicht mehr folgt. Dann haben wir einen jener inneren Irrthümer begangen, deren Vorkommen wir natürlich zugestehen; wir haben die veränderliche Welt der Vorstellungen in uns, das einzige Material, das unserem Erkenntnißbestreben vorliegt, falsch interpretirt; wir erkennen jetzt, daß wir zugelernt haben und daß der Satz Z die früher von ihm geglaubte Allgemeingültigkeit nicht besitzt, aber auch, daß er zu gelten fortfährt, wenn die jetzt bekannt gewordenen Bedingungen seiner Gültigkeit zu ihm hinzugedacht werden. Und da nun die Allgemeingültigkeit des Z ein Irrthum ist, so ist auch die so beschränkte Gültigkeit des Z eine Wahrheit, und wir lernen einsehen: weil Irrthum uns zuletzt immer nur durch einen inneren Widerstreit in unserer eigenen Vorstellungswelt bemerkbar werden kann, so besteht auch das

Erkennen der Wahrheit nur in der Auffindung von Gesetzen, nach denen dieser innere Zusammenhang unserer Vorstellungswelt sich immer richten wird, wie unendlich wir auch ihren veränderlichen Lauf fortgesetzt denken mögen. Gewiß ist diese Auffindung ein unvollendbares Unternehmen und wir haben die ganze Wahrheit nicht, sondern wir suchen sie; so oft wir indessen eine frühere Ueberzeugung Z auf Veranlassung neuer Erfahrungen in unserer Vorstellungswelt berichtigen, haben wir zwar noch nicht die volle Wahrheit erreicht, aber diejenigen Irrthümer aufgehoben, die ohne diese Berichtigung fortgedauert hätten.

308. Ich müßte mich sehr täuschen, oder diese Erörterung wird Niemand genügen. So bleiben wir dennoch, wird man einwerfen, wenn wir auch innere Widersprüche in uns tilgen, in den umfassenden Irrthum unseres ganzen in sich verwachsenen Vorstellens eingeschlossen und sehen nie die Wahrheit an sich, sondern nur was uns Wahrheit scheinen muß. Rufen wir denn jetzt jenen Engel zu Hülfe, der aus seiner reinen Atmosphäre herab die Dinge schaut, wie sie sind. Wie sehr, bilden wir uns ein, würden wir erschrecken, wenn plötzlich durch ihn der Schleier vor unsern Augen gelüftet würde, und wir nun sähen, wie Alles ganz anders ist, als wir uns es vorgestellt hatten! In der That, einen sehr freudigen Schrecken würden wir empfinden, wenn dieser Augenblick uns offenbarte, wie dieselben inhaltvollen Vorstellungen, die wir früher hatten, durch einfache uns verborgen gebliebene Mittelglieder nach denselben Gesetzen, nach denen unser Denken sich früher bewegte, lückenlos und ohne Widerspruch begreiflich würden. Aber auch nur unter dieser Bedingung. Wäre es eine ganz neue Welt, die uns jetzt aufginge, ohne Aehnlichkeit und Zusammenhang mit der, in der wir früher lebten, so würden wir ja nicht sehen, daß Alles anders sei, als wir dachten; denn damit meinten wir ja, daß eben d a s j e n i g e alles anders sei, w a s wir dachten; das ganz neue Schauspiel, das keine Vergleichung mit dem vorigen zuließe, würde, aus dem Grunde wenigstens, den wir hier im Sinne hatten, uns weder freudig noch ängstlich erschrecken; selbst überraschen könnte es nur durch Gegensatz, also doch durch Beziehung auf den Inhalt unseres früheren Irrens. Aber auch wir, die nun Sehenden, müßten dieselben sein, die wir früher blind waren. Hätte jener Offenbarungsaugenblick auch die Gesetze unsers Denkens umgewandelt und die Bedingungen verändert, die

für uns Wahrheit und Irrthum unterschieden, so würden wir zwar, wenn die neueröffnete Welt diesen neuen Bedingungen der Wahrheit durchgängig entspräche, keinen Anlaß haben, irgend einen einzelnen Bestandtheil derselben in Zweifel zu ziehen; aber was sollte uns vor dem allgemeinen Zweifel schützen, ob nicht auch diese in sich zusammenstimmende neue Vorstellungswelt die wahre Natur der Dinge verfehle, und ob nicht an sich wieder Alles anders sei, als auch sie uns Alles erscheinen lasse? Will man diesen Zweifel dadurch ausschließen, daß nach unserer eigenen Voraussetzung ja eben die Wahrheit der Dinge selbst es sei, die den Inhalt der neuen Anschauungen ausmache? Aber es würde ja, um die Möglichkeit des Zweifels auszuschließen, nicht die Thatsache hinreichen, daß unsere Abbildung der Dinge die richtige *sei*; wir müßten auch Mittel haben, um sie mit Gewißheit für die richtige zu *erkennen*. Dies Mittel besitzen wir nun in Bezug auf einzelne Bestandtheile unserer Erkenntniß; ihre Richtigkeit können wir daran ermessen, daß sie nach den allgemeinen Gesetzen unseres Denkens beurtheilt im Einklang mit allen übrigen Bestandtheilen derselben Erkenntniß sind; das Ganze unserer Vorstellungswelt können wir in Bezug auf seine Wahrheit nicht durch Vergleichung mit einer Realität beurtheilen, welche, so lange sie nicht erkannt wird, für uns nicht vorhanden ist, sobald sie aber vorgestellt wird, denselben Zweifeln unterliegt, welche allen andern Vorstellungen als solchen gelten. Und endlich, die Thatsache selbst ist ja unmöglich und sinnlos, die wir oben noch zugaben; was kann es heißen, daß jenes höhere Anschauen Vorstellen oder Erkennen die Sache selbst gebe, wie sie ist? Wie hoch wir auch die Einsicht vollkommnerer Wesen über die unsere erheben mögen: so lange wir noch etwas irgend Verständliches unter ihr denken wollen, wird sie doch immer unter einen dieser Begriffe des Wissens Anschauens Erkennens fallen, d. h. sie wird nie die Sache selbst, sondern immer ein Ganzes von Vorstellungen *über* die Sache sein. Nichts ist einfacher als die Ueberzeugung, daß *jeder* erkennende Geist Alles nur so zu Gesicht bekommen kann, wie es für ihn aussieht, wenn er es sieht, aber nicht so wie es aussieht, wenn es Niemand sieht; wer eine Erkenntniß verlangt, welche mehr als ein lückenlos in sich zusammenhängendes Ganze von Vorstellungen über die Sache wäre, welche vielmehr diese Sache selbst erschöpfte, der verlangt *keine* Erkenntniß mehr, sondern etwas völlig

Unverständliches. Man kann nicht einmal sagen, er wünsche die Dinge nicht zu erkennen, sondern geradezu sie selber zu sein; er würde vielmehr auch so sein Ziel nicht erreichen; könnte er es dahin bringen, das Metall etwa selbst zu sein, dessen Erkenntniß durch Vorstellungen ihm nicht genügt, nun so würde er es zwar sein, aber um so weniger sich, als nunmehriges Metall, erkennen; beseelte aber eine höhere Macht ihn wieder, während er Metall bliebe, so würde er auch als dies Metall sich gerade nur so erkennen, wie er sich selbst in seinen Vorstellungen vorkommen würde, aber nicht so, wie er dann Metall wäre, wenn er sich nicht vorstellte.

309. Warum sollte, in diesen grundlegenden Fragen, die Weitläufigkeit zu schelten sein, die ich mir gestattet habe? Ihr Ertrag ist freilich gering. Wir haben uns überzeugt, daß das veränderliche Ganze unserer Vorstellungen der einzige uns gegebene Stoff unserer Arbeit ist; daß Wahrheit und ihre Erkenntniß nur in allgemeinen Gesetzen des Zusammenhangs besteht, die sich an einer bestimmten Mehrheit von Vorstellungen ausnahmslos so oft bestätigt finden, als diese Vorstellungen wiederholt in unserem Bewußtsein auftreten; daß in dem weiteren Verlauf der Gedanken, die solche Wahrheiten suchen, sich uns nothwendig, ebenfalls unserer Vorstellungswelt angehörig, der Gegensatz zwischen unseren Vorstellungen und Gegenständen ausbildet, auf welche wir sie gerichtet glauben; daß die Frage über die Wahrheit dieses Gegensatzes und über die Bedeutung, die je nach ihrer Beantwortung unseren Vorstellungen zukommen kann, eine Frage der Metaphysik, ganz mit Unrecht in diesen Anfang erkenntniß-theoretischer Untersuchungen verwickelt wird; daß wir zwar in Bezug auf einzelne unserer Gedanken zweifeln können an der Möglichkeit, sie mit allem andern Inhalt unseres Bewußtseins in Einklang zu bringen und daß dieser auf bestimmten Gründen beruhende Zweifel auch den Versuch seiner allmählichen Widerlegung zuläßt; daß dagegen eine Skepsis, welche befürchtet, es könne Alles anders sein, als es scheinen muß, ein in sich widersprechendes Beginnen ist, weil sie stillschweigend voraussetzt, es könne überhaupt ein Erkennen geben, welches die Dinge nicht erkennte, sondern sie wäre, und dann nur zweifelt, ob unserem Erkennen diese unmögliche Vortrefflichkeit beschieden sei; daß endlich, auch wenn man diese unzulässige Beziehung der Vorstellungswelt auf eine ihr fremde

Welt der Objecte fallen läßt, dennoch eine Untersuchung übrig bleibt, welche innerhalb der Vorstellungswelt die festen Punkte, die ersten Gewißheiten aufzufinden strebt, von denen aus die veränderliche Menge der übrigen Vorstellungen annähernd in gesetzlichen Zusammenhang zu bringen gelingen kann. Ich werde verschiedene Gelegenheiten haben und benutzen, diese Auffassungsweise zu verdeutlichen; ich werfe zunächst einen Blick auf die Verfahrungsweisen der Skepsis, deren verschiedene Wendungen das Alterthum im Ganzen mit mehr Vollständigkeit verfolgt hat, als die neuere Zeit, die für viele derselben ein lebhaftes Interesse nicht mehr haben kann.

310. Sextus Empiricus hat uns zusammengefaßt hinterlassen, was der antike Skepticismus vor ihm erarbeitet hatte. Die sinnlichen Wahrnehmungen, die Gefühle der Lust und Unlust, die wir leiden, leugnet auch der Skeptiker nicht; sie drängen sich ihm mit Nothwendigkeit auf und hängen nicht von seinem Urtheil ab; aber alles, was ihnen, den Phänomenen, als Noumenon gegenübersteht, als ein Gedanke, der, in der Erscheinung selbst nicht gegeben, den Inhalt der Wahrnehmung in eine innere Verknüpfung bringen möchte, alles dies ist dem Zweifel unterworfen, und jeder in diesem Sinne gewagten Behauptung läßt sich mit gleichem Rechte eine andere ihr widerstreitende entgegensetzen; nichts bleibt daher dem Weisen übrig, als sich jeder Bejahung oder Verneinung der einen oder der andern zu enthalten und in dieser Suspension des Urtheils die Seelenruhe zu finden, die er vergeblich sucht, so lange er zwischen verschiedenen Annahmen glaubt entscheiden zu müssen. Aber die Skepsis, indem sie die Enthaltsamkeit vom Urtheil nicht blos als thatsächlichen Zustand ihrer Anhänger schildert, sondern mit Gründen sie als die einzig richtige Verfassung des Gemüths beweisen will, wird in diesem Anfange schon sich selbst untreu und setzt nicht blos, hier wenigstens, die Wahrheit der logischen Gesetze voraus, auf deren Macht sie die Triftigkeit ihrer Demonstrationen stützen muß, sondern um die Unmöglichkeit dogmatischer Entscheidungen darzuthun, muß sie mancherlei Dogmen voraussetzen, die nie unter den Phänomenen vorkommen können, sondern immer aus ihnen durch eben die Schlußfolgerungen entstehen, deren Zulässigkeit bestritten werden soll. Die zehn Tropen oder Rechtsgründe des Zweifels, die Sextus zunächst anführt, laufen alle darauf hinaus, daß aus Empfin-

dungen sich nicht ermitteln läßt, wie der Gegenstand an sich selbst beschaffen ist, der sie erzeugt. Der erste Tropus macht auf die Verschiedenheit der thierischen Organisationen aufmerksam; indem er fortfährt: jedem Thiere müsse deshalb ein Gegenstand sinnlich anders erscheinen als dem andern, stützt er sich auf das Dogma, Ungleiches könne von Gleichem nicht auf gleiche Weise afficirt werden; nur durch diesen Schluß war jene Fortsetzung möglich; denn da wir uns in das Innere der Thiere nicht versetzen können, so ist die angebliche Verschiedenheit ihrer Sinnesempfindung eine erschlossene Behauptung, die durch keine unmittelbare Wahrnehmung bestätigt wird. Sie sagt außerdem zu viel; nichts beweist, daß die sichtbare Verschiedenheit der körperlichen Organisation von durchgängiger Bedeutung auch für die Empfindung ist, denn Niemand wird leicht glauben, daß die Katze um ihrer elliptischen Pupillenspalte willen die Raumwelt anders anschauen müßte als der Mensch mit seiner kreisförmigen. Der zweite Tropus wiederholt denselben Gedanken in Bezug auf die Menschen; auch sie sind verschieden organisirt; wollte man daher auch, ohne triftigen Grund, die menschliche Empfindung der thierischen als die richtige und der Sache selbst angemessene vorziehen, so scheitere doch an ihrer Verschiedenheit auch dieser Versuch; man kann daher nur sagen: dem einen erscheine die Sache so, dem andern anders; wie sie selbst ist, bleibt unentschieden. Zu gleichem Ergebniß führen die folgenden beiden Tropen; der dritte beruft sich auf die Verschiedenheit der Sinne; dem Auge ist der Honig gelb, der Zunge süß; vielleicht gibt es noch andere uns mangelnde Empfindungsweisen, denen er noch anders erschiene; wie er selbst ist, muß daher dahingestellt bleiben, denn kein Grund liegt vor, die Aussage des einen Sinnes für richtiger zu halten als die eines andern. Blieben wir aber selbst bei einem Sinne stehen, so zeigt doch der vierte Tropus, wie auch dessen Empfindungen veränderlich sind nach dem Lebensalter, dem Gesundheitszustand, nach Hunger und Sattheit Schlaf und Wachen; wie ein Ding unserem Sinne in jeder dieser Dispositionen erscheint, läßt sich sagen, aber nicht wie es an sich erscheinen würde für ein Subject, das sich in gar keiner von diesen veränderlichen Lagen befände. Diese vier Tropen bezogen sich auf die Natur des Beurtheilers; auf die der zu beurtheilenden Objecte die folgenden vier; der fünfte lehrt, daß Entfernungen und Lagen die Erscheinung desselben Dinges ändern;

der sechste zeigt, daß kein Ding seinen Eindruck unvermischt mit den Eindrücken anderer in uns hervorbringe, der siebente, daß auch die Zusammensetzung scheinbare Eigenschaften erzeuge, die den einfachen Bestandtheilen fehlen, und andere aufhebe, die ihnen zukamen; immer lasse sich daher nur erzählen, wie Jedes unter diesen zusammengesetzten Bedingungen erscheine, nicht wie es an sich und einzeln und abgesehen von seinen verschiedenen Zuständen sei. Man kann die Beispiele zu diesen Tropen nicht ohne Verwunderung darüber lesen, daß sie der antiken Skepsis durchaus nur als Hindernisse wissenschaftlicher Erkenntniß erscheinen; der modernen Forschung sind sie sämmtlich zu Ausgangspunkten von Untersuchungen geworden; indem man sich nicht begnügte, summarisch über die Veränderlichkeit der Erscheinungen unter wechselnden Umständen zu klagen, sondern der Beobachtung die einzelnen Verknüpfungen abfragte, die zwischen einem dieser Umstände und einer bestimmten Aenderung der Erscheinung stattfinden, ist man zur Erkenntniß der allgemeinen Gesetze gelangt, welche dies mannigfaltig wechselnde Spiel der Ereignisse beherrschen. Wie freilich ein Ding an sich sei, wenn es unter gar keiner Bedingung des Erscheinens steht, haben wir dadurch nicht gelernt; aber daß diese Angabe widersinnig sei, wußte die antike Skepsis auch und drückte es in dem achten Tropus aus: Alles steht eben in irgend welchen Verhältnissen, wenn nicht zu andern Dingen, so doch jedesmal, wenn es erkannt werden soll, zu dem Erkennenden; wie es relationslos an sich selbst ist, bleibt daher unsagbar. Von geringerem Interesse für uns sind die beiden letzten Tropen; der neunte erinnert daran, daß unser Urtheil über Größe und Werth der Dinge durch ihre Seltenheit oder Häufigkeit, durch Gewohnheit und Contrast mitbedingt werde; der zehnte beruft sich auf die Verschiedenheit der Völkersitten, um zu zeigen, daß auch hier nur gesagt werden könne, was dem Einen oder dem Andern gut oder schlecht scheine, nicht was an sich gut oder schlecht sei.

311. Den weiteren Verlauf der Pyrrhonischen Hypotyposen des Sextus, aus deren erstem Buche das Angeführte stammt, lasse ich hier unbeachtet. Man wird sich überzeugt haben, daß bis hierher diese Skepsis die Geltung einer Wahrheit nicht leugnet; denn sie klagt ja eben darüber, sie nicht fassen zu können; nur das aber kann man suchen, dessen Wirklichkeit man glaubt. Auch zweifelt sie nicht daran,

daß in unseren Denkgesetzen die Bedingungen enthalten sind, durch deren Erfüllung allein ein Gedanke Wahrheit sein kann; unaufhörlich wiederholt sich das Bemühen, in vollständigen Disjunctionen die verschiedenen Fälle aufzuzählen, die auf Grund dieser Gesetze möglich sind und einander ausschließen; durch dieselbe Consequenz unseres Denkens sollen wir dahin geführt werden, die Enthaltung vom Urtheil als nothwendig anzuerkennen. Aber dies Verhalten allerdings erfährt nachträglich eine Berichtigung; die skeptische Schlußfolgerung befleißigt sich, auch sich selbst mit in die Ungewißheit einzuschließen, welche sie in der Form einer Behauptung vorher über alle unsere angebliche Erkenntniß verhängte. Die Wendungen sind mannigfach und seltsam, die hierzu gebraucht werden. Wenn der Skeptiker beweisführend zu seinem verneinenden Ergebniß komme, so lehre er auch da nichts, sondern erzähle nur, daß ihm, jetzt, in diesem Augenblicke seines Lebens, und in dem Zustande, in dem er sich befinde, die von ihm vorgetragene Meinung die richtige scheine; er bürge nicht dafür, daß sie ihm selbst so in jedem anderen Augenblicke erscheinen werde; wenn er genöthigt sei, die Argumentation eines Andern als zwingend anzuerkennen, so könne er immer antworten: die Wahrheit Z, die dieser lehre, sei ja bis zu diesem Augenblicke unbekannt gewesen, habe aber doch, wenn sie Wahrheit sei, immer schon bestanden und gegolten; was versichere uns nun, daß nicht in späterer Zeit ein Dritter eine neue auch dies Z widerlegende Wahrheit entdecken und beweisen werde, die in diesem Augenblicke, obwohl sie bereits gelte, doch weder bekannt sei noch begriffen oder bewiesen werden könne? Diese Fragen sind unabhängig von der Beziehung unserer Erkenntniß auf einen ihr jenseitigen Gegenstand; sie betreffen allgemein den Grund unserer Gewißheit und das Recht zu dem Zutrauen, welches wir der Wahrheit eines in uns enthaltenen Gedankens schenken; in dieser Hinsicht behalten wir sie Späterem vor. Im Uebrigen aber waren die Darstellungen des Sextus in ein Vorurtheil und in einen Irrthum verwickelt: in das Vorurtheil von dem Vorhandensein jener Welt an sich, zu der das Erkennen in Gegensatz gestellt wurde; dies Vorurtheil kann richtig oder falsch sein, aber es ist hier unentscheidbar; in den Irrthum ferner, die Vorstellung eines Erkennens, welches die Dinge faßt, nicht wie sie erkannt werden, sondern wie sie sind, bedeute noch irgend etwas Verständliches, über dessen Besitz oder

Nichtbesitz ein Streit geführt werden könne; hierüber ist vielmehr das Denken völlig mit sich selbst einig, daß Alles, was Erkennen heißt, Dinge nur vorstellen, aber nicht sie selbst sein kann.

312. Man wird geneigt sein, diesen Satz in der Form: daß wir nur Erscheinungen, nicht das Wesen der Dinge selbst erkennen, als die erste Wahrheit jeder Erkenntnißtheorie auszusprechen und anzuerkennen; ich scheue diese Form, weil sie immer noch ein Vorurtheil enthält, das ich aufgegeben wünschte. Dies zwar, daß die kategorische Gestalt des Satzes eben das Vorhandensein jener Dinge voraussetzt, würde durch Umwandlung in hypothetische sich beseitigen: wenn Dinge sind, so erkennt das Erkennen nur ihre Erscheinung, nicht ihr Wesen. Auch so aber enthält sichtlich der Satz den Nebengedanken einer verfehlten Bestimmung; jenes nur deutet an, daß unser Erkennen, eigentlich bestimmt, das Höhere, das Wesen der Dinge, zu erfassen, sich mit dem Schlechteren, der Erscheinung, begnügen müsse. Diese Werthvertheilung ist ein Vorurtheil; ein richtiges vielleicht, vielleicht ein unrichtiges, je nachdem der weitere Fortschritt der Wissenschaft entscheiden wird, den wir hier nicht vorausnehmen können. Willkürlich erscheint es indessen schon hier, das Erkennen in die Stellung eines Mittels zu rücken, das seinem Zwecke, Dinge zu fassen wie sie sind, keineswegs entspreche; denkbar ist schon hier eine entgegengesetzte Ansicht, welche die Dinge als Mittel betrachtete, das ganze Schauspiel der Vorstellungswelt in uns hervorzubringen. So, wie sie sind, würden wir dann die Dinge nicht erkennen, aber wir würden darum keinen Zweck verfehlen; in den Erscheinungen, die sie uns geben, würde dann jenes Höhere und Werthvollere liegen, das wir mit dem Namen des Wesens zu bezeichnen suchten, und in der Auffindung des Sinnes, des Zusammenhangs und der Gesetze, welche diese innerliche Erscheinungswelt beherrschen, würde die Erkenntniß der Wahrheit nicht allein zwar, aber vorwiegend und mindestens ebenso sehr bestehen, als in der ängstlich gesuchten Einsicht in die uns und jeder vorstellenden Seele jenseitig bleibenden Mittel, durch welche der Ablauf der inneren Erscheinungen in uns hervorgebracht wird. Aber diese Ueberlegungen fortzusetzen, würde die Grenzen meiner Aufgabe überschreiten; ich wiederhole noch einmal, was ich unter dieser verstanden wünsche: lassen wir gänzlich den Gegensatz unserer Vor-

stellungswelt zu einer Welt der Dinge beiseit; sehen wir allein jene als den Stoff unserer Arbeit an; suchen wir zu ermitteln, wo innerhalb derselben die ursprünglichen festen Punkte der Gewißheit liegen, und wie es gelingen kann, andere Gedanken, die diese Eigenschaft nicht ebenso unmittelbar theilen, mittelbar ihrer theilhaft zu machen. Auf einigen Umwegen, die dennoch nicht Abwege sein werden, erreichen wir vielleicht hierüber Klarheit.

Zweites Kapitel.

Die Ideenwelt.

313. Die Lösbarkeit der Aufgabe, die wir uns stellten, hat schon das Alterthum wiederholt verneint. Daß Alles fließe, war die bekannte und doch in ihrem Sinne uns nicht ganz verständliche Lehre des Heraklit. Daß man sie in dem halbelegischen Tone einer Klage über die Schnelligkeit des Wechsels aufgefaßt, zeigt die Steigerung des Heraklitischen Spruches: nicht zweimal durchschreite man denselben Fluß; man könne es nicht einmal. Aber diesem anschaulichen Hinweis auf Vergänglichkeit hätte die gewöhnlichste Erfahrung auch Beispiele unberechenbarer Dauer entgegen gehalten; ein philosophischer Sinn würde in solcher Weise die ersten nur haben verallgemeinern können, wenn er gegen den Augenschein bewiesen hätte, daß auch die zweiten einen langsamen Wechsel nur verhüllen, ihm aber immer unterworfen sind. Wir wissen nicht, in wie weit dies geschehen, und ob diese Speculation achtlos an dem Umstande vorübergegangen ist, daß eben die verschiedene Geschwindigkeit des Wechsels in das Spiel der Erscheinungen doch wieder einen fruchtbar zu benutzenden Gegensatz des relativ Festeren zu dem Vergänglicheren einführt. Daß ferner einer verändernden Einwirkung von außen her nichts völlig widersteht, Alles mithin verändert werden kann, ist eine zu einfach aus dem Leben zu schöpfende Ueberzeugung, als daß es einer Philosophie bedurft hätte, sie zu entdecken; dennoch bleibt zweifelhaft, in wie weit Heraklit darüber hinaus eine aus inneren Gründen fließende, von außen unveranlaßte Veränderung aller Dinge nur als Thatsache gelehrt, oder ob er die beständige Bewegung als die Möglichkeitsbedingung alles natürlichen Seins, ruhendes Gleichgewicht und Beharren dagegen für unmöglich gehalten

hat. Manches mag es wahrscheinlich machen, ihm diese letztere Steigerung des Gedankens zuzutrauen; völlig gewiß entscheiden wir hierüber ebenso wenig, als über die wichtigere Frage, was denn eigentlich unter dem Allen zu verstehen sei, dem er diese unaufhörliche Veränderlichkeit zuschrieb. Unstreitig umfaßte dieser Ausdruck die Sinnendinge; denn nur in den wechselnden Combinationen ihrer Eigenschaften und Beziehungen lag der natürliche Ausgangspunkt dieser ganzen Ansicht; umfaßte er aber zugleich den Inhalt der Vorstellungen mit, durch den wir diese Sinnenwelt denken? sollte nicht blos alles Wirkliche, sondern auch alles Denkbare diesem ewigen Flusse unterliegen? Ich bezweifle, daß Heraklit diese letzte Meinung gehabt hat; würde doch die allgemeine Unbeständigkeit jeder Denkbestimmung überhaupt jede Untersuchung und Behauptung unmöglich machen; aber die lebhafte Schilderung, die von dem späteren Treiben der Heraklitischen Schule Platon in seinem Theätet entwirft, läßt uns annehmen, daß sie wenigstens kein Bedenken getragen hat, die Lehre ihres Meisters bis zu diesem Satze zu erweitern. Hieran schlossen sich die Bestrebungen der Sophisten; ich meine nicht diejenigen, die unter der Führung des Protagoras nur die subjective Geltung jeder Wahrnehmung für den anerkannten, der sie hat, sondern jene anderen, die in Eleatischer Dialektik geübt nachzuweisen versuchten, daß jeder Begriffsinhalt zugleich das bedeutet, was er meint, und zugleich das, was er nicht meint. Diesem Bestreben trat vornehmlich auf ethischem Gebiete, auf dem es seine verderblichsten Früchte erzeugte, der gesunde Wahrheitssinn des Sokrates entgegen und erinnerte daran, daß die Begriffe des Guten und des Bösen des Gerechten und des Ungerechten ihren eignen festen und unveränderlichen Sinn haben, den nicht das subjective Belieben bald so bald anders bestimmen könne, sondern dem als einer gegebenen und beständig mit sich identischen Bedeutung Jeder den Inhalt seiner dies Gebiet berührenden Vorstellungen lediglich unterzuordnen habe. In dieser Bestrebung mit seinem Lehrer einig, aber von vielseitigeren Beweggründen angetrieben, erweiterte Platon diese Ueberzeugungen zu seiner Ideenlehre, dem ersten und sehr eigenthümlichen Versuche, diejenige Wahrheit zu verwerthen, die unserer Vorstellungswelt innerhalb ihrer selbst und noch abgesehen von ihrer Uebereinstimmung mit einem vorausgesetzten jen-

seitigen Wesen von Dingen angehört. Die philosophischen Bemühungen des Alterthums haben das Anziehende, ausführlich die Bewegungen Kämpfe und Irrthümer der Gedanken darzustellen, in welche jeder Einzelne noch jetzt im Laufe seiner Entwickelung verfällt, und die doch unsere gegenwärtige Bildung nicht mehr mit gleicher Geduld zu verfolgen und zu untersuchen pflegt. Ich gestatte mir deshalb, auf diese Lehre Platons von verschiedenen in unsere jetzige Betrachtung gehörigen Ausgangspunkten einzugehen.

314. Man übersetzt den Platonischen Ausdruck Idee durch Allgemeinbegriff, richtig insofern, als es nach Platon Ideen von Allem gibt, was sich in allgemeiner Gestalt, abgelöst von den Einzelwahrnehmungen, in denen es vorkommt, denken läßt. Dennoch ist es eigentlich erst für eine spätere Gedankenreihe, der wir noch begegnen werden, von Wichtigkeit, daß der ideell gefaßte Inhalt als ein Gemeinsames vieler Einzelinhalte, mithin als Allgemeines denkbar ist; wesentlich ist hier am Anfange nicht sowohl seine Ablösbarkeit von verschiedenen Einzelbeispielen, in denen er mitenthalten ist, als vielmehr seine Unterscheidung als eines an sich etwas bedeutenden Inhalts, den wir vorstellen, von einer bloßen Affection, die wir erleiden. In der letzteren Bedeutung hätte ihn die heraklitische oder pseudoheraklitische Lehre mit in den haltlosen Fluß ihrer Ereignisse verwickeln können, deren jedes nur ist in dem Augenblicke, in dem es geschieht, deren keines aber in der Welt eine bleibende Stätte oder Bedeutung hat, weil keines, nachdem es geschehen, sich jemals sich selbst gleich zu wiederholen braucht; die erste Auffassung dagegen objectivirte unsere Affection zu einem selbständigen Inhalt, der immer bedeutet, was er bedeutet, und dessen Beziehungen zu andern auch dann noch eine ewige immer gleiche Gültigkeit besitzen, wenn weder er selbst noch die anderen sich jemals in unserer wirklichen Wahnehmung erneuern sollten. Wie ich dies meine, habe ich früher Veranlassung gehabt zu erörtern (S. 15 ff.). In unserer Wahrnehmung ändern die Sinnendinge ihre Eigenschaften; aber während das Schwarze weiß wird und das Süße sauer, ist es doch nicht die Schwärze selbst, die in Weiße übergeht, und nicht die Süßigkeit wird zur Säure; jede dieser Eigenschaften vielmehr, ewig sich selbst gleich bleibend, tritt an diesem Dinge ihre Stelle einer andern ab, und die Begriffe, durch welche wir die

Dinge denken, haben nicht selbst an der Veränderlichkeit Theil, die wir, um ihres Wechsels willen, von den Dingen aussagen, deren Prädicate sie sind. Und selbst, wer dies leugnen wollte, würde es wider Willen bejahen; denn er könnte die Süße selbst nicht in Säure übergehen lassen, ohne diese beiden Zustände zu trennen und den ersten durch eine Vorstellung zu bestimmen, die ewig etwas Anderes bedeuten wird, als den zweiten, in den jener sich verwandelt habe. Es ist ein sehr einfacher und unscheinbarer, dennoch sehr wichtiger Gedanke, den Platon hier zuerst ausgesprochen hat. Immerhin mag unseren Sinn die beständige Veränderung der Außenwelt wie ein haltloser Wirbel verwirren: ohne eine hindurchgehende Wahrheit ist sie dennoch nicht; wie auch immer die Dinge wechselnd erscheinen mögen, das was sie in jedem Augenblicke sind, sind sie immer nur durch flüchtige Theilnahme an Begriffen, die selbst nicht flüchtig, sondern ewig sich selbst gleich und beständig, zusammengenommen ein unveränderliches Gedankensystem und den ersten würdigen und festen Gegenstand einer unwandelbaren Erkenntniß bilden. Denn auch davon überzeugten wir uns früher schon, daß nicht blos die abgeschlossene Einheit jedes Begriffsinhalts mit sich selbst, und nicht blos der gleichförmige Gegensatz gegen alles Andere, sondern auch die abgestuften Beziehungen der Aehnlichkeit und Verwandtschaft der verschiedenen mit zu dem Bestande dieser ersten unmittelbaren Erkenntniß gehören. Wenn das Weiße schwarz und das Süße sauer wird, wird es nicht nur anders überhaupt, sondern aus dem Bereich des einen Begriffes, an dem es Theil hatte, gleitet es über in den Bereich eines andern, der von dem ersten durch eine unveränderliche Weite des Gegensatzes getrennt ist, eine größere als diejenige, die zwischen dem Weißen und dem Gelben stattfindet; eine unvergleichbare mit der völligen Kluft, die zwischen dem Weißen und dem Sauren besteht.

315. Ich führe diese einfachen Beispiele noch einmal an, um an ihnen deutlich zu machen, wie es eine Erkenntniß geben kann, deren Wahrheit von der skeptischen Frage nach ihrer Uebereinstimmung mit einem ihr jenseitigen Wesen von Dingen gänzlich unabhängig ist. Hätte auch nur einmal der Lauf der Außenwelt uns in flüchtiger Erscheinung die Wahrnehmung zweier Farben oder Töne vorgeführt: unser Denken würde sie sogleich von diesem Zeitaugenblick trennen und sie und ihre

Verwandtschaften und Gegensätze als einen beharrenden Gegenstand innerer Anschauung verfestigen, gleichviel ob jemals die Wahrnehmung sie uns in wiederholter Wirklichkeit darböte oder nicht. Erführen wir ferner niemals, auf welche Weise diese Ideen als Prädicate an Dingen erscheinen können und worin das eigentlich bestehe, was wir die Theilnahme dieser an ihnen genannt haben, so bliebe zwar eine Frage unbeantwortet, die uns im Verlauf unseres Nachdenkens wichtig werden kann, aber ungestört bliebe uns doch die Gewißheit, daß die Reihe der Farben selbst, die Scala der Töne, gesetzlich zusammenhängende Ganze sind, und daß über die Beziehungen ihrer Glieder zu einander ewig gültige wahre Behauptungen ewig ungültigen falschen entgegengesetzt sind. Und endlich die Frage, ob nicht zuletzt doch die Farben an sich, die Töne an sich anders sind, als sie uns erscheinen, wird Niemand mehr aufwerfen wollen. Oder doch: man begegnet auch dieser Verirrung der Gedanken; eigentlich seien die Töne nur Schwingungen der Luft, Farben nur Erzitterungen des Aethers; nur uns erscheinen beide in Gestalt jener subjectiven Empfindungen. Es ist unnöthig, weitläufig zu wiederholen, daß diese Empfindungen nicht aufhören wirklich zu sein und nicht dadurch aus der Welt als etwas Unberechtigtes hinausgeschafft werden, daß man äußere ihnen unähnliche Ursachen entdeckt, welche für uns die Veranlassungen ihrer Entstehung sind; auch wenn dieselben Schwingungen äußerer Medien anders organisirten Wesen in der Form uns gänzlich unbekannter Empfindungsweisen erschienen, so würden doch die Farben und Töne, die wir gesehen und gehört haben, nachdem wir sie einmal empfunden, einen für uns in Sicherheit gebrachten Schatz von an sich gültigem gesetzlich in sich zusammengehörigem Inhalt bilden. Was jene anderen Wesen empfinden, würde uns, was wir empfinden, ihnen unbekannt bleiben; aber dies hieße nur, daß nicht alle Wahrheit uns zu Theil wird, das aber, was uns zu Theil wird, besitzen wir als Wahrheit kraft der Identität jedes so angeschauten Inhalts mit sich selbst und der beständigen Gültigkeit derselben Beziehungen zwischen verschiedenen. So begreift man wohl, welche Bedeutung es hat, wenn Platon die Prädicate, die an den Außendingen in beständigem Wechsel vorkommen, zu einem festen und gegliederten Ganzen zu vereinigen suchte und in dieser Ideenwelt den ersten wahren Gegenstand sicherer Erkenntniß sah; denn die ewigen

Beziehungen, die zwischen den einzelnen Ideen stattfinden, die einen miteinander verträglich machen, andere einander ausschließen lassen, bilden wenigstens die Grenzen, innerhalb deren das liegt, was in der Wahrnehmung möglich sein soll; was in ihr wirklich ist und wie Dinge es machen, um Ideen zu ihren Prädicaten zu haben, diese andere Frage erschien Platon nicht als die erste und wurde späterer Ueberlegung zurückgestellt.

316. Eine weitreichende Schwierigkeit knüpft sich an diese erste Betrachtung. Wie denken wir eigentlich von Farben, wenn sie von Niemand gesehen, oder von Tönen und ihren Unterschieden, wenn jene von Niemand gehört und diese von Niemand durch Vergleichung wahrgenommen werden? Sollen wir sagen, daß beide dann Nichts sind oder daß sie nicht sind, oder kommt ihnen auch dann noch ein schwerbestimmbares Prädicat, irgend eine Art des Seins oder der Wirklichkeit zu? Sie für Nichts zu halten, werden wir Anfangs nicht geneigt sein; denn eben, so lange wir sie, um diese Frage zu beantworten, in Gedanken festhalten, ist jede Farbe und jeder Ton ein bestimmter von andern sich unterscheidender Inhalt, ein Etwas mithin und nicht ein Nichts. Aber diese Entscheidung wird uns zweifelhaft durch die Antwort, die wir auf den zweiten Theil der Frage glauben geben zu müssen. Von Dingen meinen wir noch, unklar genug, zu wissen, worin ihr Sein auch dann noch besteht, wenn sie für Niemandes Erkenntniß Gegenstände, sondern rein für sich sind; was es aber heiße, daß ein Ton sei, wenn er von keinem Ohre gehört, und wenn auch die lautlose Vorstellung seines Klingens von keiner Seele erzeugt würde, wissen wir ebensowenig zu sagen, als wie ein Schmerz dann noch ist, wenn er Niemandem wehthut. Das aber, was nicht ist, weder für sich noch in unserer Vorstellung, wie könnte es noch Etwas sein und sich von Anderem unterscheiden? Darauf zu antworten zögern wir dennoch; es liegt offenbar, ganz allgemein ausgedrückt, in jener ersten Entscheidung ein gewisses Element von Bejahung, das nicht ganz durch die Verneinung zu Grunde gehen darf, welche diese zweite ausspricht. Vielleicht scheint es uns eine Auskunft, die kategorische Form unseres zu fällenden Urtheils in eine hypothetische zu verwandeln: zwei ungehörte und unvorgestellte Töne sind nicht Etwas und stehen nicht in Verhältnissen, aber sie werden immer jeder Etwas und von dem andern

verschieden sein und in einem bestimmten Verhältnisse des Gegensatzes stehen, wenn sie gehört oder vorgestellt werden. Unmittelbar aber befriedigt uns auch dies nicht; denn immer, um nur vorstellen zu können, wie den Tönen a und b diese verschiedenen Schicksale des Nichtvorgestellt- und des Vorgestelltwerdens begegnen können, und wie dann, wenn sie vorgestellt werden, die Beziehung z, wenn aber andere vorgestellt werden, die Beziehung z^1 mitgedacht werden muß, scheinen wir doch genöthigt zu sein, ihnen auch dann, wenn sie nach unserer jetzigen Behauptung noch nicht wären, gleichwohl schon ein Sein und ein Etwassein zuzuschreiben und in diesem den Grund für ihr späteres Sein und die bestimmte Gestalt ihrer dann eintretenden Beziehungen zu suchen. Diese spitzfindigen Erörterungen will ich so nicht fortsetzen, sondern biete zu ihrem Abschluß Folgendes an. Es gibt allerdings einen sehr allgemeinen Begriff von Bejahtheit oder Position, der uns in verschiedenen Untersuchungen begegnet, und zu dessen Bezeichnung die Sprachen, die nicht an den einfachsten Elementen des Denkens, sondern an sehr zusammengesetzten und concreten Vorstellungsinhalten sich zuerst geübt haben, einen abstracten Ausdruck von wünschenswerther Reinheit nicht zu besitzen pflegen. Aber es wäre nicht gutgethan, dafür einen Kunstausdruck zu schaffen, dessen Verständniß zweifelhaft bleibt, weil er Niemandem von Natur mundgerecht oder denkgerecht ist; führt doch auch der häufig dafür gebrauchte Name der Position durch seine etymologische Form den ganz ungehörigen Nebenbegriff einer Handlung oder Operation der Setzung mit sich, durch deren Ausführung jene zu bezeichnende Bejahtheit erzeugt würde. Man wird doch sich an die gewöhnliche Sprache halten und ein Wort wählen müssen, das im Gebrauche, annähernd mindestens und kenntlich, als Ausdruck des gesuchten Gedankens sich nachweisen läßt. Für deutsche Bezeichnung dient hierzu das Wort Wirklichkeit. Denn wirklich nennen wir ein Ding, welches ist, im Gegensatz zu einem andern, welches nicht ist; wirklich auch ein Ereigniß, welches geschieht oder geschehen ist, im Gegensatz zu dem, welches nicht geschieht; wirklich ein Verhältniß, welches besteht, im Gegensatze zu dem, welches nicht besteht; endlich wirklich wahr nennen wir einen Satz, welcher gilt, im Gegensatz zu dem, dessen Geltung noch fraglich ist. Dieser Sprachgebrauch ist verständlich; er zeigt, daß wir unter Wirklichkeit immer eine Bejahung

denken, deren Sinn sich aber sehr verschieden gestaltet, je nach einer dieser verschiedenen Formen, die sie annimmt, deren eine sie annehmen muß, und deren keine auf die andere zurückführbar oder in ihr enthalten ist. Denn aus Sein läßt sich nie ein Geschehen machen, und die Wirklichkeit, welche den Dingen zukommt, nämlich zu sein, gebührt nie den Ereignissen; diese sind nie, aber sie geschehen; ein Satz aber ist weder, wie die Dinge, noch geschieht er, wie die Ereignisse; auch daß sein Inhalt bestehe wie ein Verhältniß, kann erst gesagt werden, wenn die Dinge sind, zwischen denen er eine Beziehung aussagt; an sich aber, und abgesehen von allen Anwendungen, die er erfahren kann, besteht seine Wirklichkeit darin, daß er gilt und daß sein Gegentheil nicht gilt. Mißverständnisse nun müssen immer entstehen, wenn wir einem Object unseres Nachdenkens, überzeugt, daß ihm irgend eine Wirklichkeit oder Bejahung zukommen müsse, doch nicht diejenige Art derselben, die seiner eigenthümlichen Natur zugehört, sondern eine andere beizulegen suchen, für die es nicht zugänglich ist; dann entsteht jener eben berührte Widerstreit zwischen der Ueberzeugung von der Richtigkeit einer Bejahung überhaupt und der Unmöglichkeit der bestimmten, die man irrthümlich versucht. Den Vorstellungen, sofern wir sie haben und fassen, gebührt die Wirklichkeit in dem Sinne eines Ereignisses, sie geschehen in uns, denn als Aeußerungen einer vorstellenden Thätigkeit sind sie nie ein ruhendes Sein, sondern ein dauerndes Werden; ihr Inhalt aber, sofern wir ihn abgesondert betrachten von der vorstellenden Thätigkeit, die wir auf ihn richten, geschieht dann nicht mehr, aber er ist auch nicht so wie Dinge sind, sondern er gilt nur noch. Und endlich, was dieses Gelten heiße, muß man nicht wieder mit der Voraussetzung fragen, als ließe sich das, was damit verständlich gemeint ist, noch von etwas Anderem ableiten; als wäre es etwa möglich, Bedingungen anzugeben, unter deren Einwirkung entweder das Sein, welches den Dingen zukommt, so abgeschwächt und modificirt, oder das Geschehen, welches die vergängliche Wirklichkeit der Vorstellungen bildet, sofern sie Erregungen unseres Bewußtseins sind, so verfestigt und verselbständigt werden könnte, daß beide, von verschiedenen Seiten her, in diesen Begriff des Geltens übergingen, welcher von dem geltenden Inhalte ebensowohl die Wirklichkeit des Seins leugnet, als die Unabhängigkeit von unserem Denken behauptet.

So wenig Jemand sagen kann, wie es gemacht wird, daß Etwas ist oder Etwas geschieht, ebenso wenig läßt sich angeben, wie es gemacht wird, daß eine Wahrheit gelte; man muß auch diesen Begriff als einen durchaus nur auf sich beruhenden Grundbegriff ansehen, von dem Jeder wissen kann, was er mit ihm meint, den wir aber nicht durch eine Construction aus Bestandtheilen erzeugen können, welche ihn selbst nicht bereits enthielten.

317. Von hier aus scheint mir Licht auf eine befremdliche Angabe zu fallen, die in der Geschichte der Philosophie überliefert wird: Platon habe den Ideen, zu deren Bewußtsein er sich erhoben, ein Dasein abgesondert von den Dingen, und doch, nach der Meinung derer, die ihn so verstanden, ähnlich dem Sein der Dinge, zugeschrieben. Es ist seltsam, wie friedlich die hergebrachte Bewunderung des Platonischen Tiefsinns sich damit verträgt, ihm eine so widersinnige Meinung zuzutrauen; man würde von jener zurückkommen müssen, wenn Platon wirklich diese gelehrt und nicht nur einen begreiflichen und verzeihlichen Anlaß zu einem so großen Mißverständniß gegeben hätte. Der Ausdruck philosophischer Gedanken ist von der Leistungsfähigkeit der gegebenen Sprache abhängig, und es ist kaum vermeidlich, zur Bezeichnung dessen, was man meint, Worte zu benutzen, welche diese eigentlich nur für Verwandtes, was man nicht meint, ausgeprägt hat, dann vorzüglich, wenn ein neues Gebiet eröffnet wird und die Dringlichkeit der Unterscheidung des Gemeinten von jenem Anderen noch wenig empfunden werden kann. Hierin scheint mir der Grund jenes Mißverständnisses zu liegen. Nichts sonst wollte Platon lehren, als was wir oben durchgingen: die Geltung von Wahrheiten, abgesehen davon, ob sie an irgend einem Gegenstande der Außenwelt, als dessen Art zu sein, sich bestätigen; die ewig sich selbst gleiche Bedeutung der Ideen, die immer sind, was sie sind, gleichviel ob es Dinge gibt, die durch Theilnahme an ihnen sie in dieser Außenwelt zur Erscheinung bringen, oder ob es Geister gibt, welche ihnen, indem sie sie denken, die Wirklichkeit eines sich ereignenden Seelenzustandes geben. Aber der griechischen Sprache fehlte damals und noch später ein Ausdruck für diesen Begriff des Geltens, der kein Sein einschließt; eben dieser des Seins trat allenthalben, sehr häufig unschädlich, hier verhängnißvoll an seine Stelle. Jeder für das Denken faßbare Inhalt, wenn man ihn als

etwas mit sich Einiges von Anderem Verschiedenes und Abgeschlossenes betrachten wollte, Alles, wofür die Sprache der Schule später den nicht üblen Namen des Gedankendinges erfunden hat, war dem Griechen ein Seiendes, ὄν oder οὐσία; und wenn der Unterschied einer wirklich geltenden Wahrheit von einer angeblichen in Frage kam, so war auch jene ein ὄντως ὄν; anders als in dieser beständigen Vermischung mit der Wirklichkeit des Seins hat die Sprache des alten Griechenlands jene Wirklichkeit der bloßen Geltung niemals zu bezeichnen gewußt; unter dieser Vermischung hat auch der Ausdruck des Platonischen Gedankens gelitten.

318. Man überzeugt sich leicht, daß Alles, was von den Ideen gesagt wird, unter der Voraussetzung, die wir machten, sich als natürlich und nothwendig ergibt, und daß die verschiedenen Wendungen, die in der Darstellung ihres Wesens genommen werden, eben darauf hinauslaufen, den Begriff, zu dessen Bezeichnung ein einziger Ausdruck fehlte, durch viele einander zu Hülfe kommende und beschränkende zu erschöpfen. Ewig, weder entstehend noch vergehend (*ἀίδια, ἀγέννητα, ἀνώλεθρα*) mußten die Ideen genannt werden gegenüber dem Fluß des Heraklit, der auch ihren Sinn schien mit sich fortreißen zu sollen; die Wirklichkeit des Seins allerdings kommt ihnen bald zu bald nicht zu, je nachdem vergängliche Dinge sich mit ihnen schmücken oder nicht; die Wirklichkeit der Geltung aber, welche ihre eigne Weise der Wirklichkeit ist, bleibt unberührt von diesem Wechsel; diese Unabhängigkeit von aller Zeit, in Vergleichung gebracht mit dem, was in der Zeit entsteht und vergeht, konnte nicht wohl anders als durch das zeitliche und doch die Macht der Zeit negirende Prädicat der Ewigkeit ausgesprochen werden, ebenso wie wir das, was an sich nicht gälte und gelten könnte, an seinem Niemalsvorkommen in aller Zeit am leichtesten erkennen würden. Trennbar oder getrennt von den Dingen (*χωρὶς τῶν ὄντων*), heißen die Ideen zunächst begreiflich, weil das Bild (*εἶδος*) ihres Inhalts unserer Erinnerung vorstellbar bleibt, auch nachdem in der Wirklichkeit des Seins die Dinge verschwunden sind, durch deren Anregung es in uns entstanden war; dann aber, weil unter jenem Inhalt nur das verstanden war, was in allgemeiner Gestalt faßbar, in verschiedenen Erscheinungen der äußern Wirklichkeit sich selbst gleich vorkommt, und deshalb unabhängig ist von jedem einzelnen

Beispiele seiner sinnlichen Verwirklichung. Aber es war nicht die Meinung Platons, daß die Ideen nur von den Dingen unabhängig, dagegen in ihrer Weise der Wirkichkeit abhängig sein sollten von dem Geiste, welcher sie denkt; Wirklichkeit des Seins genießen sie freilich nur in dem Augenblicke, in welchem sie, als Gegenstände oder Erzeugnisse eines eben geschehenden Vorstellens, Bestandtheile dieser veränderlichen Welt des Seins und Geschehens werden; aber wir alle sind überzeugt, in diesem Augenblicke, in welchem wir den Inhalt einer Wahrheit denken, ihn nicht erst geschaffen, sondern nur ihn anerkannt zu haben; auch als wir ihn nicht dachten, galt er und wird gelten, abgetrennt von allem Seienden, von den Dingen sowohl als von uns, und gleichviel, ob er je in der Wirklichkeit des Seins eine erscheinende Anwendung findet oder in der Wirklichkeit des Gedachtwerdens zum Gegenstand einer Erkenntniß wird; so denken wir alle von der Wahrheit, sobald wir sie suchen und suchend vielleicht ihre Unzugänglichkeit für jede wenigstens menschliche Erkenntniß beklagen; auch die niemals vorgestellte gilt nicht minder, als der kleine Theil von ihr, der in unsere Gedanken eingeht. In etwas anderer Form, und gegen Protagoras, wird die selbständige Geltung der Ideen hervorgehoben, wenn sie als an sich seiend was sie sind (*αὐτὰ καθ᾽ αὐτὰ ὄντα*) der Relativität entzogen werden, in die sie der berühmte Ausspruch dieses Sophisten verwickeln wollte. Zugegeben selbst, daß die Lehre desselben, auf sinnliche Empfindungen beschränkt, ihre gute Gültigkeit hat, und daß Platon sie in dieser Beziehung mißverständlich bekämpft, zugegeben also, daß jede sinnliche Empfindung für den, der sie hat, so gut eine Wahrheit ist, wie eine abweichende andere für den, der diese andere hat, so würde doch Platon mit Recht behaupten, weder der eine noch der andere könne diese oder jene Empfindung haben, ohne daß dasjenige, was er in ihr empfindet, Roth oder Blau Süß oder Bitter, ein an sich Etwas und immer dasselbe Etwas bedeutender Bestandtheil einer Welt von Ideen sei; sie bildet gleichsam den beständigen unerschöpflichen Vorrath, aus dem jedem Dinge der Außenwelt alle die noch so verschiedenen Prädicate, mit denen es sich wechselnd bekleidet, und ebenso jedem Geist die verschiedenen Zustände zugetheilt werden, die er soll erfahren können; unmöglich ist es dagegen, daß ein einzelnes Subject etwas empfinde oder vorstelle, dessen Inhalt nicht in dieser

allgemeinen Welt des Denkbaren seine bestimmte Stelle, seine Verwandtschaften und Unterschiede gegen Anderes ein für allemal besäße, sondern eine zu dieser ganzen Welt beziehungslose, nirgends sonst heimische Sonderbarkeit dieses einen Subjects bliebe. Ist nun durch diese Ausdrücke für die selbständige Gültigkeit der Ideen gesorgt, so ist auch hinlänglich vorgebaut, daß diese Gültigkeit nicht mit der Wirklichkeit des Seins verwechselt werde, die nur einem beharrlichen Dinge zugeschrieben werden könnte. Wenn die Ideen in einem intelligiblen überhimmlischen Ort (*νοητὸς, ὑπερουράνιος τόπος*) ihre Heimat haben sollen, wenn sie anderseits ausdrücklich noch als nirgends wohnend bezeichnet werden, so ist für Jeden, der die Anschauungsweise des griechischen Alterthums versteht, vollkommen hinlänglich ausgedrückt, daß sie zu dem nicht gehören, was wir reale Welt nennen; was nicht im Raume ist, das ist für den Griechen nicht, und wenn Platon die Ideen in diese unräumliche Heimat verweist, so liegt darin nicht ein Versuch, ihre bloße Geltung zu irgend einer Art von seiender Wirklichkeit zu hypostasiren, sondern die deutliche Anstrengung, jeden solchen Versuch von vorn herein abzuwehren. Auch dies steht nicht entgegen, daß die Ideen als Einheiten (*ἑνάδες, μονάδες*) aufgeführt werden; denn keine Veranlassung liegt vor, diese Bezeichnung in dem Sinne atomistischer Vorstellungen sei es auf körperliche Untheilbarkeit, sei es auf eine der Persönlichkeit ähnliche Selbstheit zu deuten; vielmehr dem Sinne jeder Idee, und nicht jeder einfachen blos, sondern auch jeder zusammengesetzten, kommt es zu, durch Vereinigung des in ihm Zusammengehörigen und durch Ausschließung alles Fremden sich als Einheit zu beweisen. Dennoch aber, obgleich alle diese Aeußerungen darin übereinstimmen, daß Platon nur die ewige Gültigkeit der Ideen, niemals aber ihr Sein behauptete, dennoch blieb ihm auf die Frage: was sie denn seien, zuletzt nichts übrig, als sie doch wieder unter den Allgemeinbegriff der *οὐσία* zu bringen, und so war dem Mißverständniß eine Thür geöffnet, das seitdem sich fortgepflanzt hat, obschon man nie anzugeben wußte, was denn das eigentlich sei, wozu Platon durch die ihm Schuld gegebene Hypostase seine Ideen hypostasirt haben sollte.

319. Zweierlei scheint dieser Auffassung entgegenzustehen: zuerst der Gebrauch, den Platon von den Ideen zur Erklärung des Weltlaufs macht, in den sie nicht blos als gültige Wahrheiten, sondern zu-

gleich als wirkende Mächte eingreifen, ein Punkt, auf den ich später komme; dann aber das Verhalten des Aristoteles. Denn dieser ist es eigentlich, dessen bestimmte Versicherungen die Lehre von der Realität der Ideen als Dogma des Platon hingestellt haben, während Platons eigene Darstellungen der anderen Deutung, die wir vorzogen, sich nicht widersetzen. Es scheint unglaublich, daß der scharfsinnigste Schüler, durch den eignen Umgang mit dem Meister unterrichtet, die wahre Meinung desselben bis zu einem Mißverständniß von so großer Bedeutung sollte verfehlt haben. Dennoch sind wir durch die Art, wie er seine Polemik gegen die Ideenlehre überhaupt, nicht gegen bestimmte Sätze Platons führt, sowie durch manche Einzelheiten seiner Einwendungen zu der Annahme berechtigt, daß sein Streit sich zum Theil gegen Mißverständnisse richtet, die frühzeitig in der Akademie eingerissen waren. Denn an Platon selbst konnte er nicht wohl die Aufforderung stellen, zu zeigen, wo die Ideen sind, nachdem dieser unumwunden gesagt hatte, daß sie nirgends sind; nicht gegen ihn konnte er einwenden, daß folgerichtig auch von Kunsterzeugnissen es Ideen geben müsse, denn ein Beispiel wenigstens, das dem beistimmt, enthalten die Bücher vom Staat, und wie wenig Platon die ganze hiermit angedeutete Schwierigkeit außer Acht gelassen, bezeugt der Anfang des Parmenides. Wenn endlich Aristoteles die Ideen für überflüssig hält, weil sie nur Gegenbilder der Einzeldinge seien, wenn überhaupt seine ausführliche Discussion häufig von der Annahme ausgeht, es gebe von jeder Idee so viele Exemplare, als Beispiele ihrer Anwendung in der Wirklichkeit vorkommen, so finden Einwürfe dieser Art ihr berechtigtes Ziel nicht in Platon selbst; daß jede Idee nur einmal vorhanden sei, daß sie nicht ein Einzelding, sondern ein Allgemeines vieler bedeute und daß alle ihre Erscheinungen nur Abbilder dieses ihres einheitlichen Wesens bilden, war Platons beständig wiederholte Meinung; unklar mochte es immerhin bleiben, worin jenes durch Nachahmung oder Theilnahme bezeichnete Verhalten der Einzeldinge besteht, durch welches diese der einen Idee eine unzählige Menge von Verwirklichungen im Sein verschaffen. Die ganze Auseinandersetzung, die das 12. (13.) Buch der Aristotelischen Metaphysik füllt und die Widersinnigkeit einer dinghaften Wirklichkeit der Ideen darzulegen sucht, kann ich daher um so weniger für eine Widerlegung der echten Platonischen Ansicht halten,

als schließlich Aristoteles selbst für die bessere, die er ihr gegenüberzustellen meint, einen entscheidenden und unzweideutigen Ausdruck ebensowenig findet. Ihm gilt nur das Einzelding als wahrhafte *οὐσία*, und gewiß werden wir ihm hierin beistimmen: nur dem Einzelding kommt die Form der Wirklichkeit zu, zu sein; aber für ihn wie für Platon ist gleichwohl der Gegenstand der Erkenntniß nur das Allgemeine; nicht nur, daß wir das Einzelne nicht zu erschöpfen im Stande sind, sondern auch, so weit wir unsere Untersuchung fruchtbar auf dasselbe richten, beurtheilen wir sein Wesen und sein Verhalten immer nach allgemeinen Grundsätzen. Von dem aber, was in keiner Weise ist oder Wirklichkeit hat, auch darin ist Aristoteles mit seinen Vorgängern einig, kann es auch keine Erkenntniß geben; es folgt mithin, daß auch das Allgemeine nicht schlechthin nicht ist, sondern gewissermaßen ist und gewissermaßen nicht ist. Was Aristoteles weiter hierüber verhandelt, verfolge ich nicht im Einzelnen; wenn er aber das Allgemeine oder die Idee nicht außerhalb, sondern in den Einzeldingen sein läßt, so erklärt er hiermit die Möglichkeit der Erkenntniß nicht; denn darum, weil die Idee in einem Einzeldinge ist, kann das, was hier aus ihr folgt, nicht auf ein anderes Einzelding übergetragen werden, in dem sie gleichfalls angetroffen wird; Rechtsgrund zu einem Schlusse von dem einen Wirklichen auf das Verhalten eines andern kann sie nur werden, wenn sie an sich selbst eine Mehrheit von Beziehungspunkten so zusammenschließt, daß überall mit dem Vorkommen des einen auch die nothwendige Gegenwart der anderen verbunden sein muß. Und so würde sich auch Aristoteles kurzer Hand wieder dahin zurückgeführt sehen, daß allerdings die Idee *χωρὶς τῶν ὄντων* in gewisser Weise sei; in welcher Weise aber, dafür fehlt ihm der technische Ausdruck der Geltung ebenso wie seinem Lehrer; auch ihm ist ein Allgemeinbegriff oder eine Idee zuletzt zwar keine wahre *οὐσία*, aber doch eine *δευτέρα οὐσία*.

320. Wenn man sich nun verwundern wollte über die Thatsache, zwei der größten Philosophen des Alterthums mit nicht vollständigem Erfolg um Klarheit über einen so einfachen Unterschied ringen zu sehen, so würde man unbillig gegen beide sein; das Gewahrwerden der einfachsten Gedankenverhältnisse ist nicht die einfachste That des Denkens, und die ganze lange Geschichte der Philosophie lehrt, wie wir

alle in jedem Augenblick bereit sind, in der Anwendung uns derselben Unklarheit schuldig zu machen, die wir auf ihren einfachsten Ausdruck gebracht für unmöglich halten möchten. So oft man geglaubt hat, eine Gedankenbestimmung entdeckt zu haben, durch welche sich das Allgemeine der Bildung und Entwicklungsweise der erscheinenden Wirklichkeit darstellen zu lassen schien, ebenso oft ist man dazu übergegangen, sie über diese hinauf in ein reines Sein zu verselbständigen, gegen welches die Wirklichkeit der Einzeldinge als eine untergeordnete unwahre Form des Daseins zurücktrat. Ich brauche nicht einmal an die letzte Gestalt der deutschen Philosophie zu erinnern, die an die Stelle der Platonischen Ideen die eine unbedingte Idee meinte setzen zu können; auch in außerphilosophischen Gedankenkreisen kommt dieselbe Neigung sichtlich vor. Denn wie oft hören wir doch jetzt von ewigen unveränderlichen Naturgesetzen, denen alle veränderlichen Erscheinungen unterworfen sind; Gesetze, deren Erscheinung zwar aufhören würde, wenn es keine Dinge mehr gäbe, denen sie gebieten könnten, die aber auch dann noch fortfahren würden, ewig zu gelten, und in jedem Augenblick wieder in ihrer wirksamen Macht aufleben würden, wenn irgendwoher ein neuer Anwendungsgegenstand sich ihnen darböte; nicht einmal daran fehlt es, gelegentlich diese Gesetze als thronend über aller seienden Wirklichkeit dargestellt zu sehen, ganz in jenem überhimmlischen Orte, in dem Platon seine Ideen heimisch nannte. Dennoch würden diejenigen, die so sprechen, mit Entrüstung die Unterstellung abwehren, sie hätten diesen Gesetzen ein dinghaftes oder persönliches Sein außerhalb der Dinge zugeschrieben, die von ihnen regiert werden; mit gleichem Recht hat auch Platon sich dieser Mißdeutung zu erwehren. Und endlich muß ich hinzufügen, daß nun auch wir, wenn wir die den Ideen und Gesetzen zukommende Wirklichkeit als G e l t u n g von der Wirklichkeit der Dinge als dem S e i n unterscheiden, zunächst blos durch die Gunst unserer Sprache eine bequeme Bezeichnung gefunden haben, die uns vor Verwechselungen beider warnen kann; die Sache aber, die wir durch den Namen der Geltung bezeichnen, hat dadurch nichts von der Wunderbarkeit verloren, die den Antrieb zu ihrer Vermischung mit dem Sein enthielt. Wir sind blos, unseres Denkens uns wie einer natürlichen Fähigkeit arglos bedienend, seit lange daran gewöhnt und finden es nun selbstverständlich, daß der Inhalt mannigfacher Wahr-

nehmungen und Erscheinungen sich allgemeinen Gesichtspunkten fügen und nach allgemeinen Gesetzen so behandeln lassen müsse, daß unsere hiernach im voraus gezogenen Folgerungen mit dem Fortgange jener Erscheinungen wieder zusammentreffen; aber daß dies so ist, daß es allgemeine Wahrheiten gibt, die nicht selber sind, wie die Dinge, und die doch das Verhalten der Dinge beherrschen, dies ist doch für den Sinn, der sich darein vertieft, ein Abgrund von Wunderbarkeit, dessen Dasein mit Staunen und Begeisterung entdeckt zu haben immer eine große philosophische That Platons bleibt, wie viele Fragen sie auch mag ungelöst gelassen haben.

321. Eine dieser Fragen ist die nach dem bestimmten Verhältnisse der Dinge zu den Ideen, das Platon als Theilnahme jener an diesen oder als Nachahmung bezeichnet. Ich erörtere sie jetzt noch nicht in ihrem ganzen Umfange; auf einen Mangel der Ideenlehre führt uns aber ein an sich nicht gerechter Vorwurf des Aristoteles. Unter den Gründen, die ihm diese Lehre überflüssig und nutzlos erscheinen lassen, hebt er mit Nachdruck hervor, daß sie keinen Anfang der Bewegung darbiete. So richtig dies an sich sein mag, so wenig kann es gegen die Ideenlehre beweisen, daß sie *diese* Aufgabe nicht erfüllt; sie erfüllt nur auch die andere nicht vollständig, die in ihrer eignen Absicht lag. Knüpfen wir an die Gegenwart an: unsere Naturgesetze, enthalten sie einen *Anfang* der Bewegung? Im Gegentheil: sie alle setzen voraus, daß eine Reihe von Daten gegeben sei, die sie selbst nicht feststellen können, aus denen aber, *wenn* sie gegeben sind, die Nothwendigkeit des inneren Zusammenhangs der nun folgenden Erscheinungen ableitbar ist. Kein Naturgesetz bestimmt, daß die Massen unseres Planetensystems sich überhaupt bewegen und daß ihr Lauf nach dieser und nicht nach einer andern Richtung des Himmels gehen oder daß die Beschleunigung, die sie einander durch ihre Anziehung ertheilen, diese Größe haben mußte, welche sie hat, und nicht eine andere; ist nun deswegen das System der mechanischen Wahrheiten nutzlos und ein leeres Gerede (κενολογεῖν), weil es alle diese Anfänge der Bewegung anderswoher erwartet und nur innerhalb der bereits wirklichen Bewegung jede einzelne Phase mit jeder andern nothwendig zu verbinden lehrt? Immerhin mag Platon die ersten Anstöße, von denen die Reihenfolge der Erscheinungen abhängt, in unklarer Weise, und

doch am Ende nicht unklarer, als auch wir noch, in jene dunkle ὕλη verlegt haben, die ihm überhaupt das Gegebene versinnlicht, auf welches die Ideen Anwendung haben: dennoch, als er in der Ideenwelt die Muster sah, denen sich alles Seiende fügen muß, wenn Etwas ist, sprach er hiermit einen Gedanken aus, dessen Wichtigkeit Aristoteles unbillig übersieht; denn auch er würde später, in der Erklärung der einzelnen Erscheinungen, diesen Gedanken brauchen: auch er würde nicht zugeben können, daß die bewegende Ursache, welche den verwirklichenden Anstoß ertheilt, noch freie Hand darüber habe, zu bestimmen, was aus diesem Anstoße werden soll; darüber haben von Ewigkeit jene allgemeinen Gesetze entschieden, die gleichwohl den Antrieb zur Verwirklichung nicht geben. Aber dies allerdings müssen wir als Unvollkommenheit der Platonischen Ansicht anerkennen, daß sie eben diese ihre eigene Aufgabe nur halb löste. Gründe für den nothwendigen Zusammenhang zweier Inhalte müssen immer die logische Form eines Urtheils haben; sie können nicht in Gestalt einzelner Begriffe ausgesprochen werden, da keiner von diesen für sich eine Behauptung enthält. Gesetze daher, d. h. Sätze, welche eine Beziehung verschiedener Elemente ausdrücken, haben wir schon vorher als die Beispiele benutzt, an denen sich deutlich machen läßt, was gelten heißt im Gegensatz zum sein; nur mit halber Deutlichkeit läßt sich dieser Ausdruck auf einzelne Begriffe übertragen; von ihnen könnten wir nur sagen, daß sie etwas bedeuten; sie bedeuten aber dadurch etwas, daß von ihnen Sätze gelten, der z. B., daß jeder Begriffsinhalt sich selbst gleich und in unveränderlichen Verwandtschaften oder Gegensätzen zu andern enthalten sei. In der Form des isolirten Begriffs nun oder der Idee hat Platon ziemlich ausschließlich die Elemente der von ihm entdeckten Gedankenwelt aufgefaßt; schon der Gesammteindruck seiner Darstellungen macht merklich, wie sparsam im Vergleich hiermit allgemeine Sätze auftreten; sie fehlen keineswegs ganz, bilden vielmehr in einzelnen Fällen Gegenstände wichtiger Erörterungen; aber daß eben sie, in dieser Gestalt als Sätze, die wesentlichsten Bestandtheile der idealen Welt sein müßten, hat sich Platon doch nicht aufgedrängt. Diese Eigenthümlichkeit der Auffassungsweise ist nicht ohne spätere Beispiele. Noch Kant, als er die apriorischen Formen aufsuchte, die dem empirischen Inhalt unserer Wahrnehmungen die Einheit innerer

Zusammengehörigkeit geben sollten, verfiel zuerst darauf, sie in Gestalt einzelner Begriffe, der Kategorien, zu entwickeln und zwar gerade aus den Formen der Urtheile selbst; als er sie dann zu haben glaubte, wurde um so deutlicher, daß nichts mit ihnen anzufangen war; nun folgte die Bemühung, aus ihnen wieder Urtheile, die Verstandesgrundsätze, zu gewinnen, von denen als Obersätzen zu den zweiten Prämissen, welche die Erfahrung liefert, eine wirkliche Anwendung möglich wurde. Diese Neigung, Wahrheiten, deren vollgültiger Ausdruck nur ein Satz sein kann, in die unzureichende Form eines einzelnen Begriffs zu bringen, scheint daher aller menschlichen Einbildungskraft, nicht blos der plastisch geschulten des alten Griechenlands, natürlich zu sein; es verdient immer im Vorbeigehen bemerkt zu werden, wie gefährlich sie ist, indem sie von dem vollen Thatbestand, dem die Untersuchung gilt, zu einem unfruchtbaren Spiel mit leeren von ihren zukömmlichen Unterlagen abgelösten Vorstellungen führt. Von alle dem nun, was wir hier verlangen, finden wir bei Platon sehr Weniges ausgeführt, und selbst das Bedürfniß der Ausführung nicht klar und vollständig anerkannt. Der allgemeine Gedanke allerdings, daß es nicht nur unzählige Ideen gebe, sondern alle zusammen ein gegliedertes Ganze bilden, ist die Seele seiner ganzen Darstellung, und mit Begeisterung schildert er den Genuß, den ihm seine dialektische Beschäftigung gewähre, den zusammengesetzten Inhalt der Vorstellungen mit Schonung seiner natürlichen Fugen in seine Elemente aufzulösen und aus ihnen wieder zusammenzusetzen; auch die verschiedenen Grade der Verträglichkeit und des Gegensatzes der Einzelideen und die möglichen Arten ihrer Verbindung erwähnt er als Gegenstände anzustellender Untersuchungen. Aber in den Beispielen wirklicher Anwendung, die er gibt, läuft doch diese Kunst der Dialektik ziemlich einförmig auf eine Classification der Ideen hinaus, die uns zeigt, an welche Stelle eines Eintheilungssystems jede gehört vermöge der Einzelbestandtheile, die sie in sich vereinigt, aber ohne daß aus dieser Ortbestimmung in Bezug auf irgend eine derselben eine Behauptung, ein Gewinn an Erkenntniß flösse, der ohne diesen classificatorischen Umweg unerreichbar gewesen wäre; was vielmehr von jeder gilt oder nicht gilt, wird man nachher ebenso wie vorher aus anderen Quellen erfahren müssen. Jene Fugen und Gelenke, die Platon nur schonen wollte, hätte er ernstlicher unter-

suchen müssen; anstatt die Flora der Ideen systematisch zusammenzustellen, hätte der Gedanke sich auf die allgemeinen physiologischen Bedingungen richten sollen, die in jedem einzelnen dieser Gewächse Glied mit Glied zu einer möglichen Entwicklung verbinden. Oder ohne Bild gesprochen: nachdem das Dasein einer ewig gültigen inhaltvollen Ideenwelt mit Klarheit hervorgehoben war, blieb als nächste Aufgabe, die in ihrem Bau herrschende allgemeine Gesetzlichkeit zu erforschen, durch welche auch in ihr schon die einzelnen Bestandtheile allein zu einem Ganzen verbunden sein können: es handelte sich um die Frage, welches die ersten Grundsätze unseres Erkennens sind, denen wir die Mannigfaltigkeit der Ideen unterzuordnen haben. Diese bestimmtere Gestalt hat jetzt für uns die methodische Untersuchung der Wahrheit und ihres Ursprungs angenommen.

Drittes Kapitel.

Apriorismus und Empirismus.

322. Wenn innerhalb des Ganzen unserer Erkenntniß eine einzelne Ansicht uns zweifelhaft wird, so suchen wir Entscheidung in der Zergliederung der Veranlassungen, aus denen sie uns entsprungen ist; die Geschichte ihrer Entstehung soll uns lehren, ob sie Wahrheit ist, oder wie sie als Irrthum sich hat bilden müssen. So oft die Frage nach der Wahrheitsfähigkeit unserer Erkenntniß überhaupt in der Geschichte der Philosophie aufgetaucht ist, hat derselbe Weg zum Ziele zu führen geschienen: aus der Art, wie unsere Vorstellungen und Urtheile sich bilden, hat man über ihre Ansprüche auf den Namen von Wahrheiten entscheiden zu können geglaubt. Diese Ueberzeugung, welche Berücksichtigung verdient, da sie auch gegenwärtigen Richtungen philosophischer Untersuchung in großer Ausdehnung zu Grunde liegt, lenkt mich für den Augenblick von der Fortsetzung meiner Gedanken ab; ich muß zu zeigen versuchen, daß jene genetische Betrachtungsweise für den zweiten allgemeineren Fall die Vortheile nicht hat, welche sie für den ersten speciellen unzweifelhaft verspricht. Denn beide sind nicht von gleicher Art. So oft wir die Triftigkeit einer einzelnen Ansicht prüfen wollen, benutzen wir als Entscheidungsgrund den zugestandenen Besitz anderer Wahrheit, theils allgemeiner Sätze, mit denen übereinzustimmen allen andern obliegt, die uns gelten sollen, theils feststehender Thatsachen, denen die andern Thatsachen nicht widerstreiten dürfen, die jene zu prüfende Ansicht behauptet oder voraussetzt, endlich gewisser Regeln des Denkens, nach denen das, was aus gültigen Prämissen triftig folgt, von untriftigen Folgerungen unterschieden wird; es ist überall hier eine Wahrheit bereits vorhanden, die auf das zu prüfende

Gemeng unserer Gedanken wie ein Ferment wirkt, Entsprechendes sich assimilirt, Irriges ausstößt. Dieser gegebene und von dem Gegenstand der Frage unabhängige Maßstab fehlt uns in dem zweiten allgemeineren Falle: die Prüfung der Wahrheit unserer Erkenntniß im Ganzen ist unmöglich, ohne die zu prüfenden Grundsätze als Entscheidungsgründe aller Zweifel vorauszusetzen. Diesen Cirkel, nach welchem unsere Erkenntniß sich die Grenzen ihrer Competenz selbst zu bestimmen hat, haben wir als unvermeidlich kennen gelernt; aber man vermehrt die Schwierigkeit, wenn man nicht jene Grundsätze selbst, sondern eine unzergliederte Anwendung derselben, wenn man nämlich ausdrücklich die angebliche Einsicht in die Entstehung unserer Erkenntniß als jenen gewissen Bestandtheil betrachtet, von dem aus ihr übriges Gebiet in Besitz genommen werden könnte. Soll die Art der Entstehung über den Anspruch auf Wahrheit entscheiden, und zwar, wie es hier gewöhnlich gemeint wird, auf Wahrheit in Bezug auf ein dem Erkennen fremdes und jenseitiges Sein, so ist es unmöglich, einen Schritt zu thun, ohne speciellere Voraussetzungen über die Stellung zu machen, in welcher sich das erkennende Subject gegenüber jenen Gegenständen seines Erkennens befindet, und über die Art des Verhältnisses zwischen beiden, durch welches der Vorgang des Erkennens verwirklicht wird; denn nur die Kenntniß dieser Umstände könnte die Gefahren beurtheilen lehren, die der Bildung wahrer Vorstellungen hier entgegenstehen. Darum ist das Vorgeben, man wolle zunächst durch völlig unbefangene Beobachtung, ohne Einmischung fraglicher Verstandesgrundsätze, den Hergang der Erkenntniß kennen lernen, eine haltlose Täuschung; jeder Versuch zur Ausführung ist nothwendig voll von metaphysischen Voraussetzungen, aber von unzusammenhängenden und ungeprüften, weil man sie nur gelegentlich im Augenblick des Erklärungsbedürfnisses macht. Da mithin dieser Cirkel unvermeidlich ist, so muß man ihn reinlich begehen; man muß zuerst festzustellen versuchen, was Erkenntniß, ihrem allgemeinsten Begriff nach, bedeuten kann und welches Verhältniß zwischen einem erkennenden Subject und dem Object seiner Erkenntniß in Gemäßheit der noch allgemeineren Vorstellungen denkbar ist, nach welchen wir die Einwirkung jedes beliebigen Elementes auf jedes zweite zu denken haben. Diesem letzteren Gedanken, also einer metaphysischen Ueberzeugung, haben wir das Ver-

hältniß zwischen Subject und Object des Erkennens unterzuordnen; nicht aber zuerst über dieses specielle Verhältniß einen zufälligen mehr oder minder probablen Einfall aufzustellen, um dann nach ihm über die Wahrheitsfähigkeit aller unserer Erkenntniß zu urtheilen. Ich lasse ganz unberücksichtigt die andere Frage, inwieweit es denn ausführbar sein möge, auch nur das Thatsächliche der allmählichen Entwicklung unserer ganzen Vorstellungswelt festzustellen; beobachtbar ist ihr Hergang nicht, denn jeder Beobachter hat ihn längst hinter sich. Mag nun in vielen Fällen auch das ausgebildete Bewußtsein sich noch des Weges erinnern, auf welchem es zu seinen jetzigen Vorstellungen gekommen ist, so wird man mir anderseits zugeben, daß in vielen andern Fällen diese angeblichen Beobachtungen nur ziemlich willkürliche Einfälle über die Art sind, auf welche man sich die Entstehung der Vorstellungen glaubt denken zu können.

323. Verfolgen wir die Versuche, die gemacht worden sind, zuerst eine zweifellose Thatsache zu gewinnen, von der aus die Entstehung der Erkenntniß und die Wahrheit derselben beurtheilbar würde, so begegnen wir am Anfang der modernen Zeit dem Satze des Des Cartes: cogito, ergo sum; der einzigen Gewißheit, die ihm aus dem Zweifel an aller überkommenen Erkenntniß übrig zu bleiben schien. An diesen Satz ist oft angeknüpft worden, und immer, schon seit Augustinus, bei dem wir ihn zuerst finden, hat er sich als eine ebenso zweifellose als vollkommen unfruchtbare Wahrheit erwiesen; nicht der kleinste Schritt zur Begründung irgend einer Erkenntnißtheorie ist aus ihm allein, ohne Zuziehung anderer von ihm unabhängiger Gedanken, möglich gewesen; schon das nächste Kriterium: wahr seien die Vorstellungen, die gleiche Evidenz und Klarheit genießen, meinte Des Cartes selbst aus jenem Satze nicht ableiten zu können, ohne sich gegen die Möglichkeit, vollkommen unwahre Ideen betrögen uns mit derselben Evidenz, auf einem früher erwähnten Umwege sicher zu stellen. In der That ist leicht einzusehen, daß aus diesem Anfang nichts Neues fließen kann. Betrachtet man den Satz in seiner negativen Bedeutung, nämlich daß nichts uns gewiß sei als die Thatsache unseres Denkens, nicht aber die Wirklichkeit einer Außenwelt, so erinnere ich an eine früher gemachte Bemerkung: auch wenn jene Außenwelt wirklich ist, so kann doch in uns von ihr nur ein Gedankenbild, nicht sie selbst vorhanden sein; die Thatsache

mithin, daß nichts uns unmittelbar gewiß ist als unsere eigne Gedankenwelt, kann niemals darüber entscheiden, ob nur sie, und ob nicht außer ihr eine Welt des Seins vorhanden ist, auf welche sie sich bezieht. Und selbst, wenn die Vorstellung dieser Außenwelt sich als ein nothwendiges Erzeugniß unserer erkennenden Thätigkeit nachweisen ließe, unvermeidlich gemacht durch die Organisation unseres Geistes und durch die Gesetze, nach denen unsere Gedanken sich verknüpfen müssen, wenn also aus der Thatsache dieses cogito sich die Nothwendigkeit dieses subjectiven Ursprungs unserer Annahme einer Außenwelt des Seins ableiten ließe: auch dann würde die Wahrheit dieser Annahme weder widerlegt noch bewiesen sein; denn auch wenn es diese Welt wirklich gibt, können wir dennoch auf die Vorstellung derselben nur dann gerathen, wenn die Natur unseres Geistes und der Verlauf unserer Gedanken sie als eine zur Vermeidung innerer Widersprüche für uns nothwendige Ergänzung hervortreibt. Achten wir aber auf den bejahenden Sinn des Satzes, so finden wir diesen nicht zweckmäßig formulirt; er ist nicht mehr Ausdruck einer unmittelbaren Thatsache, sondern einer Astraction. Dies freilich mache ich ihm nicht zum Vorwurf, daß er an der ersten Person der Verba cogito und sum festhielt; denn gewiß, so dunkel auch und zu weiteren Untersuchungen anregend die hierin enthaltene Vorstellung des Ich sein mag: zu dem ursprünglichsten Thatbestand dieser einfachsten Erfahrung gehört sie unwidersprechlich; und Meinungen, welche dem cogito das cogitare, dem sum das esse als die erste und gewissefte Thatsache der Beobachtung unterschieben möchten, verfehlen ganz den Ruhm vorurtheilsloser und unbefangener Grundlegung, den sie mit dem exacten Verfahren der Naturwissenschaft zu theilen suchen. Nirgends begegnet uns als eine einfachste Thatsache eine Vorstellung, die blos wäre, die aber Niemand hätte; nirgends ein Bewußtsein, das nur als Bewußtsein überhaupt und nicht als das Bewußtsein eines Ich erschiene, welches in ihm entweder seiner selbst oder eines Andern sich bewußt wird; von dieser beständigen Zurückbeziehung auf ein Subject, dessen Natur völlig im Dunkel bleibt, mag später die Wissenschaft die Ereignisse des Denkens und Wissens irgendwie zu sondern suchen; ursprünglich gewiß und gegeben aber sind sie nur in der Form des cogito, nicht in der infinitivischen des cogitare. Anderseits freilich, was in dieser richtigen

Personalendung Fruchtbares liegen mag, ist von Des Cartes übersehen worden; welche Gedanken Kant daran zu knüpfen wußte, ist nicht dieses Ortes. Eine nicht förderliche Abstraction liegt nun aber in dem Satze des Des Cartes insofern, als er von allen den einzelnen Zuständen, die als solche die unmittelbare Gewißheit der Selbsterfahrung besitzen, nur ihren allgemeinen Charakter hervorhebt: den der cogitatio, d. h. jenes Bewußtseins in weitester Bedeutung, durch welches sich sehr verschiedene Zustände der Seele, Empfinden und Vorstellen Fühlen und Wollen, gemeinsam von dem unterscheiden, was wir uns als Zustand eines selbstlosen unbeseelten Wesens glauben denken zu können. Gewiß geht nun dieses Bewußtsein in jede der einzelnen Selbstbeobachtungen ein; aber welchen Nutzen konnte es haben, nur diesen gemeinsamen Zug aller zu erwähnen und die einzelnen Inhalte zu verschweigen, in denen allein er doch wirklich sein und unmittelbarer Gegenstand der Selbstbeobachtung werden kann? Nicht daß dieses cogito überhaupt vorkommt, in irgend einer der Formen, die es annehmen kann, sondern in welchen Formen es vorkommt, darin lag ein fruchtbarer Anfangspunkt; nicht die nackte Thatsache, daß wir bewußt sind oder denken, lehrt uns die uns zugängliche Wahrheit kennen, sondern was wir denken, der Inhalt unserer cogitatio, ist nicht nur das Ursprünglichste, was uns gegeben ist, sondern auch das Einzige, woraus folgen kann, was wir denken sollen oder müssen. Wies doch Des Cartes selbst darauf hin, daß auch der Zweifler, indem er zweifelt oder jedes Wissen leugnet, die Thatsache der cogitatio durch sein eignes Thun bestätigt; eben deshalb nun, weil sie mit jedem wahren Wissen jedem Zweifel und jedem Irrthum auf gleiche Weise verknüpft ist, kann sie nicht dazu dienen, Wahres von Unwahrem zu unterscheiden.

324. Es war daher unvermeidlich ein neuer Anfang, an den die Untersuchung über unsere Erkenntniß anknüpfte: der Glaube an die Wahrheit dem Geiste eingeborener Ideen. An diesen Namen, der einen langen Streit in die Geschichte der Erkenntnißtheorie eingeführt hat, muß man nicht Einwürfe knüpfen, die mit einigem guten Willen sich leicht beseitigen lassen. Schon die Alten, wenn sie von dem sprachen, quod a Natura nobis insitum est, und Alle, die sich ähnlich ausdrückten, sind gewiß weit von der Annahme einer Wahrheit entfernt

gewesen, die, dem Geiste an sich fremd, in irgend einem Augenblick seines beginnenden Lebens ihm eingeprägt und von da ein beständiger Gegenstand seines bewußten Vorstellens geworden sei. Nur dies meinten sie: so sei eben unser Geist durch seine eigene Natur, daß er, unter Bedingungen die auf ihn einwirken, bestimmte Gewohnheiten der Gedankenverknüpfung nothwendig entwickeln werde, zuerst als eine Verfahrungsweise, die er unbewußt befolgt; zuletzt, auf unzählige so ausgeübte Handlungen seines Denkens reflectirend, hebe er die unbewußt in ihnen befolgte Regel seines Verhaltens nun selbst zum Gegenstande seines Vorstellens hervor. Angeboren aber nannte man diese Ideen in der Voraussetzung, es reiche nicht hin, daß der Geist, in dem sie sich bilden sollen, nur im Allgemeinen den Charakter eines vorstellungsfähigen Wesens trage, so daß unter denselben Bedingungen dieselben Ideen in jedem Wesen entstehen müßten, das diesen formalen Charakter theilte; es schien vielmehr nothwendig, daß in jedem Geiste eine concrete Anlage seiner Natur, durch die er sich von andern vorstellungsfähigen Wesen unterscheiden könnte, die Form bestimmte, in welcher von ihm jene Vorstellungsthätigkeit ausgeübt und ihre einzelnen Handlungen verknüpft werden. Allerdings lag keine Veranlassung vor, diese Annahme eines solchen möglichen Unterschiedes zwischen verschiedenen vorstellungsfähigen Wesen für mehr als für eine Fiction zu halten, durch die man nur zu verdeutlichen suchte, daß der hinreichende Grund unserer Erkenntniß nicht in dem allgemeinen Charakter der cogitatio liege, sondern in einer concreteren, aber allen Geistern in Wirklichkeit gemeinsamen Bestimmtheit ihrer Natur. Indessen konnte, nach dem Zugeständniß der Denkbarkeit dieses Unterschiedes, doch der Versuch nicht mehr abgewehrt werden, zu sehen, was aus ihm folgt, wenn man ihn für wirklich nimmt. Und dann fielen die beiden Theile des Cartesischen Gedankens, die Apriorität der Ideen und ihre Wahrheit, auseinander: jedem Wesen muß dasjenige als Wahrheit erscheinen, was aus der Folgerichtigkeit seiner Natur fließt; ist daher ein Schatz von Ideen jedem in der angegebenen Weise eingeboren, so ist es nur ein lebhafter, aber grundloser Glaube, wenn wir diejenigen, die uns Menschen gegeben sind, in höherem Sinne für Wahrheit halten, als die von ihnen abweichenden, die sich vielleicht mit gleicher Evidenz anders gearteten Wesen aufdrängen. Man sieht, daß dies Bedenken

nicht nur Geltung hat, wenn wir die Gesammtheit unserer Erkenntniß einer objectiven Welt des Seins entgegensetzen, dessen Abbildung sie sein soll, sondern auch dann, wenn wir, was noch unerläßlicher scheint, nur das für Wahrheit halten, was allen Geistern auf gleiche Weise nothwendig, nicht aber dem einen so dem andern anders vorkommt. Die spätere Polemik hat hieran angeknüpft und behauptet: sind unsere Ideen angeboren, so haben sie keinen Anspruch auf Wahrheit; sie können ihn nur erlangen, wenn wir sie von der möglichen Verschiedenheit der vorstellenden Subjecte unabhängig und abhängig nur von der Natur einer für alle gemeinsamen Objectenwelt denken.

325. Ehe man in das Für und Wider über diese Fragen eintritt, muß man sich überzeugen, daß hier der Punkt ist, an welchem man anstatt der verstohlenen Voraussetzungen, denen man sich zu überlassen liebt, unumwunden eine ausdrückliche Voraussetzung machen muß. Keine dieser Untersuchungen kann ihr Ergebniß, worin es auch bestehen mag, überhaupt begründen ohne irgend eine beiläufig gemachte Annahme über die Art, in welcher sie die Einwirkung eines Erkenntnißobjectes auf das erkennende Subject sich möglich denkt. Anstatt sie beiläufig zu machen, setzen wir diese Annahme an die Spitze unserer Gedanken, und zwar so, wie die vielseitige Erfahrung des Denkens sie formuliren gelehrt hat: wo auch immer zwischen zwei Elementen A und B von irgend welcher Natur das Ereigniß stattfindet, welches wir eine Einwirkung des A auf B nennen, niemals besteht dieses Wirken darin, daß ein Bestandtheil a oder ein Prädicat a oder ein Zustand a, welcher dem A angehörte, sich von diesem löste und fertig unverändert selbständig nach B überginge, um diesem sich anzuknüpfen oder von ihm aufgenommen zu werden oder jetzt dessen Zustand zu sein; immer ist jener im A entstehende oder vorhandene Zustand a nur der Grund, um dessenwillen, unter Voraussetzung einer zwischen A und B bestehenden oder eintretenden Beziehung C, nun auch B einen neuen Zustand b aus seiner eignen Natur heraus und in sich selbst erzeugen muß. Wodurch diese Nothwendigkeit des Zusammenhangs der Zustände von A und B herbeigeführt, wie es also gemacht wird, daß B nach A sich richten muß, worin ferner, entweder allgemein oder in verschiedenen Fällen verschieden, die Beziehung C besteht, welche nothwendig ist zur Erzeugung der Wirkung: alle diese Fragen sammt der Vorfrage, ob sie

überhaupt beantwortbar sind, können unserm jetzigen Gedankengang fremd bleiben; uns genügt das ausgesprochene formale Verhalten, gleichviel wie es in der Wirklichkeit realisirt wird. Aus ihm aber folgt, daß niemals die Form der Wirkung b unabhängig von der Natur des Objectes B sein kann, welches sie erfährt; sie ändert sich vielmehr mit ihm, und dieselbe Beziehung C, die zwischen A und B stattfand, wird, wenn sie zwischen A und B^1 eintritt, in B^1 eine andere Wirkung b^1, verschieden von b hervorbringen. Ebensowenig ist die Wirkung b unabhängig von der Natur des einwirkenden Elementes A und von der Art der Beziehung C; sie ändert sich mit beiden; sie wird β werden, wenn nicht A, sondern A^1 mit B in die Beziehung C, und β^1, wenn B mit A in die Beziehung C^1 tritt. Immer aber werden b b^1 β β^1 eine geschlossene Reihe von Ereignissen bilden, die nur in B möglich sind, und A und C werden nur als Reize zu betrachten sein, die da bestimmen, welche von den vielen der Natur des B möglichen Wirkungen in jedem Augenblicke und in welcher Reihenfolge sie wirklich werden sollen. Gefällt man sich, die vielgebrauchten Bezeichnungen der Receptivität und Spontaneität hier anzuwenden, so ist jedes Element receptiv für Anregungen seiner Spontaneität und keines spontan wirksam, ohne diese Anregungen recipirt zu haben.

326. Diesem allgemeinen Verhalten ordnen wir die Einwirkung von Erkenntnißobjecten auf ein erkennendes Subject unter. Jede Annahme zuerst ist ganz unzulässig, welche den Ursprung unserer Erkenntnisse ganz und einseitig in das erkennbare Object verlegt; es genügt wenige Aufmerksamkeit, um selbst in der tabula rasa, mit der man die empfängliche Seele verglichen hat, oder in dem Wachse, dem ähnlich sie Eindrücke nur aufnehmen sollte, die Unvermeidlichkeit der spontanen Rückwirkung zu entdecken. Nur weil die Tafel durch die ihrer Natur und Consistenz eigenen Wirkungsweisen die farbigen Punkte festhält und sie am Verfließen in einander hindert, nur weil das Wachs den Anziehungen seiner Theile diesen unelastischen Aggregatzustand verdankt, zwar leicht verschiebbar zu sein, aber die aufgezwungene Form festzuhalten, nur deswegen eignen sich beide, Eindrücke auf sich malen oder in sich einprägen zu lassen; ein Element, das gar keine eignen Wirkungsweisen dem ankommenden Reize entgegenstellt, würde nicht

34*

einmal die ihm zugeschriebene Eigenschaft der reinen Receptivität besitzen. Es ist ferner nothwendig sich klar zu machen, daß in einer Erkenntniß zwar der von dem Object herrührende unmittelbare Beitrag fehlen kann, aber niemals derjenige, den die Natur des Subjects liefert; denn dies ist denkbar, daß zwei Vorstellungen α und β, nachdem sie einmal auf äußere Veranlassung in der Seele entstanden sind, sich nun nach Gesetzen, die nur aus der Eigenthümlichkeit der Seele fließen, und ohne wiederholte Beihülfe der Außenwelt, zu einem neuen Ergebniß γ verschmelzen; undenkbar dagegen, daß ein Eindruck von außen auf uns geschähe, an dessen Gestaltung unser eignes Wesen nicht Theil nähme. Und darum können wir auch der Unterscheidung nicht beistimmen, welche Kant, in seinen Gedanken zwar nicht irrend, aber lässig im Ausdruck, so aufstellte, daß er den gesammten Inhalt unserer Erkenntniß der Erfahrung, und nur ihre Form der angebornen Thätigkeit des Geistes zuschrieb. Denn Kant wußte sehr wohl, was wir hier hervorheben, daß auch die einfachen sinnlichen Empfindungen, die recht eigentlich den primitiven Inhalt aller unserer Wahrnehmungen bilden, uns nicht fertig von außen kommen, daß sie vielmehr, wenn wir überhaupt die Vorstellung dieser Außenwelt festhalten, nur als Rückwirkungen unserer eignen geistig sinnlichen Natur auf die von dorther kommenden Reize gelten können; sie sind die a priori uns eigenthümlichen Möglichkeiten des Empfindens, zur Wirklichkeit in bestimmter Reihenfolge freilich durch äußere Veranlassungen berufen, aber nie durch diese Veranlassungen uns fertig überliefert. Was aber ferner aus der Zusammensetzung dieser einfachen Elemente sich bildet, das räumlich anschauliche Bild dieser bestimmten Gestalt, der zeitliche Verlauf jener Melodie oder Reihenfolge, auch das ist, selbst in allen Einzelheiten seiner Zeichnung, nicht minder ein Erzeugniß des vorstellenden Subjects, nicht minder also a priori. Denn auch wenn wir annähmen, in einem wirklich sich ausdehnenden Raume oder einer wirklich verlaufenden Zeit befänden sich Dinge in denselben Lagen oder in demselben Wechsel, in welchem wir sie dann räumlich oder zeitlich auffassen: auch dann würde diese räumlich zeitliche Vorstellung derselben etwas anderes sein als ihr eignes räumlich zeitliches Sein; wir könnten nicht dahin gelangen, unsere Vorstellungen α β γ in dieselbe Ordnung zu bringen, welche zwischen ihren objectiven Ursachen a b c

besteht, wenn nicht unsere eigene Natur und die Gesetze unseres Vorstellens uns dazu befähigten und nöthigten.

327. Oder wollte man sich durch Worte täuschen lassen und meinen, diese geringfügige Leistung einer Abbildung verstehe sich von selbst und bedürfe keiner wiedererzeugenden Arbeit? Aber was heißt abbilden und wie entsteht ein Bild? Lassen wir noch ganz das Auge beiseit, für welches zuletzt jedes Bild erst Bild ist, und fragen wir nur: wie stellt ein Spiegel die Bedingungen her, unter welchen für ein Auge das Bild eines Gegenstandes entstehen kann? Er vermag es nur, indem er die Lichtstrahlen, die der Gegenstand auf ihn sendet, mit Beibehaltung ihrer gegenseitigen Ordnung nach einer anderen Richtung zurückwirft, und hierzu wird er nur durch Glätte und Form seiner Oberfläche befähigt. Von diesen Eigenschaften hängt es ab, ob er die Strahlen so regellos zerstreut, daß kein Auge sie zu einem Bilde vereinigen kann, oder ob er sie so wieder ausschickt, daß sie divergirend dem Blicke doch zusammenfaßbar werden oder convergirend ein reelles Bild zusammensetzen, das dem Auge wie ein neuer Gegenstand sichtbar wird. Mit dem allen aber stellt der Spiegel doch nur den Reiz her, der auf die Sehkraft ähnlich wirkt, wie der Gegenstand selbst, und deshalb ihn vertreten kann; fragen wir aber, wie nun in Folge desselben ein Bild gesehen werden kann, so empfinden wir, wie unpassend überhaupt die Vergleichung einer Erkenntniß mit einer Abbildung war. Das erkennende Bewußtsein ist keine widerstehende gekrümmte oder ebene, glatte oder rauhe Oberfläche, und es würde ihm nichts helfen, empfangene Strahlen irgendwohin zu reflectiren; in sich selbst und in seiner zusammenfassenden Einheit, die kein Raum und keine Platte, sondern eine Thätigkeit ist, muß es die erregten Einzelvorstellungen zu der Anschauung einer räumlichen Ordnung verbinden, welche nicht selbst wieder eine räumliche Ordnung, sondern eben nur deren Vorstellung ist. Denn wenn nun auch, wie vielleicht Einige meinen, die Vorstellung eines linken Punktes in unserem Bewußtsein links neben der Vorstellung eines rechten Punktes läge, und die eines oberen über der eines unteren, so wäre durch diese Thatsache noch nicht die Anschauung dieser Thatsache gegeben; hierdurch allein würden wir uns in der That nur als ein Spiegel verhalten, in welchem die Wahrnehmung einer andern Seele die Lage jener Punkte

entdecken könnte, wenn diese Seele wenigstens das vollbrächte, was unsere eigene nicht gethan hätte: wenn sie nämlich die von uns in bestimmter Ordnung ihr zugestrahlten Eindrücke nicht blos erlitte und in sich beherbergte, sondern sie sich zur Veranlassung dienen ließe, eine zusammenfassende Anschauung dieser Ordnung zu erzeugen. Nichts also bleibt von diesem ungenauen Gleichniß übrig, als die Ueberzeugung, daß selbst die bloße Wahrnehmung eines Sachverhaltes, so wie er ist, nur unter der Voraussetzung möglich ist, das wahrnehmende Subject sei durch seine eigene Natur befähigt und genöthigt, die von den Gegenständen ihm zugekommenen Anregungen in diejenigen Formen zu vereinigen, die es an ihnen anschauen soll und von ihnen einfach zu empfangen glaubt. Daß es sich ebenso verhält mit allen Vorstellungen, die wir über den inneren Zusammenhang verschiedener Wahrnehmungen bilden, füge ich vor der Hand nur kurz hinzu: denn eben dies ist am öftersten zugestanden worden. Daß wir eine ursächliche Verbindung zwischen zwei Ereignissen nicht sehen, daß vielmehr die Vorstellung einer solchen erst von uns zu der wahrnehmbaren Zeitfolge der Begebenheiten hinzugebracht wird, hat man allseitig eingeräumt, bald um durch diesen apriorischen Ursprung dem Begriff des Causalnexus die höhere Würde eines nothwendig allgemeingültigen Gedankens zu sichern, bald um ihm jede Gültigkeit in Bezug auf die Welt der Dinge abzusprechen, aus deren Wahrnehmung er nicht entstanden sei. Beide Folgerungen sind unrichtig; in Bezug auf die zweite wiederhole ich die einfache Betrachtung: auch wenn ein ursächlicher Zusammenhang zwischen den Ereignissen der Außenwelt stattfindet: als unmittelbarer Gegenstand einer Wahrnehmung, die sich völlig receptiv verhielte, könnte er uns auch dann nicht gezeigt werden; immer kann uns durch die Art der Verbindung zwischen Einzeleindrücken nur eine Veranlassung gegeben werden, ihn hinzuzudenken, und diese Veranlassung kann nur dann wirksam sein, wenn es unserer geistigen Natur unvermeidlich ist, jene Verbindung des Mannigfaltigen in unserem Bewußtsein uns durch diese Ergänzung erst zu vervollständigen und zu rechtfertigen.

328. Die ausgedehnte Apriorität, die wir so für unsere Erkenntniß in Anspruch nehmen, ist indessen nur die eine Seite der Sache. Eben dann, wenn wir alle sinnlichen Empfindungsweisen,

unsere Raumanschauung, unsere Begriffe von Ding und Eigenschaft, von Ursache und Wirkung, endlich die ethischen Vorstellungen des Gut und Böse, als angeborene Aeußerungsweisen des Geistes betrachten, eben dann kann der Grund zu den besonderen einander ausschließenden Anwendungen ihrer aller nicht ebenso in dem Wesen dieses Geistes liegen. In unserer Raumanschauung sind unzählige Figuren möglich, aber nur bestimmte beobachten wir in jedem Augenblick; vielerlei Farben könnten wir sehen und sehr verschiedene Reihenfolgen von Tönen hören, aber wir können das Roth nicht ändern, das wir jetzt und hier bemerken, obgleich an derselben Stelle uns auch Blau und Gelb empfindbar wäre, und der jetzt gehörten Melodie können wir keine der unzähligen unterschieben, die wir in andern Augenblicken vernommen haben; unabhängig von uns ordnen sich die Ereignisse bald so daß sie uns zur Vorstellung eines ursächlichen Zusammenhangs nöthigen, bald so daß sie uns die Annahme desselben unmöglich machen; endlich diese Combination der Veranlassungen, die uns zur Ausübung unserer apriorischen Fähigkeiten gegeben werden, ändert sich von Person zu Person; sie kann also nicht in der allgemeinen Natur unseres Geistes begründet sein. Es ist gleichgültig für unsern gegenwärtigen Zusammenhang, wo wir ihre Ursachen suchen. Vielleicht hat die gewöhnliche Meinung Recht, der wir uns im Leben alle fügen, und von der wir in dieser Betrachtung ausgingen: vielleicht besteht eine Welt von Dingen außer uns, in welcher wir selbst bestimmte Plätze haben, und deren eigene Veränderungen verschieden auf uns wirken je nach den verschiedenen oder veränderlichen Stellungen, die wir in ihr einnehmen. Dann wird das Gewebe der Vorstellungen, die in uns entstehen, zwar nicht in dem Sinne Anspruch auf den Namen der Wahrheit haben, als könnte es ein ähnliches Bild dessen darstellen, was in dieser Welt der Dinge ist oder geschieht; aber jede Verknüpfung Trennung oder Abwechselung der Erscheinungen, die uns so vorschweben, wird doch als Folge den Gang einer vielleicht andersgearteten aber bestimmten Veränderung verrathen, die in den Verhältnissen der auf uns wirkenden Dingwelt stattgefunden hat. Zu demselben Ergebniß würde die andere idealistische Meinung führen, die uns im Leben stets ungeläufig bleibt, und zu welcher zulängliche Beweggründe nur innerhalb philosophischer Untersuchungen aufzufinden

sind. Vielleicht gibt es, ihr zufolge, keine Welt der Dinge und der Ereignisse außer uns, sondern nur die Erscheinung einer solchen wird durch eine einzige unbekannte und alle Geister durchdringende Macht eben nur in diesen Geistern selbst und so hervorgebracht, daß die Weltbilder, welche die verschiedenen um sich herum zu schauen glauben, zu einander passen und alle, jeder an seiner besonderen Stelle, sich in ein und dasselbe Universum eingeordnet erscheinen. Immer wird auch diese Vorstellungsweise zugestehen müssen, daß für jeden einzelnen Geist die Anregung, die er zur Erzeugung seines Weltbildes erhält, eine ihm selbst fremde ist und zugleich unerklärlich aus der allgemeinen geistigen Natur, die er mit allen andern theilt; woher sie auch stammen mag, sie bleibt ein empirisches oder aposteriorisches Element unserer Erkenntniß. Und wieder: jede Verknüpfung Trennung oder Abwechselung der Erscheinungen, die uns so entstehen, wird auf ein anderes Geschehen, auf Veränderungen hinweisen, die jetzt zwar nicht mehr in den Verhältnissen mannigfacher Dinge, wohl aber in dem Handeln jener einheitlichen Macht vorgehen, welche diesen Traum einer Außenwelt uns verschafft. Hier endlich wie dort wird es eine würdige Aufgabe sein, aus der Beobachtung und Vergleichung der Erscheinungen die beständigen Gesetze zu ermitteln, nach denen ihr wechselreiches Spiel erfolgt, und die Auflösung dieser Aufgabe wird die Erkenntniß einer Wahrheit sein, auch wenn es kein Mittel geben sollte, zu entscheiden, von welcher anderen Gesetzmäßigkeit einer uns unbekannt bleibenden Außenwelt diese Gesetzlichkeit des Verlaufs unserer Innenwelt hervorgebracht wird. Es ist im Wesentlichen die Ansicht Kant's, die ich hier vertrete, und von der die deutsche Philosophie nie hätte ablassen sollen. Ich vertrete sie aber unter ausdrücklicher Ablehnung jeder Beantwortung der letztgedachten Frage. Mag es immerhin sein, daß Jemand eine unmittelbare Gewißheit über Sein oder Nichtsein jener Außenwelt zu besitzen glaubt: was und wie sie sei, wird er doch immer nur durch Rückschlüsse von den Erscheinungen aus enträthseln können; hier muß daher zuerst Recht geschaffen werden: die gewissen Grundsätze, nach denen der Zusammenhang dieser Innenwelt zu beurtheilen ist, müssen zuerst festgestellt werden, ehe von einer Anwendung der gewonnenen Einsicht auf jene der Metaphysik zu überlassende Sonderfrage zu reden ist.

329. Wenn wir nun aber Wahrheiten voraussetzen, die, in dem früher angegebenen Sinne des Wortes, unserem Geiste angeboren sind, woher erlangen wir die Kenntniß derselben, wenn nicht dadurch, daß wir sie in uns finden? also durch eine innere Erfahrung? so daß doch zuletzt Erfahrung die einzige Quelle aller unserer Erkenntniß wäre? Dieser Einwurf ist gemacht worden; man wird ihn zunächst für ebenso unfruchtbar als unwiderleglich halten. Denn sicher: wenn wir eine Wahrheit wissen sollen, müssen wir uns ihrer bewußt sein, und wenn wir früher uns ihrer nicht bewußt waren, so ist der Uebergang zum Wissen derselben eine Begebenheit, die wir nur erleben oder erfahren können; in demselben Sinne ist unser ganzes Dasein eine Thatsache, die wir vorfinden. Gegen den Apriorismus angeborener Ideen kann mithin dieser Einwand nicht gelten; vielmehr: auch wenn es angeborene Ideen, auch wenn es sie sogar in dem Sinne gäbe, daß sie einen unablässigen Inhalt unsers Bewußtseins bildeten, auch dann würde eine hierauf gerichtete Reflexion ihr Vorhandensein zunächst immer nur als eine gegebene Thatsache erfahren oder erleben. In dieser weitläufigen Bedeutung genommen ist der Begriff der Erfahrung nicht mehr der Anlaß zu einer Verschiedenheit der Meinungen; von Wichtigkeit ist nur, als was wir jene Gedanken erfahren, ob als angeborene Wahrheiten oder als Erfahrungen in dem beschränkteren Sinne, in welchem sie im Gegensatz zu diesen auf einen dem Geiste selbst auswärtigen Ursprung hindeuten. Und hier verschärft sich zunächst die vorige Frage, wenn wir nach Kennzeichen suchen, welche den einen Fall von dem andern unterschieden. Aufgenöthigt werden uns die Eindrücke, die von außen kommen, und wir können sie nicht ändern; aber unvermeidlich und nothwendig erscheinen uns auch jene Wahrheiten; daß wir im ersten Fall einen fremden Zwang, im zweiten nur den unserer eigenen Natur erlitten, können wir vermuthen, aber wie beweisen? In der That ist indessen, im unbefangenen Gebrauch des Denkens, nicht dies das Erste, was uns jetzt, in dem Zusammenhange unserer methodologischen Betrachtung, das Wichtigste war: nicht in dieser ihrer Eigenschaft, dem Geiste angeboren zu sein, werden jene Wahrheiten erfahren, sondern die sachliche Selbstverständlichkeit ihres Inhalts fällt uns zuerst auf und macht sie, nachdem irgend ein Beispiel uns veranlaßt hat, sie zu denken, von aller Bestätigung durch

fernere Beispiele, mithin von der Erfahrung unabhängig, welche diese liefern könnte. Allgemeinheit und Nothwendigkeit sind daher immer die beiden Eigenschaften gewesen, die den apriorischen Erkenntnissen zugeschrieben wurden. Wir verstehen die erste in dem Sinne, daß überall, sobald das Subject einer solchen Erkenntniß gedacht wird, auch das zugehörige Prädicat als selbstverständlich mit ihm verbunden erscheint; und in nichts Anderem als in dieser Selbstverständlichkeit besteht anderseits auch die Nothwendigkeit der Geltung, die allgemeinen Wahrheiten offenbar in anderer Bedeutung zukommt, als den Verknüpfungen verschiedener Inhalte, die uns die veränderliche Erfahrung vorführt. Gegeben sind auch diese so, daß in dem Augenblick, in welchem sie stattfinden, unsere Willkür sie nicht zu trennen vermag; aber obwohl nothwendig in dem Sinne, in welchem es jede Thatsache ist, die nicht hinweggeleugnet werden kann, entbehrt doch der Inhalt der Erfahrung jene Selbstverständlichkeit der inneren Verknüpfung, die uns den einen seiner Bestandtheile nicht ohne den andern zu denken erlaubt. Aber zuletzt: was in diesem einen Augenblicke uns selbstverständlich erschiene, woher hätten wir das Recht zu behaupten, daß es in jedem andern Augenblicke uns ebenso erscheinen werde? ihm also jene Allgemeingültigkeit zuzuschreiben, durch die es, der veränderlichen Erfahrung gegenüber, zu einem feststehenden Grundsatze für deren Beurtheilung würde? Schon die antike Skepsis erhob diesen Zweifel, und er bewog sie, die Zulässigkeit jeder allgemeinen Behauptung zu leugnen. In der That, welchen Grundsatz wir auch immer erdenken möchten, um uns zu berechtigen, von der Evidenz eines Gedankens im jetzigen Augenblick auf gleiche Evidenz desselben in aller Folgezeit zu schließen, als allgemeiner Grundsatz würde er genau dem Bedenken unterliegen, welches er zu heben bestimmt wäre. So würde es denn, um uns der Allgemeingültigkeit eines Gedankens zu versichern, kein Mittel geben, wenn uns die Evidenz nicht genügt, mit welcher sein Inhalt, einmal gedacht, sich selbst ewige Geltung der Erfahrung vorgreifend zuschreibt. Und man würde bedenken müssen, daß diese Unfähigkeit nicht eine beklagenswerthe Unvollkommenheit nur der menschlichen Einsicht sein würde; jeder Geist theilte sie, dessen Vorstellungsleben, in der Zeit sich entwickelnd, irgend noch Aehnlichkeit mit dem unsrigen hätte; welche wahrste Wahrheit ihm auch angeboren sein möchte,

sie würde in sein Bewußtsein doch nur in einem bestimmten Augenblicke treten, und alle Evidenz, die sie dann für ihn hätte, würde den Zweifel an ihrer Denknothwendigkeit im nächsten Augenblicke nicht heben.

330. Vielleicht stimmt man diesem Ergebnisse eifrig zu und fährt fort: eben dies beweise die Vergeblichkeit unserer Parteinahme für Wahrheiten, die dem Geiste a priori gegeben seien; selbst nachdem er sie besitze, habe er kein Mittel, sie von dem zu unterscheiden, was ihm nur durch Erfahrung zukomme; oder anders ausgedrückt: eben nur durch Erfahrung lerne er ihre Allgemeingültigkeit kennen; wenn in jedem folgenden Versuche, sie zu denken, sich ihre Evidenz immer wieder erneuere, dann habe man zwar nicht den strengen Beweis, aber die größte Wahrscheinlichkeit ihrer allgemeinen Geltung, und hierauf, auf diese wachsende empirische Wahrscheinlichkeit, habe alle unsere Erkenntniß sich denn in der That zu beschränken. Hierin liegt ein Theil von Wahrheit, dessen ich nachher gedenken will; aber das Ganze dieser Behauptung ist falsch. Eben dann, wenn zugestandenermaßen die in dem einen Augenblick *erfahrene* Evidenz eines Gedankens nicht für die *Erfahrung* derselben Evidenz in einem zweiten bürgen soll, eben dann kann auch eine tausendfach wiederholte gleiche Erfahrung das Eintreten der tausend und ersten nicht wahrscheinlicher machen, als schon das der zweiten oder der dritten gewesen wäre. Wenn wir nach vielfachen Beispielen einer Verknüpfung zweier Ereignisse a und b, deren Reihenfolge durch kein Gegenbeispiel unterbrochen worden ist, auf jedes neue Eintreten von a auch b mit immer wachsender Zuversicht erwarten, so thun wir dies auf Grund sehr bestimmter Voraussetzungen. War jene Verknüpfung von a und b nicht von der Art, daß sie, einmal gedacht, sich als selbstverständlich erwies und sich selbst als allgemeingültig für alle Zukunft ausgab, so leiten wir ihre beständige Wiederkehr davon ab, daß die wechselnden Bedingungen, welche diesen Erfolg hätten ändern *können*, nicht eingetreten *sind*; daß sie aber auch später nicht eintreten werden, finden wir nach einer großen Anzahl gleichartiger Erfahrungen nur deshalb wahrscheinlich, weil wir im Ganzen des Weltlaufs und in dem besondern Theile desselben, dem jene Ereignisse angehören, eine Beständigkeit des Verhaltens *voraussetzen*, die an einer hinlänglichen Anzahl von Beispielen *erkennbar* wird; nun, nachdem wir vorausgesetzt haben, daß die zukünftigen

Wiederholungen der Bedingungen den beobachteten gleichen werden, schließen wir: unter gleichen Bedingungen werde Gleiches eintreten müssen. Haben wir uns in jener Voraussetzung geirrt, so werden wir eine falsche empirische Behauptung allgemein aufgestellt haben, die durch eine später kommende Erfahrung widerlegt wird; gilt uns dagegen der allgemeine Grundsatz nicht mehr für allgemein, daß unter gleichen Bedingungen gleiche Folgen entstehen, so ist das ganze logische Verfahren grundlos und haltlos, durch welches man aus Erfahrungen Sätze von auch nur wahrscheinlicher Allgemeingültigkeit zu finden hofft; denn jede Folgerung von m zu m + 1, gleichviel ob sie strenge oder wahrscheinliche Geltung irgend eines Satzes vermitteln will, setzt die strenge Allgemeingültigkeit jenes logischen Grundsatzes voraus. Man sieht daher, daß die Neigung, alle allgemeine Erkenntniß aus Erfahrung, d. h. aus Summirung von Einzelwahrnehmungen zu gewinnen, nicht zum Ziele kommt; irgendwo ist stets als nothwendiges Hülfsmittel einer jener Gedanken vorauszusetzen, dessen einmal gedachtem Inhalt man mit unmittelbarem Zutrauen den von ihm erhobenen Anspruch auf allgemeine Gültigkeit zugibt.

331. In der That ist nun hierüber im wirklichen Gebrauche des Denkens niemals Streit gewesen. Man hat manchen mathematischen Beweis erneuter Prüfung unterzogen, aber immer nur um zu ermitteln, ob jeder der einzelnen Sätze, aus denen er bestand, für sich evident war oder folgerecht aus anderen evidenten floß; niemals dagegen hat man das an sich Evidente einer bloßen Wiederholungsprobe unterworfen, um zu sehen, ob nicht doch einmal ein Augenblick käme, in welchem sein Gegentheil, die Gleichheit etwa des Ungleichen oder ein Ueberschuß des Theiles über das Ganze, ebenso evident würde; und wäre jemals dies Unerwartete geschehen, so würde Niemand gezweifelt haben, daß ein Fehler vorliege, den die Unachtsamkeit des Rechnenden allein verschuldet habe. Zwiespalt ist dagegen vorhanden über den Umfang jener selbstverständlichen nnd allgemeingültigen Wahrheiten, und hier kommt nun der Theil Wahrheit in Betracht, den ich oben der zurückgewiesenen Ansicht doch zugestehen mußte. Aber auch dies meine ich nicht so, als könnte die Erfahrung als solche uns helfen, das festzustellen, was nicht nur als allgemeine Thatsache, sondern mit selbstverständlicher Nothwendigkeit allgemein gilt; vielmehr ist es gerade

die Erfahrung, deren oft wiederholte gleichförmige Aussagen uns verlocken, zuletzt für nothwendig und selbstverständlich zu halten, was nur wirklich, oder nicht einmal dies ist. Ich habe früher der täuschenden Evidenz gedacht, die für uns manche Gedanken annehmen, deren Inhalt ein beschränkter Beobachtungskreis uns beständig ohne Gegenbeispiel vorgeführt hat; die psychologische Association, die sich dann zwischen den Vorstellungen a und b zweier stets aufeinander gefolgten Ereignisse gebildet hat, nimmt sehr bald den Schein einer selbstverständlichen sachlichen Verknüpfung der vorgestellten Inhalte an. Ich habe schon damals angeführt, daß der Versuch, das contradictorische Gegentheil eines so evident gewordenen Gedankens zu denken, zuweilen dazu dient, diesen täuschenden Schein zu zerstreuen; mit Verwunderung bemerken wir dann, daß eine Annahme, die der scheinbar selbstverständlichsten Behauptung widerspricht, dennoch keinen Widerstand unseres Denkens erfährt, daß sie denkmöglich ist wie diese, daß also die Gewißheit, die wir dieser zuerkannten, nicht auf allgemeingültiger und selbstverständlicher Zusammengehörigkeit ihres Inhaltes beruht. Aber ich mußte auch schon früher hinzufügen, daß dieser Versuch nicht immer entscheidend sein wird; sehr mannigfaltig sind in der That die Einflüsse der vorgängigen Erfahrung, die auch seinen Nutzen vereiteln. Könnten wir sicher sein, wenn wir irgend einen Satz dieser Prüfung unterwerfen, nicht nur sein Subject a, sein Prädicat b und den Sinn der Copula c oder derjenigen Verknüpfung, in welche wir a und b bringen wollen, genau, ohne Mangel und Ueberfluß bestimmt zu haben, sondern auch bei der endlichen Entscheidung darüber, ob dies c zwischen diesem a und diesem b selbstverständlich stattfinde oder nicht, uns durch keinerlei Beweggrund leiten zu lassen, der dem festbestimmten Inhalt dieser drei Begriffe fremd wäre, so würden die endlichen Aussagen aller, bejahend oder verneinend, gewiß übereinstimmen. Wo diese Bedingungen erfüllbar sind, wie es auf dem Gebiete der Mathematik der Fall ist, da finden wir solche Uebereinstimmung wirklich. Die verwickelten Begriffe von Gegenständen der Wirklichkeit gestatten dagegen nicht von fern diese Genauigkeit der Zerlegung; und jedes besonnene Denken erwartet hier Ergebnisse nur von der Erfahrung oder vielmehr von genauer Bearbeitung der Erfahrungen; die einfachsten und allgemeinsten Begriffe und Gedanken endlich, die wir eben dieser Be-

arbeitung gern überordnen möchten, würden an sich allerdings jene Genauigkeit zulassen, wenn nicht eben der Einfluß der vorangegangenen Erfahrungen sie erschwerte. Wir meinen gewiß etwas sehr Einfaches und Bestimmtes, wenn wir die Worte: Sein Ding Ursache Kraft Wirkung und Stoff aussprechen; aber jeder dieser Begriffe ist von uns, auf Veranlassung unseres Beobachtungskreises oder besonderer Lieblingsrichtungen unserer Aufmerksamkeit, gewöhnlich nur auf einen Theil des Umfanges angewandt worden, den er nach unserer eignen Ueberzeugung ganz beherrschen soll, und zugleich anderseits in mancherlei Verbindungen gebracht, die ihm möglich, aber nicht wesentlich sind. Definiren würden wir daher, wenn man uns aufforderte, denselben Begriff vielleicht übereinstimmend, unsere wirklichen Anschauungen seines Inhalts würden dennoch verschieden genug sein, so verschieden wenigstens, wie dieselben Formen unter verschiedenen Beleuchtungen erscheinen. Alle diese unzergliederten Nebengedanken nun, die Stimmungen und Wünsche, die so sich verstohlen an das Gedachte knüpfen und ihm sein eigenthümliches Colorit geben, machen uns geneigt, Prädicate an ihm selbstverständlich zu finden, die der bloße Eigeninhalt desselben nicht gerechtfertigt hätte. Dies ist der Werth und die Gefahr der Erfahrung: ohne durch sie veranlaßt zu sein, treten die allgemeinen Grundsätze unseres Urtheilens nicht vor unser Bewußtsein; durch sie veranlaßt aber sind sie zugleich mit Einseitigkeiten Mängeln und Ueberschüssen behaftet, von denen eine spätere Reflexion Mühe hat sie zu reinigen. Hier beginnt, als eine unermüdlich fortzusetzende Kritik, jene dankenswerthe Bemühung, psychologisch den Ursprung der Gestalt zu erforschen, die sie zuletzt in unserem Bewußtsein angenommen haben; nicht sowohl um zu zeigen, wie *alle* Wahrheit und Gewißheit allmählich aus den Aussagen der Erfahrung entspringt, sondern im Gegentheil, um deutlich zu machen, wie viel Fremdartiges, nur aus den Besonderheiten der beobachteten Beispiele stammend, sich incrustirend an den Inhalt jener ursprünglichen Wahrheiten angelagert hat, die, einfach und rein gedacht, uns nicht nur nothwendig und selbstverständlich erscheinen, sondern so auch sich in allen ihren Anwendungen bewähren würden.

332. Ich glaube nicht, daß diese *Kritik der Vorurtheile*, wie ich sie kurz nennen möchte, sich anders als stückweis und in unmittel-

barem Anschluß an bestimmte zu lösende Aufgaben ausführen läßt; denn die Schwierigkeiten, die sich bei den Bearbeitungen dieser erheben, sind es eigentlich erst, die uns den Verdacht der Unrichtigkeit unserer Grundsätze und eine Vermuthung über die Quellen der begangenen Irrthümer erwecken. Ich unterlasse daher, hierüber ins Einzelne zu gehen; aber ich muß mein bisheriges Verfahren rechtfertigen gegenüber der entgegengesetzten Ansicht, welche durch diese psychologischen Zergliederungen unserer Erkenntnisse nicht nur ursprüngliche Wahrheiten aus der Umhüllung irriger Nebengedanken zu befreien, sondern die Natur des Denkens systematisch aufzuklären und die Gültigkeit seiner Grundsätze zu erweisen sucht. Ich bin in meiner ganzen Darstellung nicht dieser Meinung gewesen, daß die Logik wesentlichen Nutzen aus der Erörterung der Bedingungen ziehen könne, unter denen das Denken als psychischer Vorgang verwirklicht wird. Die Bedeutung der logischen Formen besteht in dem Sinne der Verknüpfungen, in welche wir den Inhalt unserer Vorstellungswelt bringen sollen; in dem also, was das Denken aussagt oder befiehlt, nachdem oder indem es in uns zu Stande kommt, aber nicht in dem, was als erzeugende Bedingung seiner eignen Wirklichkeit hinter ihm liegt. Gewiß muß es Bedingungen dieser Art geben, nicht blos solche eines psychischen Mechanismus, die in jedem einzelnen Augenblick jede einzelne seiner Bewegungen ebenso bestimmen, wie jeden Zug eines äußeren Naturereignisses die im Moment seines Entstehens vorhandenen physischen Data; vielmehr auch die Nothwendigkeit, mit welcher im Allgemeinen das Denken jene Regeln seines Verfahrens unwissentlich befolgt, die eine spätere Reflexion als bewußte Grundsätze ausspricht, muß eine unvermeidliche Folge der Natur des Geistes sein, deren Erforschung der Psychologie zufällt. Aber wenn wir nun Alles wüßten, was wir hierüber zu wissen wünschen können, so würde es doch eine Täuschung sein, wenn wir darum besser über die Wahrheit unserer logischen Grundsätze urtheilen zu können glaubten; wäre doch ihre Gültigkeit vielmehr die Voraussetzung für die Möglichkeit der Untersuchung gewesen, durch die wir diese ihre psychologische Entstehungsgeschichte zu Stande gebracht hätten. Diesen Cirkel, der uns so oft schon ermüdet hat, will ich hier zum letzten Male erwähnt haben; es muß klar sein, daß keine sensualistische oder empirische Theorie der Entstehung unseres

Denkens und Wissens dahin kommen kann, den Satz der Identität oder des ausgeschlossenen Dritten zu beweisen oder zu widerlegen; sie bedarf beider zu jedem Schritt ihrer Folgerungen; sie kann ebensowenig die Geltung des Causalgesetzes erst begründen oder hinwegräumen wollen, denn jeder Versuch, seine Anwendung auf Association und Reproduction der Vorstellungen zurückzuführen, setzt in anderer Form es selbst als gültig in Bezug auf die Wechselwirkung der psychischen Zustände voraus, und sowohl seine Bejahung als seine Verneinung wäre hinfällig, wenn nicht zuerst seine Gültigkeit feststände, aus der dann freilich die Verneinung nur durch einen sonderbaren Selbstmord der Untersuchung entspringen könnte. So bleibt denn nichts übrig, als daß diese psychologischen Zergliederungen auf die Aufgabe beschränkt werden, zu zeigen, wie an sich gültige Wahrheiten im Denken und für dasselbe, sofern es ein psychischer Vorgang ist, als unbewußt befolgte Regeln seines Verfahrens verwirklicht werden.

333. Und hier möchte ich nun noch deutlich machen, daß wir auch von alle dem, was wir in dieser Beziehung zu wissen wünschen können, in der That nichts wissen, und daß die Logik noch lange auf ein tieferes Verständniß der Denkhandlungen würde verzichten müssen, wenn sie der Aufklärung durch psychologische Ableitung derselben bedürfte. In den sensualistischen Darstellungen, wie sie nach dem hierin unerreichten Vorbild Locke's und nach dem kecken Versuche Condillac's vielfältig wiederholt sind, kann ich nichts finden, was überhaupt dieser Aufgabe entspräche. Als Kritik der Vorurtheile unseres Erkennens hat Locke's Werk in der Entwicklung der neueren Philosophie die Wirkung völlig gehabt, welche die Größe des von ihm eröffneten Gesichtskreises und die Schärfe seines Eindringens verdiente; aber der Mannigfaltigkeit der inneren Vorgänge, die er in Betracht zieht, steht er doch mit keinem andern Organ als jenem common sense gegenüber, der, an der Beurtheilung des äußern Weltlaufs geübt, mit den hier erworbenen achtbaren und probablen, aber unsystematischen Maximen überall auszureichen glaubt. Es liegt mir näher, von dem zu reden, was in deutscher Philosophie versucht worden ist. Wenn wir von Erklärung eines Kreises von Vorgängen sprechen und sie vermissen, so schwebt uns als Muster des Gewünschten die Gesammtheit der naturwissenschaftlichen Weltansicht vor. In ihr ist, eben durch Beachtung

der Gesetze des Denkens und ihre sorgfältige Anwendung auf den Inhalt genauer Beobachtungen, die Auffindung weniger Urthatsachen gelungen, aus deren Ineinandergreifen höchst mannigfache Erscheinungen mit nachweisbarer Nothwendigkeit entspringen. Glückliche Eingebungen haben in jüngster Zeit auch einen Theil des innern Lebens, die Abhängigkeit wenigstens der Empfindungen von äußeren Reizen, dem so beherrschten Gebiet hinzugefügt; nicht indem man versuchte, die Eigenart psychischer Ereignisse aus physischen Vorgängen zu construiren, die ihnen ewig unvergleichbar bleiben, sondern indem man sich beschränkte, auf die Glieder beider Reihen, welche thatsächlich aber in unbekannter Weise die Naturordnung aneinanderkettet, genaue Maßbestimmungen anwendbar zu machen und aus den gefundenen zusammengehörigen Werthpaaren das Gesetz ihrer Correspondenz zu entwickeln. Schon früher war diesen Bemühungen ein werthvoller Versuch vorangegangen, zwar ohne Anknüpfung an Erfahrung im Einzelnen, aber nach Hypothesen, die sich dem Gesammteindruck der Erfahrungen anschlossen, in gleichem Sinne auch die inneren Zustände der Seele einer mechanischen Theorie ihres Zustandekommens zu unterwerfen. Alle diese Leistungen indessen, durch welche die psychologische Anschauungsweise der Gegenwart den Ansichten der Vorzeit sehr weit überlegen ist, reichen nicht an den räthselhaften Punkt hinan, dessen helle Beleuchtung der Logik neue Wege öffnen könnte. Sie alle lehren uns nur die Wechselwirkung verschiedener dem Maße nach bestimmter psychischer Einzelzustände mit Rücksicht auf die Veränderung kennen, die jeder von ihnen durch sein Zusammentreffen mit andern erfährt, mit Rücksicht also auch auf den Gesammtzustand der Seele, soweit er nichts als das mechanische Resultat aller dieser Gegenwirkungen ist. Aber sie erklären nicht ebenso die neuen Rückwirkungen, zu denen jeder so entstandene Zustand die Seele veranlaßt, und die eben nicht berechenbare Ergebnisse von Größenverhältnissen zusammentreffender Bedingungen sind, die vielmehr mit einer andersgearteten, sagen wir: mit einer dialektischen oder teleologischen Nothwendigkeit von dem Sinne oder der Idee abhängen, zu deren Verwirklichung die Seele bestimmt ist. Die Erforschung der äußeren Natur läßt ähnliche Fragen zurück, bedarf aber für ihre Zwecke deren Beantwortung nicht. Wie es zugehe, wie es gemacht werde, oder wozu es denn so sei, daß Massenelemente ein-

ander nach Maßgabe ihrer Zwischenentfernung anziehen, kann dahingestellt bleiben; nachdem das Gesetz dieser Wirkung bekannt ist, darf sie als ein constantes Element des Naturlaufs, d. h. hier als ein solches gelten, dessen Variationen in jedem Einzelfall durch die gegebenen Umstände mitbestimmt sind; je mehr es gelingt, alle Naturvorgänge auf so sich verhaltende gleichartige Bewegungskräfte zurückzubringen, um so mehr wird auch seiner Form nach jedes einzelne Ereigniß aus seinen veranlassenden Bedingungen construirbar werden. Dies würde sich ändern, wenn die Naturforschung Ursache zu der Annahme erhielte, daß auch die für unveränderlich geachteten Elemente unter der Wirkung solcher Kräfte innere Zustände erlitten und durch diese bestimmt würden, mit neuen vorher nie angeregten Formen der Rückwirkung in das Spiel der Ereignisse einzutreten. Gewiß würde man auch diese neuen Einflüsse, soweit sie in der Umgestaltung physischer Umstände wirksam würden, unmittelbar an die erkennbaren äußeren Bedingungen anschließen, unter denen sie entstanden, also allgemein ausgedrückt, sie als Functionen dieser letzteren betrachten können; scheinbar würde daher nicht die Stetigkeit der wissenschaftlichen Construction eine Unterbrechung, sondern nur ihre Ausführung eine vermehrte Schwierigkeit erfahren: in der That aber würde ein Sprung in dieser Continuität doch vorhanden sein. Denn daß überhaupt unter der Summe m gewisser physischer Bedingungen eine neue Wirkungsweise μ, unter der anderen Summe n eine andere neue Wirkung ν auftreten werde, würde doch ein neues Datum, eine Thatsache sein, die man aus Erfahrung w e i ß, aber nicht selbstverständlich und analytisch als nothwendige Folge jener Bedingungen ableiten kann. In einem solchen Falle nun befinden wir uns hier. Alle die inneren Vorgänge, die wir psychologisch als nothwendige Voraussetzungen für die Verwirklichung irgend einer Denkhandlung kennen, sind nur jene V e r a n l a s s u n g e n m oder n, unter denen diese logischen Rückwirkungen μ und ν des Geistes zum Vorschein kommen; aber e r k l ä r l i c h wird uns aus m und n weder die Thatsache, daß μ und ν hinzukommen, noch finden wir wieder in dieser Thatsache selbst die mindeste Erklärung für die weiteren Verknüpfungen, die das Denken zwischen μ und ν, überhaupt zwischen den verschiedenen elementaren Ausübungen seiner Thätigkeit in immer sich steigernder Ver-

wicklung anstiftet. Ich würde hierbei verweilen, wenn nicht ohnehin der Gegenstand des nächsten Abschnittes mich nöthigte, im Einzelnen auf die tiefe Kluft hinzuweisen, die zwischen dem psychischen Mechanismus und dem Denken unausgefüllt liegt; ich begnüge mich hier mit dem Ausdruck meiner Ueberzeugung, daß man alle logischen Rückwirkungen des Geistes als ein in sich zusammengehöriges Ganze, als eine einheitliche Tendenz aufzufassen hat, deren einzelne Aeußerungen ihrem Sinne nach sich verständlich in eine Reihe gliedern lassen, dagegen nach ihrer Entstehung als psychische Vorgänge noch völlig unbegreiflich sind. Es ist eine Illusion der Psychologie und eine Verderbniß der Logik zugleich, die Veranlassungen, unter denen sie sich kundgeben, für sie selbst zu halten; hoffnungsloser ist nur noch der Wahn, durch eine vervollkommnete Theorie der Nervenphysik das deutlich zu machen, worauf die Möglichkeit jeder Theorie beruht.

Viertes Kapitel.

Reale und formale Bedeutung des Logischen.

334. Thatsachen der Wahrnehmung erkennen wir an; nur dem discursiven Denken mißtrauen wir, das sie deutet, am meisten den langen Gedankengeweben, die es der Anschauung abgewandt und doch mit der Hoffnung auf ein Ergebniß fortspinnt, das diese später bestätigen werde. Als Thätigkeit oder Bewegung der Seele folgt das Denken Gesetzen ihrer Natur; werden die Regeln, nach denen es seine Vorstellungen verknüpfen muß, zu demselben Abschluß führen, den der Zusammenhang der Sachen hervorbringt? so daß das Ende unseres Gedankenganges, wenn wir zur Wahrnehmung zurückkehren, mit dem zusammentrifft, was der Lauf der Dinge inzwischen hervorgebracht? Und wenn wir im Ganzen für unwahrscheinlich halten, daß Denken und Sein, die eine natürliche Vermuthung als für einander geschaffen ansieht, völlig auseinander gehen, wird dann auch jeder einzelne Schritt des Denkens einer Phase des Geschehens entsprechen, die in der Entwicklung des gedachten Inhalts vorkäme? Aus solchen Zweifeln entsteht die Ansicht von einer blos formalen oder subjectiven Geltung des Denkens. Sie ist klar in dem, was sie behauptet: die logischen Formen und die Gesetze ihrer Anwendung sind die Bedingungen, durch deren Erfüllung das Denken sich selbst genügt und den Zusammenhang des Vorgestellten zu dem macht, was für es selbst, das Denken, Wahrheit ist; aber unklar bleibt, in welchem Verhältnisse, das sie doch nicht entbehren können, diese Formen und Gesetze zu dem Inhalt stehen, den sie nicht erzeugen, sondern vorfinden, und durch dessen Bearbeitung allein doch die gedachte Wahrheit den ihrigen erhält. Kann ein Inhalt in Formen gebracht werden, für die er nicht paßt? und selbst wo wir

einen Stoff gewaltsam in eine Gestalt pressen, die er freiwillig nicht annähme, muß nicht in ihm selbst eine Eigenschaft sein, die diese Gewalt wenigstens möglich macht? in jedem gegebenen Inhalt mithin, den das Denken seinen Formen unterwirft, eine Beziehung und Verwandtschaft zu diesen Formen, die höchstens mißbraucht werden kann? Muß nicht endlich diese Annahme in Bezug auf jede einzelne logische Operation gelten? Keine von ihnen ließe sich als blos subjectives Verfahren des Denkens ausführen, läge nicht in dem gegebenen Inhalt ein Zug, der sie verlangte oder gestattete. Nun wissen wir, daß jenes Mißtrauen, dem wir oben Worte gaben, sich nicht in der befürchteten Allgemeinheit bestätigt; wie viel wir auch in langen Gedankengängen irren, das tägliche Leben zeigt doch, wie gut durchschnittlich unsere Ueberlegungen mit dem Lauf der Dinge wieder zusammentreffen. Warum sollen wir nicht diese Zuversicht zu der Wahrhaftigkeit unseres Denkens festhalten, die unsere natürliche dem Zweifel vorangehende Stimmung ist? warum sie nicht bis zu der Ueberzeugung steigern, der sachliche Inhalt des Vorstellens sei an keine anderen Gesetze als an die gebunden, die das Denken ihm auflegt? so daß es nur sorgfältiger Aufmerksamkeit auf alle Feinheiten in dem logischen Verfahren des Geistes bedürfte, um in ihm wie in einem Spiegelbilde die eigenen realen oder objectiven Entwicklungsformen alles Seins zu finden? So entsteht die Ueberzeugung von einer realen Bedeutung des Denkens, in ihren allgemeinsten Zügen die frühere in der Entwicklung des menschlichen Geistes, ein Erzeugniß der Neuzeit in der ausdrücklichen Steigerung, die wir ihr zuletzt gaben; zwischen ihr und der entgegengesetzten Ansicht hat die Geschichte der Philosophie einen langen Streit zu erzählen. Wir können ihn nicht dadurch entscheiden, daß wir den logischen Formen und Gesetzen die des realen Seins und Geschehens vergleichend gegenüberstellten, denn wir haben keine Kenntniß der letztern, an der nicht das Denken bereits mitwirkend Theil hätte; aber wir können fragen, wie denn das Denken selbst über die Bedeutung seiner eignen Handlungen urtheilt, und inwieweit es diejenigen Formen, die es als psychische Bewegung des denkenden Subjects annehmen muß, für Eigenbestimmtheiten des von ihm bearbeiteten Inhalts ausgibt.

335. Welche Handlung des Denkens wir auch ins Auge fassen: keine besteht in dem bloßen Vorhandensein zweier Vorstellungen a und b

in demselben Bewußtsein, jede in dem, was wir eine **Beziehung** der einen Vorstellung **auf** die andere nennen. Nach ihrer Ausführung läßt diese Beziehung sich als eine dritte Vorstellung C fassen, aber weder ist dann C gleichartig mit a und b, noch ist sie ein blos mechanischer Effect von Gegenwirkungen, die nach irgend einem Gesetz zwischen beiden, als psychischen Vorgängen von bestimmter Größe und Verschiedenheit, stattgefunden hätten. Als einfachste Beispiele mögen Gleichsetzung und Unterscheidung zweier Vorstellungsinhalte dienen. Setzen wir a gleich a, so ist ohne Zweifel die Vorstellung a doppelt in unserem Bewußtsein; aber welche mechanische Analogie wir auch anwenden, nie folgt aus diesem Umstande etwas Anderes, als daß entweder beide a für eines zählen, weil sie ohne Unterschied einander decken, oder daß sie, als gleichartige Erregungen der Seele, zu einer dritten Vorstellung von größerer Stärke verschmelzen, oder daß es bei ihrem getrennten Bestehen lediglich sein Bewenden habe. Ihre **Vergleichung** aber, die zu der Vorstellung C der Gleichheit führt, besteht weder in ihrem bloßen Zusammensein noch in ihrer Vermischung; sie ist eine jetzt erst angeregte völlig einheitliche That der Seele, welche beide Vorstellungen zugleich festhält, von der einen zur andern übergeht und sich bewußt wird, während dieses Ueberganges und durch ihn keine Veränderung ihres vorstellenden Zustandes oder Handelns erfahren zu haben. Vergleichen wir ferner zwei verschiedene Vorstellungen a und b, Roth und Gelb. Zwei äußere Reize, die für sich einwirkend je eine dieser Empfindungen erweckt hätten, mögen gleichzeitig wirkend in dem Nerven, durch den sie sich noch als physische Zustände fortsetzen, in eine dritte mittlere Erregung verschmelzen können, die der Seele nur Veranlassung zu einer einfachen dritten Empfindung gäbe; zwei Vorstellungen, die als solche einmal in der Seele entstanden sind, erfahren diese Vermischung nicht. Geschähe sie, so wäre mit dem verschwundenen Unterschiede auch Anlaß und Möglichkeit der Vergleichung und hiermit in weiterer Folge die Möglichkeit alles Denkens und Erkennens verschwunden. Denn sichtlich beruht jede Beziehung darauf, daß die verschiedenen Inhalte unverfälscht durch eigene Wechselwirkungen in dem Bewußtsein aufbewahrt bleiben, daß die einheitliche Thätigkeit, welche sie zusammenfassen will, sie als solche vorfindet und zwischen ihnen hin und hergehend sich der entstehenden Aenderung ihres eignen vor-

stellenden Zustandes bewußt wird. Indem ich mich so ausdrücke, fühle ich vollständig die Berechtigung des Vorwurfs, daß meine Bezeichnung dieser Thätigkeit lauter unconstruirbare Umschreibungen enthalte. Aber dies ist es eben, was deutlich werden muß, daß die geistigen Vorgänge, auf denen alles Denken beruht, keinerlei Aehnlichkeit mit dem physischen Geschehen haben, nach dessen Analogien solche Klagen sie modellirt sehen möchten. Eine Thätigkeit, die nicht einfach eine Bewegung ist, sondern eine Bewegung ausübt, auf zwei Objecte sich bezieht, ohne sie doch zu ändern, endlich sich der Richtung und Größe des zurückgelegten Weges an dem Unterschiede ihrer eigenen Zustände bewußt wird, läßt sich nicht auf das gewöhnliche Schema von unveränderlichen Elementen mit veränderlichen Relationen, von Gleichheit der Wirkung und der Gegenwirkung bringen; dennoch ist sie etwas, dessen Wirklichkeit wir alle empfinden; ist doch eben sie das Werkzeug, durch das wir auch jene bewunderten Constructionen ausführen. In dieser ihrer ganzen Eigenthümlichkeit muß man sie gelten lassen und zu ihrer Bezeichnung neue ihr Wesen nicht verfälschende Grundbegriffe suchen, deren Mangel wir noch fühlen, und die ich keineswegs durch meine sehr unvollkommenen Ausdrucksweisen für gefunden halte.

336. In unserem Beispiele waren a und b, Roth und Roth oder Roth und Gelb unmittelbare Gegenstände einer Anschauung. Die Vorstellungen C der Gleichheit oder Verschiedenheit, die wir als Ergebniß der angestifteten Beziehung erhielten, sind dies nicht mehr; als Verhältnisse des einen zum andern, als Gleichheit des a mit a, als Verschiedenheit des a von b, lassen sich die Inhalte beider nicht ohne die mitreproducirten Vorstellungen dieser ihrer Beziehungspunkte und nur durch Miterinnerung eben jener Bewegung wirklich denken, die uns von dem einen zum andern hinüberführte. So oft daher der Name der Gleichheit oder des Unterschieds uns genannt wird, werden wir zur Wiederholung aller jener Bewegungen aufgefordert, durch die allein es möglich ist, ihren Sinn zu erfassen; aber indem wir das Ergebniß, welches wir denkend erzeugen wollen, dahin aussprechen, daß a gleich a oder a verschieden von b sei, drücken wir die Ueberzeugung aus, daß die sachliche Erkenntniß, die zu gewinnen war, ganz und ungetheilt in diesem letzten Schritte liege; nicht dem a und dem b schreiben wir jene hin und hergehende Bewegung zu, durch welche wir dies ihr Verhält-

niß zu einander fanden; sie bildet vielmehr nur einen psychischen Vorgang, ohne den dieses Ergebniß weder zuerst zu erreichen noch in der Erinnerung zu wiederholen ist, der aber doch, gleich einem Lehrgerüst, das man nach vollendeter Arbeit wieder abbricht, von der sachlichen Bedeutung unserer Denkhandlung wieder abgezogen werden muß. So zeigt sich hier zuerst, in einem einfachsten Falle, der Gegensatz der blos formalen Bedeutung unserer Denkhandlung zu der realen ihres Productes. Ehe ich diese Spur weiter verfolge, erinnere ich an zwei Reihen von Vorgängen, die im Großen dasselbe bestätigen, was wir hier an einem bestimmten Beispiel fanden. Zuerst erhalten wir die sinnlichen Anschauungen, von denen unser Denken ausgeht, fast alle in räumlicher Gestalt Ordnung oder Beziehung; durch symbolische Benutzung dieser Form suchen wir daher jedem verwickelten Verhältniß die ihm sonst fehlende Anschaulichkeit zu geben; wir ersetzen Unterschiede durch Entfernungen von bestimmter Größe und Richtung, Vielheit des Gleichen durch Zerstreuung in verschiedene Raumpunkte, Identität des Einen mit sich selbst durch einen unveränderlichen Ort, an den unsere Vorstellung immer zurückgeführt wird; wir finden endlich Schwierigkeit für die Klarheit begreifender Uebersicht, wo die Natur der räumlichen Schemata zum Ausdruck der Vielseitigkeit denkbarer Beziehungssysteme nicht ausreicht. Dennoch sind wir uns bewußt, damit nicht das Wesen der Sache bezeichnet zu haben; alle diese Symbolisirungen waren subjective Hülfsmittel, benutzbare Wege für das Denken, das sein eigentliches Ziel C durch Hin- und Hergehen auf ihnen zu erreichen hat; was wir meinen, ist unabhängig von der Art, wie wir es verbildlichen. Der Ausdruck unserer Gedanken ist zweitens an die Sprache, längst auch ihr innerer Verlauf an die Reproduction der Worte gewöhnt; Wahrnehmungen Erinnerungen und Erwartungen haben volle Klarheit kaum, bis wir für sie erschöpfende Ausdrücke in Sätzen der Sprache gefunden. Der so erreichte Vortheil hängt nicht eigentlich an der Sprache und ihren Lauten, sondern an einer innern Arbeit der Zergliederung und Verknüpfung, welche dieselbe bliebe, auch wenn sie andere Formen der Mittheilung benutzte; thatsächlich aber, nachdem die Sprache zu diesem Zweck entstanden, ist Form und Leichtigkeit der Denkbewegungen allerdings von den Mitteln abhängig, welche sie darbietet, und deshalb selbst national verschieden,

nachdem mancherlei Ursachen sich verbunden haben, Bau und Fügung verschiedener Sprachen ungleichartig zu machen. An sich ist daher, was wir logisch *meinen*, unabhängig von der Art, wie wir es sprachlich ausdrücken; in wirklicher Ausführung ist aber doch alles menschliche Denken genöthigt, den gemeinten Gedanken durch Trennungen Verknüpfungen und Umformungen der Vorstellungsinhalte herzustellen, welche die Sprache in ihren Worten verfestigt hat. Nur mit diesem *discursiven* Charakter, im Gegensatz zur Anschauung, ist das Denken eine psychische Thatsache; mit diesem Charakter ist es auch Gegenstand unserer logischen Darstellung gewesen und nie überhaupt hat Logik sich mit einem Denken beschäftigt, das seine verschiedenen Vorstellungen nicht nach einander zum Zielpunkt seiner Aufmerksamkeit gemacht, nicht vergleichend und beziehend sich zwischen ihnen bewegt, nicht Abstractes räumlich symbolisirt, nicht endlich seine Gedanken in Constructionen einer Sprache ausgedrückt hätte. Wir müssen daher erwarten, in dem, was wir logische Handlungen, Formen und Gesetze nennen, viel eines blos *formalen* Apparates zu finden, der, obwohl zur Ausübung des Denkens unentbehrlich, doch der *realen* Bedeutung entbehrt, die das Denken dem Endergebniß seines Thuns allerdings zuschreibt.

337. Kehren wir zu diesem Ergebnisse jetzt zurück. Wenn wir, a und b vergleichend, uns einer Veränderung C bewußt werden, die *wir* im Uebergang von einem zum andern erleiden, so wird zwar gewiß C von der Natur jener beiden Beziehungspunkte abhängen, denn C wird anders und zu C^1 werden, wenn c und d an deren Stelle treten; dennoch scheint C von diesem sachlichen Verhalten nur *abzuhängen*, nicht aber identisch es *abzubilden*; als unsere subjective Erregung erreicht es den sachlichen und objectiven Gehalt des zu Erkennenden nicht. Diesen grübelnden Einwurf würde ich nicht erwähnen, wenn er nicht Veranlassung gäbe, auf die schwer zu definirende Natur des Vorstellens zurückzukommen. Das Vorstellen ist nicht das, was es vorstellt, die Vorstellung nicht das, was sie bedeutet; nicht nur in dem handgreiflichen Sinne, daß weder jenes noch diese die vorgestellte Sache selbst ist; vielmehr auch die einfachsten Vorstellungen, die nur denkbaren Inhalt bezeichnen, haben diesen Inhalt nicht zu ihrem eigenen Prädicat: die Vorstellung des Gelben ist nicht gelb, die des Dreieckigen nicht dreieckig, die des Furchtsamen nicht furchtsam und die Vorstellung

des Halben nicht halb so groß als die des Ganzen. Gleichwohl ist das Vorstellen von diesem seinem Inhalt nicht so trennbar, daß es für sich sein geschehen oder sich ändern könnte; es ist nur, indem es vorstellt, was es selbst nicht ist; es ändert sich nur, indem es einen dieser Inhalte mit dem andern vertauscht; es wird mithin auch die Veränderung seiner eigenen Zustände, deren es sich bewußt wird, nur in der Veränderung der vorgestellten Inhalte bestehen, die es in einer einheitlichen Thätigkeit vergleichend zusammenfaßt; sie kann nicht in einer andersgearteten Affection gesucht werden, die das Bewußtsein nur in Folge seiner Erregung durch jene Vorstellungsinhalte erlitte, und die ihm, abgetrennt von diesen, als eine deren eigenem Verhältnisse unähnliche Vorstellung C merkbar würde. Wer Roth und Gelb in gewissem Grade verschieden und doch verwandt findet, wird sich ohne Zweifel dieser beiden Beziehungen nur mit Hülfe der Veränderungen bewußt, die er, als vorstellendes Wesen, bei dem Uebergang von der Vorstellung des einen zu der des andern erfährt, aber er hegt dabei nicht die Befürchtung, das Verhältniß von Roth und Gelb könne an sich noch ein anderes sein, als das der Affectionen, welche sie beide ihm veranlassen; an sich etwa sei Roth dem Gelb gleich und erscheine blos uns verschieden von ihm, oder an sich finde zwischen beiden ein größerer Unterschied statt, der nur uns noch eine gewisse Verwandtschaft einzuschließen scheine. Solche Bedenken hätten Grund, wo wir unsere Gedankenwelt zu einer außer ihr vorausgesetzten Sachenwelt in Beziehung brächten; so lange jedoch statt dieser unsere eignen Vorstellungen unsern Gegenstand bilden, zweifeln wir nicht, daß die bei ihrer Vergleichung erfahrenen Gleichheiten oder Unterschiede unseres Vorstellens zugleich ein sachliches Verhalten unserer Vorstellungsinhalte bedeuten.

338. Wie aber ist dies doch eigentlich möglich? wie können Sätze: a sei gleich a oder a sei verschieden von b, ein sachliches Verhalten ausdrücken, das folglich unabhängig von unserem Denken bestände und von ihm nur aufgefunden oder anerkannt würde? Mag Jemand noch zu wissen glauben, was er unter der an sich bestehenden Gleichheit des a mit a sich denke, wie wird er aber über den an sich bestehenden Unterschied zwischen a und b urtheilen? und welches sachliche Verhalten wird diesem Zwischen entsprechen, das uns nur verständlich ist, so lange es an die räumliche Entfernung erinnert,

welche wir, als wir a und b vorstellten, symbolisirend zu beider Auseinanderhaltung und zugleich als den verbindenden Weg einschalteten, auf dem unser Vorstellen von dem einen zu dem andern übergehen konnte? Oder anders ausgedrückt: da Verschiedenheit weder Prädicat des a für sich noch des b für sich ist, wessen Prädicat ist sie? und wenn sie nur Sinn hat, sobald a und b auf einander bezogen sind, welche sachliche Verbindung findet denn zwischen a und b dann statt, wenn wir die beziehende Thätigkeit als nicht ausgeübt betrachten, durch welche wir in unserem Bewußtsein beide in Verbindung setzten? Diese Fragen nicht beachtet zu haben ist der Grund mancher Irrungen der antiken Dialektik; was Dingen nur in der gegenseitigen Beziehung zukommen kann, die unser zusammenfassendes Denken zwischen ihnen anstiftet, wurde, nicht ohne der logischen Einbildungskraft Gewalt anzuthun, als Prädicat der einzelnen auf sich beruhenden ausgesprochen. Damit a und b verschieden seien, ohne unser Denken zu ihrer Unterscheidung zu bedürfen, wurde jedem der beiden zugeschrieben, an sich ein ἕτερον zu sein, und die Vergleichung mit dem andern sollte dabei ungedacht bleiben, die doch diesem Ausdruck allein Bedeutung gibt; die Verneinung, die das Denken durch seine vergleichende Unterscheidung ausspricht, indem es sagt, a sei nicht b, kam an dem a für sich als ein positives Prädicat, mit Hinweglassung des verneinten Beziehungspunktes b, als ein seiendes Nichtsein mithin, zu eigner Wirklichkeit, und diese Unklarheit galt für einen großen Fund des Tiefsinns; wenn b kleiner als a und größer als c, so war es ein ärgerliches Räthsel, wie die von ihren Beziehungspunkten abgelösten und nun einander widerstrebenden Prädicate des Kleinerseins und des Größerseins sich an demselben b vertragen mögen. Diesen Irrungen im Einzelnen zu folgen, würde nicht ohne vielseitiges Interesse sein, aber zu weitläufig für unsere Darstellung, die sich mit folgendem Abschluß begnügen mag. Sind a und b, wie bisher, nicht Dinge von unabhängiger, unserem Denken jenseitiger Wirklichkeit, sondern vorstellbare Inhalte, wie Roth und Gelb Gerade und Krumm, so besteht eine Beziehung zwischen ihnen nur, sofern wir sie denken, und dadurch daß wir sie denken. Aber so ist unsere eigene Seele beschaffen, und so setzen wir jede andere voraus, deren Inneres der unseren gleicht, daß dieselben a und b, so oft sie und von wem sie auch vorgestellt werden

mögen, stets im Denken dieselbe nur durch das Denken und nur in ihm bestehbare Beziehung hervorbringen werden. Unabhängig ist diese daher von dem einzelnen denkenden Subject und unabhängig von einzelnen Momenten seines Denkens; hierin allein liegt das, was wir meinen, wenn wir sie als an sich bestehend zwischen a und b betrachten und sie von unserem Denken wie ein für sich dauerndes Object auffindbar glauben; sie steht wirklich so fest, aber nur als ein Ereigniß, das im Denken stets unter gleichen Bedingungen gleich sich erneuern wird. Und dies gilt nicht allein von dem Unterschiede, sondern von jedem Verhältniß, das wir zwischen a und b auffinden. So oft von irgend einem Geiste ein vollkommener Kreis vorgestellt wird, so oft wird zwischen seinem Durchmesser und seinem Umfang, hier freilich nur durch eine Reihe von Zwischengedanken, daß Verhältniß $1:\pi$ gefunden werden; deshalb gilt diese Proportion an sich, aber obwohl sachlich gültig, hat sie doch ein Sein nur in Gestalt des Denkens, welches sie auffaßt. Es verhält sich anders, wenn a und b ausdrücklich Wirklichkeiten Dinge Wesen bedeuten, die wir denkend nicht erzeugen, sondern als jenseitige Gegenstände anerkennen; dann drückt der Name der Beziehung weniger aus, als wir zwischen diesen Beziehungspunkten wirklich bestehend denken müssen. Nur so lange wir blos die vorstellbaren Inhalte dieser a und b in willkürlicher Zusammenstellung vergleichen wollen, würden wir durch Behauptung einer Beziehung zwischen ihnen, richtiger dann zwischen ihren Vorstellungen oder Denkbildern, unseren Gedanken vollständig ausgedrückt haben. So oft wir dagegen, um eine in der Wahrnehmung uns aufgenöthigte Verbindung dieser Vorstellungen zu erklären, uns auf eine Beziehung C berufen, die an sich eben nicht zwischen ihnen, sondern zwischen den Dingen a und b bestehe, deren Denkbilder sie für uns sind, so müssen wir inne werden, daß das, worauf wir uns hier berufen, nicht eine Beziehung zwischen a und b, und deshalb überhaupt nicht mehr eine Beziehung in dem gewöhnlichen Sinne dieses Namens sein kann. Denn nur unser Denken, indem es von der Vorstellung a zu der Vorstellung b übergeht und sich dieses Uebergangs bewußt wird, erzeugt als eine für es selbst verständliche Anschauung das, was wir hier ein Zwischen nennen; ganz unausführbar dagegen würde jeder Versuch sein, dieser Beziehung, zugleich Trennung und Verknüpfung des a und b, die nur die Erinne-

rung an eine durch die Einheit unseres Bewußtseins vollziehbare Denkhandlung ist, eine reale Geltung der Art zu geben, daß sie etwas wäre auch abgesehen von dem Bewußtsein, welches sie denkt. Unabhängig von unserem Vorstellen, in objectiver Geltung, kann diese angebliche Beziehung nur bestehen, wenn sie mehr ist als Beziehung, und sie besteht dann nicht zwischen a und b, denn dieses Zwischen selbst ist nirgends als in uns, sondern in beiden als ein Wirken und Leiden, das sie wechselseitig auf einander ausüben und von einander erfahren, und das nur für uns, wenn wir es denken, logisch die abgeschwächte und seine volle Bedeutung nicht mehr erreichende Form einer Beziehung annimmt. Ich muß der Metaphysik überlassen, zu zeigen, zu welchen Folgerungen diese Bemerkung führt; auf Einiges, was mit ihr zusammenhängt, komme ich bald zurück.

339. Die Vergleichung von a und b führt nicht blos zu Gleichsetzung oder Unterscheidung; in Gestalt eines Allgemeinen suchen wir auch das Gleiche im Verschiedenen zum Inhalte einer gesonderten Vorstellung C zu machen. Es ist eine häufige kritische Bemerkung der Logik, daß unsere allgemeinen Begriffe die Festigkeit nicht besitzen, die wir ihnen im gewöhnlichen Gebrauch des Denkens zutrauen; ihr Inhalt und ihre Gliederung bilde sich allmählich aus und derselbe Begriff bedeute Verschiedenes für verschiedene Entwicklungsstufen unserer immer hinzulernenden Erkenntniß. Dies gilt in sehr deutlicher Weise von Begriffen, deren Inhalt blos aus Erfahrung stammend erst nach und nach uns bekannt wird; nicht ebenso unvollendbar wird man die Begriffe einer Ganzzahl oder eines Bruches, einer Linie oder Figur finden. In dem Begriff des Dreiecks denkt der Geometer nicht mehr als sein aufmerksamer Schüler; aber bei diesem Begriffe erinnert er sich zahlreicher Relationen, die diesem noch unbekannt sind; so scheint es als sei für ihn der Begriff des Dreiecks reicher an Inhalt, während nur sein Wissen über ihn ausgedehnter ist. Dies dahinstellend hebe ich vielmehr hervor, daß jeder Allgemeinbegriff, auch wenn wir nur denjenigen Inhalt in Betracht ziehen, den er in einem einzelnen Augenblicke ausdrücken soll, eine in wirklicher Vorstellung unvollendbare Aufgabe bezeichnet. Ein bestimmtes Roth und Blau kann man sehen; die allgemeine Farbe läßt sich weder sehen, noch in gleich anschaulicher Gestalt, wie die Erinnerungsbilder von

Roth und Grün, der Einbildungskraft gegenüberstellen. Wer von Farbe überhaupt spricht, rechnet darauf, der Hörende werde zunächst das anschauliche Bild einer Einzelfarbe, des Roth vielleicht, in sich erzeugen, zugleich aber es mit einer Verneinung begleiten, die es nicht für sich, sondern als Beispiel des Allgemeinen gelten läßt; diese Verneinung aber, wenn sie nicht allen Inhalt aufheben soll, kann er nur ausführen, wenn er zugleich Einzelbilder anderer Farben mitvorstellt und von der einen dieser Vorstellungen zur andern übergehend sich des bleibenden Gemeinsamen in seinen veränderlichen Vorstellungszuständen bewußt wird. Eine solche Reihenfolge psychischer Thätigkeiten schreibt uns der ausgesprochene Name jedes Allgemeinen vor; erreichbar aber als wirkliche Vorstellung ist das nicht, was durch diese Thätigkeiten gesucht wird; niemals läßt sich, was Roth und Grün zu Farben macht, von dem abtrennen, was Roth zu Roth und Grün zu Grün macht. Man pflegt als selbstverständlich zuzugeben, daß die Gattung eines Wirklichen nicht für sich wirklich sei; das Einzelpferd sehe man, das allgemeine laufe nirgends; aber man muß sich überzeugen, daß auch im Denken das Allgemeine immer nur als eine angestrebte, nie vollzogene Vorstellung über den anschaulichen Bildern seiner Einzelbeispiele schwebt. Diesen inneren Bewegungen in uns kann keine sachliche Bedeutung zukommen; sie bleiben subjective Anstrengungen unseres Geistes, und selbst die Art, wie wir ihr Ergebniß ausdrücken: der Inhalt des Allgemeinen sei enthalten in dem Inhalt des Besondern, dieses in dem Umfang des Allgemeinen, bezeichnet nur in räumlicher Symbolik die Denkbewegungen, die ein sachliches Verhältniß zwischen beiden vorzustellen streben. Da wir nun überdies in wirklicher Vorstellung nicht erreichen, was wir suchen, hat denn dann das Allgemeine überhaupt eine sachliche Bedeutung? Oder hat eine weitverbreitete Meinung Recht, nur in dem psychischen Mechanismus die Ursache zu sehen, die uns verleitet, ähnliche Eindrücke mit Vermischung ihrer Unterschiede und zuletzt nur mit Schaden für die Genauigkeit des Denkens unter gemeinsame Namen zusammenzufassen? Aber diese Meinung gibt zu, was sie leugnen will; um zu begreifen, daß nicht alle, sondern nur ähnliche Vorstellungen diese Zusammenziehung in ein Gemeinsames erfahren, setzt sie eben die Aehnlichkeit derselben und hiermit offenbar nur in anderer Form die sachliche Gültigkeit unserer An-

nahme eines Allgemeinen voraus, das in ihnen, wie unabtrennbar auch immer, enthalten sei. Wäre es anderseits nur eine angeborene Bestrebung des Denkens, Allgemeines zu suchen, so möchte immerhin dies Streben ohne sachliche Bedeutung sein; aber die Thatsache, daß das Gesuchte gefunden wird, gibt ihm diese doch. Ich widerspreche mir hier nur scheinbar; denn obgleich das Allgemeine nicht als anschauliche Vorstellung fixirt werden kann, erfolglos ist doch die Bemühung nicht, es zu denken. Wir könnten Roth und Blau nicht einmal dem allgemeinen Namen der Farbe unterordnen, wenn das Gemeinsame in ihnen nicht wäre, dessen Bewußtwerden wir durch die Schöpfung dieses Namens bezeugen; wir könnten von Thieren und Pflanzen keine Gattungsbegriffe bilden, wenn nicht die Merkmale der einzelnen und ihre Verbindungsweisen die Vergleichbarkeit wirklich besäßen, die uns erlaubt, sie allgemeinen Merkmalen und Formen unterzuordnen und durch Einsetzung dieser anstatt ihrer das allerdings unanschauliche Denkgebild der Gattung zu erzeugen. In der Thatsache mithin, daß wir Allgemeines denken können, liegt allerdings eine Behauptung von realer Geltung: die Welt der vorstellbaren Inhalte, die wir denkend nicht erzeugen, sondern vorfinden, zerfällt nicht atomistisch in lauter singulare Bestandtheile, deren jeder unvergleichbar mit anderen wäre, sondern Aehnlichkeiten Verwandtschaften und Beziehungen zwischen ihnen finden so statt, daß das Denken, Allgemeines bildend, Besonderes ihm unterordnend und einander nebenordnend, durch diese seine formalen und subjectiven Bewegungen mit der Natur des sachiichen Inhalts zusammentrifft.

340. Gehen wir von diesen einfachsten Fällen zu den Hauptformen der logischen Thätigkeit über, so begegnet uns in Bezug auf die Bedeutung der allgemeinen Begriffe der Streit des Nominalismus und des Realismus, der das Mittelalter heftig bewegte. Beide Richtungen faßten den Gegenstand der Frage nicht in rein logischem Sinne; überwiegend metaphysisches Interesse ließ sie die Innenwelt unserer Vorstellungen hauptsächlich in ihrem Verhältniß zu der Welt der Dinge betrachten. So kam der Realismus dahin, mit Uebertreibung der mißverstandenen Selbständigkeit platonischer Ideen, den Allgemeinbegriff für das wahrhaft Seiende in den Dingen, Alles aber, wodurch eines seiner verwirklichten Beispiele sich von den andern unterscheidet, als eine freilich sehr räthselhafte, aber secundäre Neben-

bestimmung anzusehen, die vergänglich zu der ewigen Substanz des Allgemeinen hinzutrete; der Nominalismus, von der richtigen aristotelischen Ueberzeugung beginnend, die Wirklichkeit des *Seins* gehöre nur dem Einzeldinge, fand keinen Weg, mit dieser die *Geltung* des Allgemeinen zu vereinigen, sah in den Begriffen höchstens subjectiv verwendbare Mittel für die Ordnung unserer Vorstellungen ohne Bedeutung für die vorgestellten Dinge, und verirrte sich, auch dies noch leugnend, bis dahin, sie nur als aussprechbare und hörbare Laute ohne wirklichen Denkinhalt gelten zu lassen. Ich vermeide zunächst jene ausschließliche Beziehung auf das Sein; sie beschränkt widerrechtlich den Sinn der Frage; auch wo es sich in Mathematik nicht um Dinge und ihr Wesen handelt, auch wo praktische Philosophie und Jurisprudenz von Tugenden und Verbrechen sprechen, die sein *sollen* oder nicht sollen, überall ferner wo im Leben eine wichtige Entscheidung durch Unterordnung einer gegebenen Sachlage unter einen allgemeinen Begriff gesucht wird: überall da kommt die gesetzgebende Bedeutung des Allgemeinen für diese sachlich, aber doch nicht dinghaft, uns gegebenen Inhalte in Betracht.

341. Entwöhnt man sich, nur naturgeschichtliche Gattungsbegriffe als Beispiele des Allgemeinen zu denken, erinnert sich vielmehr, daß wir auch von Figuren und Zahlen Ereignissen und Verhältnissen Wahrheiten und Irrthümern allgemeine Begriffe bilden, so verschwindet die abenteuerliche Neigung von selbst, ihnen als solchen eine dinghafte oder doch wesenhafte Realität zuzuschreiben. Die Urbilder selbständiger Geschöpfe, der Pflanze des Thieres des Menschen, mag allenfalls unsere Einbildungskraft in einer hypostasirten Ideenwelt in ewiger Wirklichkeit für sich bestehen lassen, Gegenstände der Anschauung für eine Seele, die noch nicht an die Beschränkungen ihres irdischen Daseins gebunden wäre; aber die Allgemeinbegriffe von Ruhe und Bewegung Gleichheit und Gegensatz Thun und Leiden könnten auch in jener Welt nicht in gleichartiger Wirklichkeit neben ihnen *sein*, sondern nur als prädicative Bestimmungen von ihnen *gelten*. Diese leicht einzusehende Nothwendigkeit vergessen wir freilich zuweilen: Eigenschaften Verhältnisse oder Ereignisse, an deren Inhalt sich ein hervorragendes Interesse der Verehrung oder der Furcht knüpft, sind wir geneigt, mit Verkennung ihrer dennoch nur prädicativen Natur als

Allgemeinheiten von wesenhafter Wirklichkeit zu behandeln; von dem Schönen an sich sprechen wir wie von einem Wesen, das nur uns unzugänglich sei, aber an sich ein Gegenstand möglicher Anschauung; von der Sünde reden wir nicht nur wie von einer That, die wirklich wird, wenn wir sie begehen, sondern auch wie von einer selbständigen Macht, die wesenhaft auf uns einwirke. Wir verwechseln hier die Wichtigkeit, die dem Inhalt beider Begriffe in dem Ganzen der Weltordnung gebührt, mit einer Form der Wirklichkeit, die ihm unzugänglich ist, und die nur am ausdrucksvollsten seine Unabhängigkeit von unserer Anerkennung hervorhebt. Dieser falschen und nicht ungefährlichen Gewohnheit entsagen wir doch leicht; nur die Allgemeinbegriffe dessen, was nach der Natur seines Inhalts substantivische Fassung ursprünglich verlangt, unterhalten länger die Neigung zu solcher Hypostasirung; auch sie jedoch weicht vor einer einfachen Betrachtung. Nicht nur einmal bilden wir ja, von dem Einzelnen der Wahrnehmung ausgehend, ein Allgemeines Q, sondern auch dies verbinden wir mit andern seines Gleichen zu einem höheren Allgemeinen P, und indem wir dieses Verfahren fortsetzen, ist es zugleich in weiten Grenzen in unser logisches Belieben gestellt, durch wie viele ebenfalls allgemeine Mittelglieder wir Q mit dem höchsten Allgemeinen A, bei dem unsere Abstraction anhalten wird, in Verbindung setzen wollen. Jedes dieser Allgemeinen würde gleiches Recht auf jene wesenhafte Existenz haben; neben das allgemeine Thier an sich träte in gleicher Wirklichkeit das allgemeine Wirbelthier, das Säugethier an sich, der allgemeine Einhufer, das Pferd an sich und der allgemeine Rappe; neben einander, sagte ich absichtlich, denn es gäbe in der That keine Vorstellungsweise, durch welche wir die Unterordnung, vermöge deren in unserem Denken einer dieser Allgemeinbegriffe den andern einschließt, auf diese Wesen von gleichartiger Wirklichkeit des Seins übertragen könnten; so neben einander gestellt aber würden sie das nicht mehr bedeuten, was sie bedeuten wollen. Die Einsicht befestigt sich daher, daß diejenige Realität, die wir den durch unser Denken erzeugten Allgemeinbegriffen zuerkennen wollen, völlig unähnlich einem Sein ist und nur in einer Geltung von dem Seienden bestehen kann. Aber wie viel von dem Ganzen eines Allgemeinbegriffs diese Geltung besitze und was es überhaupt heiße, sie zu besitzen, bedarf noch einiger Erörterung.

342. Ich erinnere zunächst daran, daß es sich hier nicht um einen objectiven Werth handelt, der diesem oder jenem der von uns erzeugten Allgemeinbegriffe auf Grund seines richtig zusammengefügten Inhalts zukommen mag; die Frage bezieht sich auf die allgemeine Bedeutung der logischen Form des Allgemeinbegriffes; daß dieser, wie jeder andern von den Formen, welche die Logik als Ideale vorzeichnet, ein ihr unzupassender Inhalt gegeben werden kann, bedarf besonderer Erwähnung nicht; aber die Kritik dieser unzähligen Anwendungen der Begriffsform ist keine hier zu lösende Aufgabe. Nun dachten wir einen Inhalt S dann in der Form des Begriffs, wenn wir seine mannigfachen Bestandtheile nicht nur als ein Ganzes überhaupt zusammenfaßten, sondern ein Allgemeines M mitvorstellten, von dessen in bestimmter Weise verknüpften allgemeinen Merkmalen P Q.. jedes in S zu einer besondern Modification p^s q^s determinirt war. Diese Structur unseres Begriffes entspricht keinem Vorgang, der in der Natur eines Dinges oder Gegenstandes vorkäme; sie entspricht auch dem nicht, was wir als die eigne Natur eines zwar sachlich, aber nicht dinghaft gegebenen Inhalts bezeichnen könnten. Es gibt keinen Augenblick in dem Leben einer Pflanze, in welchem sie nur allgemeine Pflanze oder Conifere an sich wäre und von späteren Einflüssen, die unsere hinzukommende logische Determination ersetzten, Entscheidung darüber erwartete, zu welchem bestimmten Baume sie auswachsen solle. Allerdings ist die Pflanze das, was sie zuletzt wird, nicht schon als vollständige Miniatur im Keime; aber ihre Entwicklung erfolgt nicht so daß hinzutretende Bedingungen eine Determination in allgemeiner und unbestimmter Gestalt vorhandener Merkmale erzeugten, sondern zu völlig bestimmten treten sie hinzu und bringen im Verein mit ihnen neue Folgen hervor, die nicht als *mögliche* Arten in den Umfängen früherer allgemeiner Merkmale lagen und jetzt nur, mit Ausschluß aller disjuncten, zur *Wirklichkeit* kämen. Ellipsen haben keine natürliche Existenz und Entwicklung wie Pflanzen; aber auch in ihre Natur dringen wir doch nicht dadurch mit ausschließlicher Wahrheit ein, daß wir sie zuerst als Curven überhaupt mit den allgemeinen Eigenschaften aller krummen Linien denken, und dann diese Eigenschaften bis zu der Besonderheit determiniren, die dieser Curve als solcher gehört; so *können* wir zu ihrem Begriffe kommen, dann nämlich, wenn in

unserer ungeübten Erinnerung zuerst nur die allgemeinen Umrisse der Figur auftreten, nach der man uns fragt, und erst nachfolgende Besinnung sie uns bestimmter zeichnen lehrt; in den mathematischen Gleichungen, mögen sie die Gestalt der Linie auf ganz willkürliche Ausgangspunkte beziehen oder auf eine ihrer graphischen Entstehungsarten Rücksicht nehmen, ist die Krümmung selbst gar nicht direct ausgedrückt, sondern nur als eine Folge, die man aus den bestimmten Verhältnissen der Coordinaten ableiten kann. Diese Betrachtungen gelten ebenso von der classificatorischen Unterordnung der Begriffe; sie hat keine reale Bedeutung für die eigne Structur und Entwicklung der Dinge. Weder ist dies Pferd zuerst Thier überhaupt gewesen, dann Wirbelthier im Allgemeinen, später Säugethier an sich und zuletzt erst Pferd geworden, noch kann man in jedem Augenblick seines Daseins die völlig determinirte Gruppe von Merkmalen, die es zum Pferd macht, von der allgemeineren und weniger bestimmten, durch die es Wirbelthier wäre, und von der unbestimmtesten, die es nur zum Thiere überhaupt gestaltete, in irgend einer Weise selbständig absondern. Und hierzu kommt, daß nicht nur auf Grund mangelhafter Kenntniß und Beobachtung verschiedene Classificationen sich über dieselben Gegenstände streiten und zwischen ihnen und dem höchsten Allgemeinen verschiedene Stufenleitern allgemeiner Begriffe einschalten; sondern an sich ist das logische Recht des Denkens unanfechtbar, von beliebig gewählten Gesichtspunkten aus dasselbe S verschiedenen höhern Allgemeinbegriffen unterzuordnen, oder durch sehr abweichende Reihen aufeinanderfolgender Determinationen seinen Begriff zu construiren. Im Hinblick auf bestimmte Zwecke einer Untersuchung können wir dann fragen, welche dieser Constructionen vorzuziehen sei, weil sie den Gegenstand am günstigsten für die Unterordnung unter die hier entscheidenden Grundsätze darstelle; wüßten wir uns im Besitz einer Kenntniß der höchsten Principien des ganzen Weltlaufs, welche die Entscheidungsgründe aller Sonderfragen einschlössen, so könnten wir noch weiter aus den verschiedenen gleichmöglichen Begriffen eines Gegenstandes jenen vornehmsten auszuwählen suchen, der in dieser Classification seine Stelle bezeichnete, und in welchem als ableitbare Folgen alle jene anderen Begriffe desselben mit enthalten wären. Allein so sehr wir auch, wenn uns dies gelänge, den Erkenntnißwerth dieses Begriffes durch die Wichtigkeit seines Inhalts

und der Verbindungsweise dieses Inhalts gesteigert hätten: die logische Structur, die er als Begriff hätte, würde dennoch keiner realen Structur seines Gegenstandes entsprechen. In diesem Erkenntnißwerthe aber, den wir zugestehen, liegt die andere Seite der Sache, das was wir meinen, wenn wir nun dennoch alle behaupten, daß durch den Allgemeinbegriff und die Classification jedenfalls doch etwas die Sache selbst Betreffendes gesagt sei. Man wird vielleicht versuchen es so auszudrücken, daß actu zwar nicht, aber doch potentia, die ganze Reihe der einander übergeordneten Allgemeinbegriffe in dem Wesen der Sache selbst enthalten sei; und diese Bemerkung wird man zugleich auf anders geformte Constructionen oder Auffassungen eines Gegebenen ausdehnen: nicht wirklich, aber der Möglichkeit nach sei jeder Theilstrich enthalten in der stetigen Größe, die wir durch ihn zerfällen, der Möglichkeit nach in jeder einfachen geradlinigen Bewegung das Paar der Componenten, in die wir sie nach unserer Wahl zergliedern; die 7 sei nicht $4 + 3$, aber gewiß lasse sie diese Substitution zum Zwecke einer Rechnung zu. Diesen Ausdrücken geben wir eine bestimmtere Bedeutung: alle unsere Begriffsbildungen Classificationen und Constructionen sind subjective Bewegungen unseres Denkens und nicht Vorgänge in den Sachen; so aber ist zugleich die Natur der Sachen, der gegebenen vorstellbaren Inhalte geartet, daß das Denken, wenn es sich den logischen Gesetzen dieser seiner Bewegungen überläßt, am Ende seines richtig durchlaufenen Weges wieder mit dem Verhalten der Sachen zusammentrifft; der Wege aber, die es zwischen den einzelnen Elementen seines Inhalts mit gleicher Hoffnung durchlaufen kann, sind viele und nicht nur einer; nach unzähligen Richtungen hin hängt die Gesammtheit des Vorstellbaren als ein vielfach gegliedertes System von Reihen zusammen, und das Denken, wenn es mit willkürlicher Wahl seines Weges, aber mit Beachtung seiner eigenen Gesetze, sich von einem Gliede desselben zum andern bewegt, gleicht etwa einer Melodie, deren unberechenbarer Lauf überall auf Stufen der Tonreihe von festbestimmten harmonischen Verhältnissen trifft.

343. Nicht nur was an den Urtheilen logische Form ist, sondern auch das Erkenntnißresultat, das in dieser Form ausgesprochen wird, hat eine unmittelbare reale Bedeutung nicht. Wir sagen kategorisch: dieser Baum blüht; die atmosphärische Luft ist ein permanen-

tes Gas; jedes Dreieck hat zwei rechte Winkel; im ersten Fall war es nur das Verdienst des hier ausgesprochenen Inhalts, daß wir dem Baum in Wirklichkeit eine von dem augenblicklichen Zustande seines Blühens unabhängige Existenz zuschreiben konnten, daß also Subject und Prädicat so auseinandertraten, wie wir sie in der Form des Urtheils scheiden und verknüpfen; in den beiden andern Fällen enthält die Sache diese Spaltung nicht; sie ist eine völlig subjective Bewegung des Denkens, die willkürlich aus dem einheitlichen Inhalt des Vorgestellten einen seiner Bestandtheile zu gesonderter Betrachtung hervorhebt. Auch die Verschiedenheit der Copula in diesen drei Urtheilen gehört nur der Einbildungskraft an, die sich der Eigenthümlichkeit des jedesmaligen Inhalts anschmiegt und in der Sprache ihren Ausdruck findet; die Logik selbst, indem sie für ihre technische Uebersicht allen Urtheilen die Form: S ist P gibt, bezeugt, daß in dieser gleichmäßigen Copula ist alle sachlichen Verschiedenheiten des Zusammenhanges zwischen S und P ausgelöscht sind; mögen diese sich verhalten wie Ganzes und Theil, wie ein Ding zu seinen Zuständen oder wie Ursache zur Wirkung: in der Form des Urtheils erscheinen sie nur wie Subject und Prädicat, zwei Bezeichnungen, die nur die relativen Stellungen bedeuten, welche die Vorstellungen beider in unserer subjectiven Denkbewegung einnehmen, aber nichts über das sachliche Verhältniß aussagen, welches, wenn es gedacht wird, sie in unsern Gedanken diese Stellungen einzunehmen nöthigt. Auch in hypothetischen Urtheilen berufen wir uns nur auf ein solches sachliches Verhalten, bringen es aber durch die Form des Urtheils weder zum Ausdruck noch zum Verständniß. Die Verknüpfung von Vordersatz und Nachsatz: wenn B gilt, so gilt F, behauptet durch sich selbst nichts weiter, als die allgemeine Zusammengehörigkeit von B und F zu einem einheitlichen Gedanken M; daß wir dies Zusammengehörige nun dennoch trennen und den einen Theil des Gedankens dem andern voranschicken, wodurch wegen des untrennbaren Zusammenhangs beider jener zum Grunde, dieser zur Folge wird, ist eine jener subjectiven Denkbewegungen, die in dem vorgestellten Inhalte nicht vorgehen, und diese subjective Natur zeigt sich durch die Möglichkeit, die Richtung der Bewegung umzukehren. Wir sagen: jedes gleichseitige Dreieck ist gleichwinklig, oder: wenn ein Dreieck gleichseitig ist, so ist es gleichwinklig; wir konnten ebenso gut sagen: wenn es

gleichwinklig ist, so ist es gleichseitig; der ungetheilte Gedanke oder die Anschauung des gleichseitig-gleichwinkligen Dreiecks bildet hier den sachlichen Inhalt, zwischen dessen gleichzeitig gültigen Bestandtheilen sich unser Denken mit willkürlichem Ausgangspunkt trennend und verknüpfend hin und her bewegt. Dies gilt von allen Urtheilen, die, wie die mathematischen, sich nur mit Vorstellbarem, nicht mit Wirklichem beschäftigen; sie würden alle reciprocabel sein, wenn ihr sprachlicher Ausdruck durch Sätze eine ebenso genaue Determination aller in ihnen vorkommenden Begriffe gestattete, wie sie in der Form der Gleichung ausführbar ist. Beziehen sich dagegen unsere hypothetischen Urtheile auf Data der Wirklichkeit, so ist es zwar unsere Meinung, daß hier Vordersatz und Nachsatz unvertauschbar sein sollen, aber die hypothetische Urtheilsform drückt durch sich selbst das nicht aus, wodurch diese unsere Forderung erfüllt werden könnte. Denn wenn einmal die Bedingung B gilt, so gibt es logisch keinen Zwischenraum mehr, der ihre Gültigkeit von der der Folge F trennte; beide bilden, eben in Gemäßheit dessen, was diese hypothetische Urtheilsform als ihr eignes Erkenntnißresultat behauptet, nur einen urtheilbaren Vorgang M; und da ferner, wenn wir unsern Gedanken genau, ohne Ueberschuß und Mangel, gedacht annehmen, mit diesem B kein F^1 sondern nur F, mit diesem F kein B^1 sondern nur B verbunden sein kann, so gehen wir im Denken mit gleichem Recht und gleicher Nothwendigkeit von dem willkürlich gewählten Ausgangspunkt B zu F wie von F zu B über; der Grund ist uns Erkenntnißgrund der Folge, die Folge Erkenntnißgrund des Grundes. Daß in dem wirklichen realen Verhalten hier etwas liege, was ausschließlich B zum Antecedens, ausschließlich F zum Consequens macht, das wissen wir wohl, weil wir den Inhalt kennen, von dem wir reden, aber in der Form unseres logischen Thuns bringen wir es nicht zum Ausdruck. Denn diese Form beruht ganz nur auf dem abstracten Gedanken einer Bedingtheit des F durch B überhaupt; diese aber, eine bloße Beziehung, ist, wie wir früher zeigten, weniger, als was zwischen B und F als Dingen oder Vorgängen wirklich stattfinden kann; bestehen kann ein Verhältniß, durch welches einseitig B zum Realgrund wird, nur dann, wenn B die Ursache, F die Wirkung ist; anstatt dieses realen und speciellen Verhältnisses der Causalität erscheint im hypothetischen Urtheil nur das allgemeinere und

abstracte der Bedingtheit überhaupt, das so keine reale Bedeutung hat. Disjunctive Urtheile endlich wollen gar keine Wirklichkeit aussagen: das unentschiedene Schwanken zwischen einander ausschließenden Prädicaten kann kein Vorgang in dem Realen sein, sondern bleibt ein Zustand des Denkens, dem zur Erkenntniß des Wirklichen die zulänglichen Data fehlen.

344. Eine kurze Erinnerung an die verschiedenen Formen der Schlüsse führt zu ähnlichen Ergebnissen. Am leichtesten wird man eine reale Bedeutung jenen subsumptiven Figuren zuschreiben, die durch Unterordnung des Besondern unter das Allgemeine ihren Schlußsatz erzeugen; denn diese Unterordnung allerdings sieht man in dem nun schon hinlänglich erklärten Sinn als eine sachlich gültige in Bezug auf alles Vorstellbare an. Aber die logische Form des Schlußverfahrens entspricht doch auch hier keinem Verhalten der Sache. In mathematischen Schlüssen hat der allgemeine Obersatz, von dem aus wir den specielleren Schlußsatz ableiten, keine Priorität der Geltung vor diesem oder dem Untersatz, alle drei sind Theile einer ewigen Wahrheit von simultaner Geltung; die Priorität größerer Einfachheit oder unmittelbarer Evidenz kann der Obersatz voraus haben, aber beide Prädicate würden ihn schon nur in seiner Beziehung zu unserem Denken charakterisiren, ohne daß er darum schon einen Vorzug an sich vor andern gleich gewissen Sätzen hätte; endlich ist die Form des subsumptiven Schlusses gar nicht genöthigt, von einem so einfachen Obersatz auszugehen; eben die simultane Verkettung aller mathematischen Wahrheiten erlaubt, auch die einfacheren unter ihnen als Grenzfälle aus der Verkettung von weniger einfachen, und immer in subsumptiver Figur, abzuleiten. Diese völlig subjective Bedeutung der syllogistischen Form vergessen wir zuweilen in ihrer Anwendung auf Wirkliches. So lange der allgemeine Obersatz doch noch eine sehr inhaltreiche und specielle Wahrheit ausdrückt, dann etwa wenn wir sagen: alle Thiere respiriren, so lange zweifeln wir nicht, daß dieser Obersatz keine Wirklichkeit bezeichne, die der Geltung des Schlußsatzes: auch die Fische respiriren, irgendwo anders als in unserem Denken vorangehen könnte; kommen wir jedoch auf die allgemeinsten Zusammenhänge der Dinge, so bildet sich wieder die Neigung, ihren Ausdrücken, den allgemeinsten Naturgesetzen, die in unserer Ueber-

legung des Weltlaufs als Obersätze auftreten, eine in der That ganz unbegreifliche reale Priorität vor den Vorgängen zuzuschreiben, in denen sie gelten sollen. Diese Neigung ist nicht ungefährlich für den richtigen metaphysischen Zusammenhang unserer Weltauffassung; sie führt zu dem umfassenden Aberglauben, als ließe sich das Wirkliche der Welt aus Unwirklichem und dennoch Wesenhaftem und Gebietendem ableiten, während wir uns umgekehrt mit der Ueberzeugung durchdringen müssen, daß alle nothwendigen Wahrheiten, denen wir das Seiende als etwas secundär Hinzukommendes unterordnen zu können glauben, eben nur Natur und Consequenz des Seienden selbst sind und nur durch die Reflexion unseres Denkens von ihm abgelöst und ihm selbst als ein gebietendes Prius antedatirt werden. Schlüsse durch Induction erregen dies Mißverständniß nicht; Niemand verkennt, daß die Verknüpfung der Einzeldaten zu einem generellen nicht blos universellen Satze nicht der Realgrund der Geltung des letztern, sondern nur für uns ein Erkenntnißgrund dieser Geltung ist. Viel deutlicher noch überführen uns die vielfachen Formen der Beweise von der blos subjectiven Bedeutung der Schlüsse, aus denen wir sie zusammensetzen. Wie viele verschiedene, directe und indirecte, progressive und regressive Beweise, alle gleich triftig, sind für einen und denselben Satz möglich! wie viel verschiedene selbst in direct progressiver Form allein! Und wenn nun wirklich einer von diesen vielen das Vorrecht hätte, allein das Wesen der Sache in seiner eigenen Structur darzustellen, so würde die bloße Möglichkeit der anderen doch immer zeigen, daß es die logische Form allein nicht ist, welche diese reale Geltung erzeugt oder ausdrückt, sondern daß jener Vorzug auf der Auswahl des Inhalts beruht, den man in ihr verbunden hat. Was endlich die letzten Denkhandlungen betrifft, mit denen wir die reine Logik abschlossen, so haben wir schon damals gesehen, daß sie sich zwar anstrengen, Formen zu finden, in welchen das eigne Wesen der Sache im Gegensatz zu den zufälligen Ansichten zum Vorschein käme, die wir subjectiv von ihm fassen können; aber ebenfalls schon dort haben wir uns überzeugt, daß diese Formen weitfaltiger ausfallen als das, was sie fassen wollen; wenn das eigne Wesen der Sache in unser Denken eingeht, so kann es nur in diesen Formen begriffen werden, aber die Formen erzeugen es nicht und drücken es

nicht voll aus; sie lassen immer Anwendungen zu, die nach unserer eigenen Ueberzeugung subjective Ansichten sind, und zwischen denen die Auswahl der real berechtigteren nicht durch logische Mittel, sondern nur durch Sachkenntniß, wenn es eine solche gibt, vollzogen werden kann.

345. Es ist jetzt Zeit, den Sinn einiger Ausdrücke genauer zu bestimmen, in deren Gebrauch ich bisher lässiger gewesen bin. Von subjectiver und objectiver, von formaler und sachlicher, von formaler und realer Bedeutung der Denkformen ist die Rede gewesen; diese drei Gegensätze decken einander nicht. Unterscheiden wir, wie früher geschehen ist, unsere logische Denkhandlung von dem Gedanken, den sie als ihr Product erzeugt, so gebührt der ersten nur eine subjective Bedeutung: sie ist lediglich die durch unsere Natur und durch unsere Stellung in der Welt uns nothwendig gewordene innere Bewegung, durch die wir jenen Gedanken, z. B. den vorhandenen Unterschied zwischen a und b oder das in beiden enthaltene Allgemeine C, zum Gegenstand unseres Bewußtseins machen; so hat jeder, um die Aussicht von einem Berge zu genießen, von seinem Standpunkt aus einen bestimmten geraden oder gewundenen Weg bis auf den Gipfel zurückzulegen, der die Aussicht eröffnet; dieser Weg gehört nicht zu dem was er sehen will. Der erzeugte Gedanke selbst dagegen, die gefundene Aussicht, hat objective Geltung; von allen, nach Zurücklegung jener Wege, auf gleiche Art empfunden, bildet das jetzt Gesehene ein von der Subjectivität des einzelnen Denkenden unabhängiges Object; nicht nur einen Zustand mehr, den er leidet, sondern einen Inhalt, den er vorstellt, und der als derselbe und sich selbst gleiche auch dem Bewußtsein Anderer gegenübersteht. Dasselbe Verhalten beleuchtet von anderer Seite her der zweite Gegensatz. Es würde nicht hinreichen, unsere Denkhandlungen nur subjectiv zu nennen; diese Bezeichnung würde sie von dem Verhalten der Sachen lediglich trennen und die Beziehung unklar lassen, die doch stattfinden muß, wenn der erzeugte logische Gedanke eine objective Gültigkeit besitzen soll, die der ihn erzeugenden Denkhandlung selbst nicht zukommt. Formal nennen wir daher die logischen Thätigkeiten, weil ihre Eigenthümlichkeiten zwar nicht die eigenen Bestimmungen der Sachen sind, aber doch Formen des Verfahrens, eben die Natur der Sachen zu

erfassen, und deshalb nicht außer jedem Zusammenhang mit dem sachlichen Verhalten selbst. Die früher besprochenen Beispiele werden hierüber keinen Zweifel lassen. Die Beschränkung auf nur formale Geltung zeigte sich darin, daß es der Denkhandlungen mehrere und gleichtriftige geben kann, die zu demselben Endgedanken oder demselben sachlichen Ergebniß führen; keine von ihnen kann daher ausschließliche Bedeutung für den bestimmten sachlichen Inhalt haben, mit dem sie sich alle beschäftigen; alle sind vielmehr nur Formen des Verfahrens, ein Ergebniß zu erhalten, das einmal gefunden ohne Rücksicht auf den Weg gilt, auf dem man zu ihm gekommen ist. Aber es würde ja unmöglich sein, auf jenen verschiedenen Wegen zu dem aussichteröffnenden Gipfel zu kommen, wenn nicht alle diese Wege mit bestimmten gegenseitigen Lagenverhältnissen in dem Ganzen der geographischen Situation mitenthalten wären, deren anderen Bestandtheil die von jenem Gipfel übersehbare Landschaft bildet. Hierin besteht das Positive, das der zweite Gegensatz von den Denkhandlungen aussagt: jede derselben ist eine der verschiedenen durch den allgemeinen vielseitig gegliederten Zusammenhang der Sachenwelt möglich gemachten Weisen, durch Bewegung von einem Element dieser Welt zum andern ein bestimmtes sachliches Verhalten zu erreichen, ohne daß deshalb die gewählte Bewegung die eigene Entstehung oder das eigne Bestehen dieses bestimmten Verhältnisses wäre oder nachahmte. Der dritte Gegensatz enthält nicht nur andere Bezeichnungen für die Glieder des zweiten, sondern betrifft eine Frage eigner Art. Als sachlich gegeben betrachten wir jeden Denkinhalt von fester in dem oben erörterten Sinne objectiver Bedeutung, die Vorstellungen von Nichtseiendem nicht minder als die von Seiendem; unter Realem würden wir nur die Dinge sofern sie sind und die Ereignisse sofern sie geschehen, in ihrer dem Denken jenseitigen Wirklichkeit verstehen müssen. Nun kann davon nicht die Rede sein, daß dieses Reale sich selbst in den Formen des Begriffs des Urtheils und des Schlusses bewegte, welche die subjectiven auf seine Erkenntniß gerichteten Anstrengungen unseres Denkens annehmen; aber selbst die logischen Gedanken, welche das Product dieser Denkhandlungen sind, haben in Bezug auf dieses Reale jene unmittelbare Geltung sachlich nicht, die ihnen jedem Denkinhalt als solchem gegenüber zukam. Ich thue besser, der Metaphysik

die weitere Erörterung dieses wichtigen Punktes zu überlassen; zu seiner vorläufigen Verdeutlichung reicht die Wiederholung bereits besprochener Beispiele hin. Wir sahen, daß der Begriff einer Bedingung nicht ausreicht, um das zu bezeichnen, was wir unter einem zwischen zwei realen Elementen wirklich bestehenden Verhältniß meinen; um so zu bestehen, mußte es mehr als Verhältniß, mußte volle Wechselwirkung sein; in dieser realen Verknüpfung der realen Elemente lag dann der Grund, der ihre Erscheinungen für uns in die formale Beziehung brachte, die wir nun blos logisch eine Bedingtheit der einen durch die andere nennen. Gleiches gilt von allen logischen Formen. Kein reales S kann nur Subject für ein reales P sein, das nur sein Prädicat wäre; in Wirklichkeit kann P an S nur haften entweder als erlittener Zustand, oder als ausgeübte Wirkung, oder als bleibende Eigenschaft in dem allerdings hier noch dunklen Sinne, in welchem wir metaphysisch diesen Begriff dem blos logischen des Merkmals entgegensetzen. Erst wenn eines dieser Verhältnisse zwischen S und P bejaht ist, begreifen wir, was es realiter bedeutet, wenn wir logisch S als Subject P als Prädicat fassen; erst dann entspricht ein wirklicher Sachverhalt der logischen Copula, die an sich ganz unbestimmt läßt, was wir denn eigentlich den realen Inhalten dann begegnet zu sein behaupten, wenn wir die Vorstellungen beider in dieser Weise glauben verbinden zu müssen. So oft man daher Ausdrücke wie Einheit Vielheit Gleichheit Gegensatz Beziehung und Bedingung anwendet, hat man durch sie allein noch gar nichts über das Seiende gesagt; nun bleibt erst noch zu zeigen, durch welche Leistung sich die Einheit des Einen als eine Wirklichkeit, nicht nur als logischer Titel ohne Einkünfte beweist; wodurch das viele Gleiche, da es doch im Denken eben gleich ist, dennoch im Sein wirklich als Vieles auseinandertritt; in welchem wechselseitigen Leiden von einander sich der Gegensatz, in welchem andern die Beziehung zwischen verschiedenen Seienden real bethätigt.

Fünftes Kapitel.

Die apriorischen Wahrheiten.

346. Fassen wir noch einmal unsere letzten Ueberlegungen zusammen. Weder in dem Inhalt unseres Vorstellens noch in dem Realen, das wir als jenseitigen Grund desselben betrachten, entsprach etwas den logischen Denkhandlungen, die mit willkürlicher Wahl ihres Weges die einzelnen Bestandtheile des vorgestellten Inhalts verknüpften oder sonderten; aber in Bezug auf diesen Inhalt wenigstens, abgesehen von dem Realen, das seine jenseitige Ursache sein mag, kam den Gedanken, die wir durch jene Denkhandlungen zu erzeugen suchten, eine sachliche Bedeutung zu. Die Unterschiede Aehnlichkeiten Gegensätze und Unterordnungen, deren wir uns in unserem Bewußtsein nur durch ein Hin- und Hergehen unserer Thätigkeit bemächtigen konnten, galten wirklich von dem vorgestellten Inhalt, obgleich er selbst nicht an diesen Bewegungen theilnahm; sie bestanden sachlich an sich selbst in dem Sinne, in welchem wir das Bestehen jeglicher Beziehung zwischen zwei Beziehungspunkten möglich fanden: sie hatten zwar nie anders eine Wirklichkeit des Seins als in den Augenblicken, in welchen sie gedacht wurden, aber so war zugleich die Natur aller Geister geartet, daß immer, sobald dieselben beiden Beziehungspunkte a und b gedacht wurden, auch sich selbst gleich dasselbe Urtheil C über ihr gegenseitiges Verhältniß gefällt wird. Es ist das platonische Ideenreich, zu dem wir uns hier zurückgeführt sehen; in festen und unveränderlichen Beziehungen stehen alle vorstellbaren Inhalte, und mit welchen willkürlichen oder zufälligen Bewegungen auch immer unsere Aufmerksamkeit von dem einen zum andern übergehen, oder in welcher Ordnung auch uns unbekannte Veranlassungen einen nach

dem andern in unsere Wahrnehmung bringen mögen: wir werden zwischen ihnen immer dieselben Verhältnisse finden, die in dieser sachlichen unendlich vielseitigen Gliederung der Ideenwelt ein für alle mal gegeben sind. So oft diese Behauptung wiederholt wird, wird sie als überflüssiger Ausdruck des Selbstverständlichsten erscheinen, und ebenso oft wiederhole ich, daß eben die Thatsache des Vorhandenseins dieser Selbstverständlichkeit das Wunderbarste in der Welt ist. Obgleich unentbehrliche Grundlage alles Denkens, und eben deswegen mit Uebermuth von uns als selbstverständlich übergangen, ist sie nicht einmal, wie ich früher schon bemerkte, in demselben Sinne denknothwendig, in welchem es innerhalb ihrer selbst jedes einzelne von ihr eingeschlossene Verhältniß ist. Ausdenken freilich können wir uns nicht, wie es dann sein würde, wenn diese Thatsache nicht bestände, aber vorstellen können wir uns doch eine Welt, in der sie nicht vorkäme; in welcher unzählige Inhalte zwar dem vorstellenden Geiste sich darböten, aber jeder beziehungslos zum andern, alle so disparat gegen einander, daß nie sich zwei unter irgend ein Allgemeines als verwandte Arten vereinigten, und daß niemals ein Unterschied zwischen zweien für größer geringer oder anders geartet geschätzt werden könnte, als der zwischen zwei anderen. Daß jeder einzelne dieser Inhalte sich selbst gleich sein müsse, würde das Einzige sein, was das Denken, seinem Identitätsgesetz gemäß, verlangen müßte, damit jeder von ihnen überhaupt vorstellbar werde, und diese Forderung könnte ja jene Welt erfüllen; darüber hinaus aber kann das Denken zwar für die Möglichkeit seiner ferneren Handlungen wünschen, aber nicht als denknothwendig gebieten, daß zwischen den verschiedenen Inhalten jene abgestuften Verwandtschaften stattfinden, die allein ihm die Ausführung seiner Bestrebungen ermöglichen: es ist nicht denknothwendig, daß das Denken müsse stattfinden können. Und dann, wenn es auch aus eigner Macht jene Verwandtschaften forderte, hervorbringen könnte es sie doch nicht und müßte immer darauf hoffen, daß sie in irgend einer von ihm selbst unerfindbaren Weise gegliedert, als Tonreihe als Farbenreihe als Gradunterschiede des qualitativ Gleichen oder sonstwie, thatsächlich ihm gegeben würden. Aber so wunderbar und wichtig diese nun wirklich gegebene Thatsache ist, so bildet doch sie selbst und das, was aus ihr folgt, nicht das letzte Ziel unserer

Ueberlegungen. Verbürgt wird uns durch sie nur die Sicherheit, mit welcher sich das Denken innerhalb der Ideenwelt als solcher bewegt, die *systematischen* ewig gleichen Zusammenhänge ihrer Elemente erforscht und durch Verknüpfung derselben neue Gebilde erzeugt, die unfehlbar an einer andern vorherbestimmbaren Stelle dieser Ideenwelt vorgefunden werden, alle untereinander nach mannigfachen Richtungen und in festen Entfernungen so verbunden, daß die verschiedenartigsten Wege und Umwege des Denkens zur sicheren Auffindung eines jeden dienen können. Dies allein ist es aber doch nicht, was man zu wissen verlangt. Gesucht wird vielmehr die Bedeutung, die diese *systematische* Gliederung alles Vorstellungsinhalts für die *empirische* nicht systematische Ordnung hat, in welcher ein vom Denken unabhängiger Grund die Inhalte möglicher Vorstellungen in unsere Wahrnehmung treten läßt; wir wollen nicht nur die ewige *Classification*, sondern auch den veränderlichen *Verlauf* der Sachen verstehen lernen.

347. Beide sind von einander völlig verschieden. Die Wahrnehmungen führen uns nicht eben das verbunden vor, was in dem System des Vorstellbaren verwandtschaftlich coordinirt nebeneinander steht, noch ist ihr ganzer Verlauf ein periodisch sich wiederholender Vorüberzug der Gattungen Arten und Unterarten in jener Ordnung, in welcher die Classification sie absteigend auf einander folgen läßt; in verschiedenen Punkten des Raums gleichzeitig, in verschiedenen Zeitpunkten nach einander, finden wir die heterogensten Elemente jenes Reiches der Inhalte als Erscheinungen verbunden: gibt es in diesem Wechsel Gesetze, so sind sie völlig anderer Art als jene logischen, in deren Betrachtung wir uns bisher bewegten. Bezeichnen wir von jetzt an diesen empirischen Verlauf der uns gegebenen Erscheinungen als *reale Wirklichkeit*, so fragt es sich nach der Bedeutung, die ihr gegenüber unser Denken haben kann, dessen Behauptungen, selbst wenn sie gültig bleiben, doch unfähig erscheinen, den Zusammenhang derselben zu beherrschen. Denn wenn es nun auch wahr ist, daß a und b, in wirklicher Wahrnehmung gegeben, denselben Unterschied und dieselbe Verwandtschaft zeigen werden, die ihnen in unserem Denken zukommt, so liegt darin doch kein Entscheidungsgrund für ihr Zusammensein in der Wahrnehmung oder dessen Unmöglichkeit; wenn auch ausnahmslos der Satz der Identität gilt, so behauptet er doch nach seiner eignen

Aussage nur, daß jedes a = a und jedes b = b sei und sein werde, wenn und wo auch immer beide vorkommen mögen; aber dieser letztere Zusatz gehört schon nicht mehr dem Identitätsgesetz selbst an; wir fügen ihn hinzu, weil wir anderweitig wissen, daß denkbaren Inhalten außer ihrer ewigen Geltung im Reiche der Ideen ein Wechsel zeitlicher Wirklichkeit und Unwirklichkeit in der Erscheinung zukommen könne; davon enthält jenes Gesetz keine Andeutung und folglich auch nicht die geringste Bestimmung über die Gleichzeitigkeit oder Reihenfolge, in welcher beide Erscheinungen hier einander herbeiführen oder ausschließen müssen. Die classificatorische Unterordnung der Begriffe wird gelten von Wahrgenommenem ebenso wie von zeitlos Vorgestelltem; wenn wir indessen ein wahrgenommenes S unter den Allgemeinbegriff M bringen, so gelten zwar von S jetzt auch alle die höheren Allgemeinbegriffe N L K, die in dem Inhalt von M eingeschlossen sind; aber diese Folgerung erzeugt keine neue sachliche Kenntniß; sie zergliedert nur logisch, was durch die Unterordnung des S unter M bereits gegeben war; richtig, wenn diese richtig, und falsch, wenn diese falsch ist, berechtigt sie nicht, das in der Wahrnehmung gegebene S mit einem in dieser nicht gegebenen P zu verbinden. Hypothetische Urtheile scheinen einer Erweiterung der Erkenntniß günstiger. Wenn sie zu einem Subject S eine Bedingung x treten und aus beiden ein P als Prädicat entspringen lassen, das weder in S allein noch in x allein bereits enthalten war, so nähern sie sich formell dem, was wir als Verlauf der Wirklichkeit denken. Im problematischen Vordersatz drücken sie die Verbindung von S und x als eine mögliche aus, unterscheiden also ihren Denkinhalt noch von einer Verwirklichung, die er im Laufe der Dinge erfahren kann, und über die sie sich jeder Behauptung enthalten; dann aber, wenn diese Bedingung gegeben ist, scheinen sie der weiteren Wahrnehmung vorgreifend das Neue zu bestimmen, das in dieser folgen muß. Worauf aber beruht unsere Berechtigung, einem bestimmten S + x ein bestimmtes P hinzuzufügen oder gleichzusetzen? Im Denken doch immer nur darauf, daß wir durch eine logische Determination x den Begriffsinhalt S, der P nicht enthielt, so umformen, daß nun P in ihm enthalten ist; von diesem Subject, nicht von dem früheren, behaupten wir nun das Prädicat P, das wir in ihn bereits aufgenommen haben. Was uns dagegen die Wahrnehmung unmittelbar darbietet, ist

etwas Anderes. Wenn in ihr zu einer früheren Erscheinung S eine neue x in Beziehung tritt, so pflegt aus dem Zusammendenken beider jenes Subject S + x eben noch nicht zu entstehen, aus dem die Folgeerscheinung P als identischer Ausdruck desselben selbstverständlich flösse; das vielmehr ist die zunächst ungelöste Frage, wie dies x jenes S so umgestalten könne, daß aus ihm der früher fehlende Grund für die Verwirklichung von P entstehe. So weit wir daher hypothetische Urtheile auf die Betrachtung der Wirklichkeit anwenden, finden wir sie zuletzt immer auf der schon vorausgesetzten Gültigkeit von Sätzen beruhen, die eine aus Begriffen nicht ableitbare Verkettung einer bestimmten Bedingung mit einer bestimmten Folge als allgemein bestehende Thatsache aussprechen. Gilt sie wirklich allgemein, so kann das Denken dann ihre Einzelfälle analytisch entwickeln; ihr eigner Inhalt aber erscheint zunächst als ein synthetisches Urtheil, welches zwei Begriffe als Subject und Prädicat verbindet, deren Denkinhalte durch keine logische Zergliederung als identisch nachgewiesen werden können.

348. Unsere Hoffnung, durch Denken den Verlauf der Wirklichkeit beherrschen zu können, beruht daher auf drei Punkten. Keinem einzelnen Bestandtheile b der Ideenwelt kann zuerst das Denken außer der ewigen Bedeutung, die ihm in dieser gebührt, die Nothwendigkeit einer zeitlichen Verwirklichung im Laufe der Sachen zuerkennen; nur wenn diese Wirklichkeit thatsächlich einem andern Element a zukommt, mit welchem b in nothwendiger Verbindung steht, kann sie nun auch auf b übergehen. Alle unsere Erkenntniß ist daher in dieser Hinsicht hypothetisch; an einem bestimmten Punkt thatsächlich gegebener Wirklichkeit setzt sie ein, um aus diesem wirklichen Grunde die Folgen als wirkliche abzuleiten, die dem gedachten Grunde als denknothwendige zugehörten; niemals aber ist es möglich, aus bloßen Begriffen des Denkens die reale Wirklichkeit des in ihnen Gedachten zu beweisen. In der That ist denn auch dieser Versuch nur in dem einen Falle eines ontologischen Argumentes für das Dasein Gottes gewagt worden. Hier lag eine begreifliche Verlockung vor: Gott als nothwendige Folge b einer andern durch Wahrnehmung gegebenen Wirklichkeit a zu fassen widerstritt dem, was man in seinem Begriff denken mußte, denn eben er sollte ja der Grund aller Folgen sein; so schien nichts übrig, als in seinem Begriffe selbst seine Wirklichkeit zu suchen. Finden freilich konnte man

nur den Anspruch auf solche, den der Inhalt desselben erhebt; gewiß schließt der Begriff Gottes den des Seins in sich ein, ja mehr als diesen, den Begriff des lebendigen Seins; denn alle übrigen Prädicate, durch die wir Gott als Gott denken, lassen sich nur vereinigen und selbst denken, wenn sie an einem wirklichen die Zeit füllenden und des Wechsels seiner Zustände fähigen Wesen vorgestellt werden. Aber in diesem Sinne ist in jedem Begriffe eines Wesens der Gedanke derjenigen Art der Wirklichkeit eingeschlossen, welche die Natur und Verknüpfungsweise seines Inhalts verlangt; auch der Begriff jedes Organismus ist undenkbar ohne diese Voraussetzung: Ernährung Wachsthum und Fortpflanzung sind sinnlos an einem Subject, das nicht wäre, und ebenso sinnlos an jedem, das nur wäre und nicht sich entwickeln könnte. Wenn daher der Inhalt eines dieser Begriffe Wirklichkeit hat, so hat er diejenige Art derselben, die ihm entspricht: Wesen die des Seins, nicht die des Geschehens, Ereignisse die des Geschehens, nicht die des Seins; Verhältnisse keine von beiden, sondern die des Geltens von Wirklichem; es war Täuschung, daß es sich mit dem Begriffe Gottes anders verhalte und daß es erlaubt sei, den in ihm unentbehrlich eingeschlossenen Gedanken der höchsten Wirklichkeit für eine Wirklichkeit des ganzen ihn einschließenden Inhalts anzusehen. Nur scheinbar begehen denselben Fehler verwandte Ueberlegungen, die von dem unabweislichen Werthe eines Gedachten zu der Ueberzeugung seiner Wirklichkeit übergehen. Nicht ganz gerecht wird behauptet, an ein höchstes Gut, ein überirdisches Leben, eine ewige Seligkeit glaube man nur, weil man sie wünsche; in der That beruht dieser Glaube auf einer sehr breiten, obgleich unzergliederten Grundlage der Wahrnehmung; wir gehen von der Thatsache dieser gegebenen Welt aus, in welcher wir unerträgliche Widersprüche befürchten, wenn wir jene der Wahrnehmung entzogenen Fortsetzungen des Weltbaues nicht als wirkliche Ergänzungen des Wahrnehmbaren anerkennen wollten. Formell verfahren daher diese Folgerungen richtig; sie verknüpfen mit der gegebenen Wirklichkeit eines a die nicht gegebene eines b, das ihnen die denknothwendige Folge des a scheint.

349. Der zweite Punkt wird stillschweigend allgemein vorausgesetzt, ausdrücklich als logische Voraussetzung selten erwähnt. Wir könnten offenbar auf eine Bearbeitung der Wirklichkeit durch unser

Denken nicht hoffen, wenn wir nicht in dem empirischen Verlauf der Dinge eine allgemeine Gesetzlichkeit als vorhanden annehmen dürften, die uns erst die Möglichkeit verschafft, von den formalen Gesetzen unseres Denkens Nutzen zu ziehen. Wir haben gesehen, daß die Gründe, welche die Reihenfolge der Wahrnehmungen möglicher Denkinhalte bestimmen, gänzlich unabhängig von den systematischen Relationen sind, die wir im Denken zwischen jenen blos gedachten Inhalten finden. Woher nehmen wir nun die Gewißheit, daß überhaupt noch Gründe von allgemeiner Geltung für diese Reihenfolge bestehen? daß nicht vielmehr die unbekannte Ursache des empirischen Verlaufs der Wahrnehmungen ganz principlos mit den systematisch geordneten Elementen der Ideenwelt spielt und wie ein sich bewegendes Kaleidoskop bald diese bald jene Verknüpfung erscheinen läßt, ohne jemals einer Regel dieser Combinationen zu folgen? Man hat gar keine Ursache, die bunte Unordnung dieser letzteren Annahme überhaupt unvorstellbar zu finden; eine sehr große Mannigfaltigkeit empirischer Vorgänge, die wir noch nicht begreifen, steht uns genau in dieser Gestalt wirklich noch gegenüber; wäre gesetzlicher Zusammenhang überhaupt in der ganzen Wirklichkeit nicht vorhanden, so würde nur überall uns dasselbe Schauspiel sich zeigen, welches wir jetzt da wahrnehmen, wo er uns verborgen ist. Die Gesetze unseres Denkens würden fortfahren zu gelten, aber als ein leerer Anspruch, dem sich die Wirklichkeit nicht fügt, gerade so wie wir noch jetzt sie vergeblich auf manche Ereignisse anzuwenden suchen, die mit ungleichen Folgen unter gleichen Bedingungen des Satzes der Identität zu spotten scheinen. Gleichwohl wird diese Annahme der Gesetzlosigkeit der Wirklichkeit von Niemandem festgehalten; überall wo die Erscheinungen sie uns aufdrängen möchten, halten wir den wahrnehmbaren Thatbestand nur für räthselhaft und zweifeln nicht, daß erweiterte Erfahrung durch früher unbeachtet gebliebene Mittelglieder den gesetzlichen Zusammenhang des Beobachteten herstellen werde. Worauf beruht nun diese Zuversicht? Weder selbst denknothwendig ist die allgemeine Gesetzlichkeit der Wirklichkeit noch als eine denknothwendige Folge aus gegebenen Thatsachen abzuleiten. Man konnte sagen, daß die Gesetze des Raumes, auch wenn dieser nur als angeborene Anschauung in uns Dasein hat, dennoch von allen Gegenständen unserer Erfahrung gelten müssen; denn nichts wird je in unsere Erfahrung ein-

treten, ohne die räumliche Formung schon erfahren zu haben, durch die es unser Gegenstand wird; man kann nicht ebenso den Beweis versuchen, daß ohne gesetzlichen Zusammenhang im Wirklichen die Erfahrung unmöglich sei, die wir doch besitzen. Was wir wirklich besitzen, ist nur ein Verlauf von Vorstellungen; daß dieser Verlauf einen lückenlosen Zusammenhang nach allgemeinen Gesetzen bilde, daß also Erfahrung in diesem gesteigerten Sinne, in welchem sie sich von bloßer Wahrnehmung unterschiede, wirklich gegeben sei, ist eine Verwechselung dessen, was wir voraussetzen, mit dem was wir als thatsächlich wissen. Denn nichts wissen wir wirklich, als daß eine große Anzahl von Vorgängen sich so ansehen lassen, als ob sie von allgemeinen Gesetzen bedingt würden; immerhin ist die Menge derjenigen noch viel größer, deren Unterordnung unter solche noch nicht gelungen ist; eine ausnahmslose Herrschaft von Gesetzen über die ganze Wirklichkeit ist daher weder ein wirkliches noch ein mögliches Ergebniß der Erfahrung, sondern eine Voraussetzung, mit der wir an jede Erweiterung unserer Erfahrung gehen. Nur zweierlei bleibt daher übrig; entweder diese Voraussetzung als eine solche anzuerkennen und ihr zu glauben, mithin diese eine gewisse Einsicht uns zuzutrauen, durch welche unser Denken, sein eignes Gebiet überschreitend, etwas über die Natur des Wirklichen festsetzt; oder sie gleichfalls für eine bloße Voraussetzung anzusehen und ihr deswegen zu mißtrauen, mit Dank die Fälle anzunehmen, in denen sie sich bestätigt, zugleich aber die Möglichkeit im Auge zu behalten, daß wir auf Gebiete stoßen werden, in denen sie sich nicht bestätigt. So oft nun menschliches Nachdenken bis zu wissenschaftlicher Betrachtung der äußern Welt fortgeschritten, hat es ohne Ausnahme die erste dieser Meinungen vorgezogen; auch diejenigen, die am meisten unberechtigte Uebergriffe der Vernunft abwehren und sich rühmen, der Natur nur ihre eigenen Gesetze abzufragen, halten nur den Inhalt dieser Gesetze für unbekannt, nicht ihr allgemeines Vorhandensein für zweifelhaft; sie bemerken blos nicht, daß sie mit dem zweiten Gliede dieses Ausspruchs dennoch über die Wirklichkeit eine Behauptung a priori aufstellen, deren Möglichkeit sie in dem ersten verneinen. Die andere Meinung kann man an einem einzelnen Punkte zu entdecken meinen: in dem Glauben an die Freiheit des menschlichen Willens. Ueber das sachliche Recht dieser Annahme habe

ich hier nicht zu urtheilen; formell aber gehört sie nur scheinbar diesem zweiten Gesichtspunkt an; sie behauptet nicht, daß principlos dasselbe bald frei bald bedingt sei; indem sie vielmehr einen Theil der Wirklichkeit einer gesetzlichen Determination beständig und ausnahmslos unterwirft, das Vorkommen der Freiheit aber ausschließlich an das Vorhandensein einer bestimmten geistigen Natur des wollenden Subjectes knüpft, setzt sie vielmehr eine allgemeine gesetzliche Ordnung der Wirklichkeit voraus und gibt nur dieser Ordnung den eigenthümlichen Inhalt, an bestimmten Stellen des Weltlaufs das Eintreten unbedingter Elemente zu gestatten, die dann, einmal in die Wirklichkeit aufgenommen, nun in ihr gesetzlich bedingte Folgen hervorbringen. Auch diese Meinung also, noch deutlicher aber jede, die mit Leugnung der Freiheit auch die innere Welt, wie die äußere, einem gesetzlich determinirten Zusammenhang unterwirft, erlaubt sich hiermit eine apriorische Behauptung über die Wirklichkeit, deren allgemeine Gültigkeit empirisch nicht nachgewiesen werden kann. Ob sie dies mit Recht thue, darüber ist logisch eine zwingende Entscheidung unmöglich; denn jeder Versuch, diese Behauptung als denknothwendig zu erweisen, würde ihre Gültigkeit für die Wirklichkeit unentschieden lassen, jeder Versuch aber, sie als übereinstimmend mit der Natur der Wirklichkeit darzuthun, würde in andern Formen und Worten denselben Anspruch einschließen, den er rechtfertigen will, nämlich den, durch Denken überhaupt etwas a priori, nämlich allgemein, über die Wirklichkeit behaupten zu können, die wir empirisch ja niemals allgemein kennen lernen. Mit Grund wird man daher sagen, daß alle unsere Beurtheilung der Wirklichkeit auf dem unmittelbaren Zutrauen oder auf dem Glauben beruht, mit dem wir einer Forderung des Denkens, die das eigene Gebiet desselben überschreitet, allgemeine Gültigkeit zuerkennen. Thatsächlich liegt diese unbegründbare Zuversicht aller Logik zu Grunde, so auch dem Ausdruck, auf den wir die allgemeine Tendenz des Denkens zurückbrachten, gegebenes Zusammensein in Zusammengehörigkeit zu verwandeln. Alle Verfahrungsweisen der angewandten Logik bedeuten etwas nur unter der Voraussetzung, daß die Wirklichkeit den inneren Zusammenhang besitzt, den jene Tendenz ihr zuschreibt; besäße sie ihn nicht, so würde der Rechtsgrund nicht bestehen, auf den jede Induction sich stützt, wenn sie eine bestimmte Folgerung aus Erfahrungen auch

nur für wahrscheinlicher hält als eine andere; es würde sein Bewenden haben müssen bei der Aufzählung der Prämissen und der Schlußsatz würde fehlen.

350. Der dritte Punkt blieb übrig. Die Annahme eines allgemeinen gesetzlichen Zusammenhangs der Wirklichkeit lehrt nicht von selbst die Einzelgesetze kennen, nach denen bestimmte Vorgänge b an bestimmte andere a gebunden sind. Wir haben ferner schon uns überzeugt, daß analytisch aus der begrifflichen Zergliederung der Denkinhalte von a und b die Nothwendigkeit nicht zu ermitteln ist, mit welcher die Verwirklichung des einen auf die des andern folgen müßte. Es bleibt nur übrig, daß wir uns entweder eine unmittelbare Gewißheit über die allgemeine und nothwendige Geltung synthetischer Urtheile zutrauen, die eine solche Verknüpfung dennoch befehlen, oder daß wir alle jene bestimmten Gesetze der Wirklichkeit den Aussagen der Erfahrung durch die früher geschilderten Methoden der Untersuchung abgewinnen. An diesem Scheidewege möchte ich mich mit einer allgemeinen Formel willfähriger Anbetung von weiterer Lobpreisung der zweiten Annahme loskaufen. Es wird allmählich langweilig, endlos wiederholt zu hören, wie selbstentsagend die Vernunft sich der Natur gegenüber zu verhalten habe, wie sie so gar nichts aus eignen Mitteln entscheiden könne und sich in wesenlose Hirngespinste verirre, wenn sie nicht bei jedem Schritte sich die nothwendigen Data ihrer Folgerungen von der Erfahrung erbitte. Leider können wir nicht behaupten, daß diese Warnungen überflüssig und gegenstandlos sind, denn geirrt ist genug durch ihre Mißachtung; aber wie jede Sittenpredigt unleidlich wird, wenn sie gar kein Ende nimmt, so regt auch diese zuletzt uns nur zu der Frage an, ob die Ansprüche, welche sie erhebt, nicht ebenso einseitig sind, als zugegebenermaßen die sind, welche sie zurückweisen will. Kann also die empirische Aufsuchung von Gesetzen der Wirklichkeit ihre Aufgabe wirklich ganz aus eignen Mitteln lösen, etwa mit Hülfe des Identitätsprincips, im Uebrigen aber ohne *synthetische Urtheile* a priori vorauszusetzen? Daß sie es *nicht* könne, war die Lehre *Kant's*; wenn wir zu gleicher Behauptung kommen, so trifft es sich, daß wir zugleich einen wesentlichen Punkt *deutscher* Philosophie vertheidigen, über den wir von allen Nationen angegriffen werden.

351. Darauf hatte uns durch *Hume* der englische Skepticismus

beschränken wollen, entweder in Mathematik Erkenntnisse auszusprechen, die ihm nur auf dem Satze der Identität zu beruhen schienen, oder in Geschichte durch synthetische Urtheile a posteriori das Geschehene wieder zu erzählen, nachdem es geschehen und somit Gegenstand der Erfahrung geworden ist; unmöglich sei jede wissenschaftliche Folgerung, die ein zukünftiges b aus einem a voraussagen wolle, das mit ihm nicht identisch sei. Ehe ich den letzten Theil der Behauptung erörtere, scheint es mir nützlich zu zeigen, daß, wenn er gilt, die beiden ersten nicht gültig sein können. Die Möglichkeit synthetischer Urtheile a posteriori beargwohnt man zu wenig, weil man sie für einfache Ausdrücke der Erfahrung hält, in die sich nichts von vorwitziger Thätigkeit unseres Denkens eingemischt habe. So lange sie indessen Urtheile sind, gleichviel ob in sprachlicher Form ausgeprägt oder nicht, sind sie immer Bearbeitungen des Gegebenen durch Hineindeutung innerer Zusammenhänge, die in unmittelbarer Beobachtung niemals in ihm gegeben sind. Keine Wiedererzählung eines Ereignisses ist möglich, ohne daß wir einen Theil der sinnlichen Bilder, die uns bei seiner Wahrnehmung entstanden, als Subject, einen andern als Prädicat zusammenfassen, und ohne daß wir zwischen den Inhalten dieser beiden Begriffe eine Beziehung des Wirkens und Leidens oder der gegenseitigen Aenderung von Zuständen mitdenken, die in den Wahrnehmungen selbst gar nicht gegeben ist. Man kann behaupten, der Satz: Cäsar ging über den Rubico, bedeute nur: eine gewisse, zwar etwas veränderliche, aber doch beisammenbleibende Gruppe sinnlicher Eindrücke, die man der Kürze halber Cäsar nenne, habe ihre räumliche Stellung gegen eine andere Gruppe sinnlicher Eindrücke, die Rubico heiße, so verändert, daß sie in der Anschauung eines und desselben Beobachters erst rechts dann links von dieser zweiten wahrgenommen worden sei; ich antworte mit gleicher Hartnäckigkeit: daß jene Gruppe Cäsar dieselbe rechts und links gewesen sei, daß sie also *ihre* Stellung verändert habe, liegt nicht in dem Inhalt der Wahrnehmung, sondern ist eine Annahme, die einer zusammenhängenden und stetigen Aenderung der Erscheinung ein beständiges Substrat mit nur wechselnden Relationen unterschiebt. So oft wir erzählend von irgend einer räumlichen Bewegung sprechen, drücken wir schon nicht mehr die Wahrnehmung, sondern eine Hypothese über sie aus; *gesehen* haben wir nicht, daß dasselbe reale a nach und nach die

Orte m n p durchlief; die beobachtete Thatsache ist nur, daß in aufeinanderfolgenden Zeitpunkten gleiche Erscheinungen a an aufeinanderfolgenden Raumpunkten sichtbar waren; wer kein Bedürfniß hätte, diese Thatsache sich durch die Annahme eines bleibenden Subjects zu erklären, könnte die Behauptung: a habe sich bewegt, nicht mehr als Erzählung einer Wirklichkeit, sondern nur als bequeme, sachlich bedeutungslose Manier seines Ausdrucks wagen; versagt er sich diese Einmischung von Gesichtspunkten, nach denen wir den Wahrnehmungsinhalt deuten, so sind auch alle synthetischen Urtheile a posteriori, alle Urtheile überhaupt unzulässig, und anstatt der Wiedererzählung bleibt in der That nur die Möglichkeit der Wiedererinnerung einer Reihe von Wahrnehmungen übrig, eine Reproduction des Rohmaterials, aus dem man Urtheile bilden könnte, wenn es erlaubt wäre.

352. Man wird anderseits weder die Gültigkeit noch die Wichtigkeit, um so mehr aber die Fruchtbarkeit des Satzes der Identität in Erzeugung mathematischer Wahrheit bezweifeln, ja vielmehr behaupten müssen, daß, wenn er allein gälte, diese Wahrheit nicht auffindbar sein würde. Welche Gleichung oder Ungleichung $a = b$ oder $a \gtrless b$ wir auch aussprechen mögen, immer müssen wir diejenige Geltung des Identitätssatzes voraussetzen, vermöge deren $a = a$, $b = b$, jede Größe also, die wir mit andern in irgend eine Beziehung bringen wollen, mit sich selbst identisch ist; denn offenbar geht jede Gleichung oder Ungleichung zwischen verschiedenen ihrer Bedeutung verlustig, wenn jede der Größen unbeschränkt vieldeutig ist, die in ihr zusammengestellt werden. An dieser Stelle gilt der Identitätssatz deutlich und ist die Bürgschaft aller Wahrheit; gerade hierauf hat man indessen am wenigsten geachtet; man hat vielmehr jene andere Anwendung desselben hervorgehoben, durch welche beide Seiten einer Gleichung einander gleich gesetzt werden; in ihr, als einem Ausdruck des Identitätssatzes, fand man nicht nur die Bürgschaft der Wahrheit, sondern in der verketteten Wiederholung solcher Gleichsetzungen das fruchtbare Verfahren zu deren Entdeckung. Von beiden Behauptungen kann ich mich nicht überzeugen, daß sie genau ausdrücken, was sie meinen. Gleichungen geben entweder wie: $\sqrt{4} = 2$ den bestimmten Größenwerth einfach an, der aus der Ausführung einer Rechnungsoperation in Bezug auf eine

gegebene Größe entsteht, oder sie sagen aus, wie $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, daß man zu demselben Ergebniß gelangt, wenn man formell verschiedene Operationen in vorgeschriebener Reihenfolge oder Verbindung auf irgend welche innerhalb bestimmter Grenzen gegebenen Größen anwendet. In beiden Fällen liegt nun doch der Werth des ganzen mathematischen Verfahrens nicht einseitig auf der gefundenen Gleichheit des Ergebnisses, sondern eben darauf, daß verschiedene Wege zu demselben Ziele führten, daß es also möglich war, Verschiedenes gleich zu setzen. Wollte man mir entgegnen, daß doch der Größenwerth der verschiedenen hier verglichenen Glieder nicht nachträglich gleich gemacht werde, sondern immer gleich gewesen sei und daß diese Gleichheit sich nur unter den verschiedenen Formen verborgen habe, in denen beide ursprünglich gegeben waren, oder daß der eine dieser Ausdrücke nur die Aufgabe, der andere die Auflösung bezeichne, so würde man genau das sagen, was ich selbst will, und nur etwas als selbstverständlich ansehen, was ich nicht dafür halten kann. Denn woher nimmt man das Zutrauen zu der Möglichkeit, daß ein mit sich identischer Werth unter verschiedenen Gestalten gegeben werden könne? Aus dem Satze der Identität allein doch nicht; denn in ihm liegt nicht die mindeste Hindeutung auf einen Gegensatz zwischen Form und Inhalt oder Form und Werth; brächte man aber die Vorstellung dieses Gegensatzes aus anderer Quelle hinzu, so würde selbst dann der Satz nichts über ihn aussagen können. Er würde nur wiederholen: jede Form ist mit sich selbst und jeder Werth mit sich selbst identisch; daß aber derselbe Werth unter verschiedenen Formen möglich sei, könnte er nicht behaupten, weil er für diese Behauptung keine Grenze ihrer Gültigkeit festzustellen wüßte, außer einer solchen, die zu einer unfruchtbaren Tautologie zurückführte; denn die Frage: welche verschiedengeformte Ausdrücke identische Werthe bezeichnen, könnte er nur dahin beantworten: diejenigen eben, in denen ein und derselbe identische Werth enthalten ist. Ich brauche nun nicht weitläufig hinzuzufügen, daß in dieser Möglichkeit, Verschiedenes gleich zu setzen, nicht aber in der nackten Anwendung des logischen Identitätsgesetzes, der bewegende Nerv aller fruchtbaren mathematischen Denkarbeit liegt. Man käme nicht weiter, wenn man unter das Subject eines gegebenen Obersatzes immer nur ein ihm schlechthin identisches subsumiren dürfte; man kommt aber weiter, weil man durch unzählige

Substitutionen, durch Zerfällung und Wiederverknüpfung eine in der Form a gegebene Größe in die Form b bringen und sie so jedesmal demjenigen Oberbegriffe subsumirbar machen kann, mit dessen Hülfe wir nach bekannten Rechnungsregeln ihr ein Prädicat beilegen können, das aus ihrer ursprünglichen Form nicht ableitbar war. Alles hängt daher von der Berechtigung ab, Verschiedenes gleichzusetzen, und diese Berechtigung fließt, unmittelbar wenigstens, nicht aus dem Sinne des Identitätsprincips.

353. Ich knüpfe das Weitere an die Ueberlegungen an, die ich in der reinen Logik bereits über Urtheile von formal synthetischer dem Inhalt nach identischer Natur anstellte. Ich habe damals Kant's erwähnt, der in seinem Bestreben, synthetische Urtheile a priori in allen Richtungen unseres Vernunftgebrauchs nachzuweisen, auch den arithmetischen Satz $7 + 5 = 12$ unter ihnen zu finden glaubte. An jener Stelle kam es mir darauf an, die Nothwendigkeit der Inhaltsgleichheit hervorzuheben, die zwischen dem vollständigen Subject und dem vollständigen Prädicat jedes wahren Urtheils stattfinden müsse; nicht ganz befriedigt damit, daß Kant diese Forderung weniger ausdrücklich erwähnt, habe ich doch damals schon mir vorbehalten, auf das Richtige seiner Behauptung zurückzukommen (vergl. 58). Eine Anschauung schien ihm hinzukommen zu müssen, um uns in 12 die Auflösung der Aufgabe erkennen zu lassen, die in $7 + 5$ ausgedrückt war; um uns also zu zeigen, daß die zur Richtigkeit der Gleichung erforderliche Identität beider Seiten besteht. Nur als Beispiel halte ich diesen Satz nicht für glücklich gewählt, weil er den formalen Unterschied, auf den Gewicht zu legen ist, nicht recht in die Augen fallen läßt. Denn gewiß ist zwar 12 nicht lediglich ein anderer Name für $7 + 5$, sondern bedeutet, daß man dieselbe Größe, die durch Addition dieser beiden entsteht, außerdem als bestimmtes Glied der Zahlenreihe zwischen 11 und 13 finde; aber anderseits ist es doch die einfachste Vorstellung dieser Reihe selbst, sie aus wiederholter Addition der Einheit, also aus derselben Operation entstanden zu denken, durch welche man 7 und 5 verband; man faßt also sowohl die linke als die rechte Seite dieser Gleichung als Summe von Einheiten und zerlegt nur, wie es der Begriff der Summe zuläßt, links in zwei Schritte, was man rechts zusammenfaßt. Der Ausdruck $7 + 5 = 4^2 - 2^2$, ohne übrigens wirk-

lich das Wesentliche des Kantischen Gedankens mehr zu enthalten als jene erste Formel, würde deutlicher gemacht haben, daß es verschiedene Wege gibt, auf denen man zu einem und demselben Werthe gelangen kann. Denn das, worauf es ankommt, ist eben nichts Anderes, als die in dem Additionszeichen enthaltene Behauptung: Größen seien überhaupt summirbar zu einer gleichartigen neuen Größe, ein Satz, über dessen Wichtigkeit man wieder geneigt sein wird ganz hinwegzusehen, weil er ganz selbstverständlich und nichts als eine identische Definition der Zahlengröße scheint. Das ist er nun auch; aber wodurch wird uns diese selbstverständliche Erkenntniß zu Theil? Nicht jeder Vorstellungsinhalt läßt sich denselben Operationen unterwerfen: man kann nicht Roth und Grün addiren und davon Blau abziehen; die Töne c und d gestatten keine Summirung zu einem dritten x, der in der Tonreihe um das Intervall c höher läge als d, sowie in der Zahlenreihe 12 um 7 höher liegt als 5. Hier wird man verwundert fragen, wozu diese Bemerkung dienen solle? natürlich könne man mathematische Operationen nur auf Größen anwenden, in deren Natur es liege, ihnen zugänglich zu sein, nicht aber, oder wenigstens nicht unmittelbar, auf qualitativ verschiedene Eindrücke. Man will hier in der That das Nächstliegende nicht sehen: eben dies, daß es so etwas, wie Größe, in der Welt des Vorstellbaren gibt, während doch das Vorstellen selbst nicht, um nur überhaupt geschehen zu können, an das Vorstellen gerade dieser vergleichbaren Größen gebunden ist, eben dies ist eine Thatsache unmittelbarer Anschauung, die, wenn wir sie nicht hätten, durch logische Operationen, an andern Inhalten ausgeführt, gerade so wenig supplirt werden könnte, als wir den Begriff qualitativer Aehnlichkeit erzeugen würden, wenn uns keine vergleichbaren Sinneseindrücke, Farben oder Töne, als Bestandtheile des Ideenreiches gegeben wären. Identisch also ist der Satz gewiß, daß Größen summirbar sind; aber daß Subject und Prädicat dieses Satzes in der Welt des Vorstellbaren gültig vorkommen und daß er nicht gleichwerthig dem andern ebenfalls identischen Satze ist: jedes hölzerne Eisen ist hölzernes Eisen, das folgt nicht selbst wieder aus dem Satze der Identität. Nicht dieses nackte logische Princip mithin, sondern die Anschauung der Größe, deren Natur es möglich macht, unzählige inhaltlich identische und formal synthetische Urtheile zu bilden, ist die Bürgschaft der Wahrheit und zugleich der

Grund der Fruchtbarkeit arithmetischer Gedankenverknüpfung. Was sich hieran in mathematischem Interesse weiter anfügen ließe, muß ich dahingestellt lassen; logisch bekenne ich meine völlige Uebereinstimmung mit Kant auch darin, daß ich eine reine oder apriorische Anschauung der Zahlgröße, in dem früher bestimmten Sinne dieses Ausdrucks, festhalte. Ohne Veranlassung, die zuletzt immer durch äußere Anregungen erfolgt, tritt in unser Bewußtsein weder die Vorstellung der Größe überhaupt, noch die bestimmtere ihrer Summirbarkeit, noch endlich ein einzelner arithmetischer Satz; wir denken sie alle nur, wenn wir irgendwie zur Vorstellung zählbarer Objecte veranlaßt werden; wenn aber diese Veranlassung gegeben ist, so lernen wir nicht aus dem Inhalt dieser Wahrnehmung, daß $7 + 5 = 12$ sei, so daß die Sicherheit dieser Erkenntniß mit der Zahl der Fälle zunähme, in denen sie von späteren Wahrnehmungen bestätigt würde, sondern die einmalige Vorstellung von $7 + 5$, gleichviel ob durch äußere Wahrnehmung vermittelt oder nicht, reicht hin, um für sich allein und allgemeingültig die Gleichheit mit 12 zu lehren. Hätten wir bei wirklichen Zählversuchen äußerer Objecte in verschiedenen Wiederholungsfällen dies Ergebniß bald bestätigt bald nicht bestätigt gefunden, so würden wir alle, auch die entschiedensten Anhänger empiristischer Erklärungsweisen, nicht unsern arithmetischen Satz nach unsern Zählungen, sondern diese nach ihm corrigiren.

354. Vielleicht noch deutlicher als an diesem arithmetischen Beispiele läßt sich dasselbe an geometrischen wiederholen. Gegen das eine, welches Kant als synthetischen Satz anführt: die gerade Linie zwischen zwei Punkten sei die kürzeste, habe ich ähnliche Bedenken wie gegen das vorige gerichtet: auch dies Beispiel ist nicht glücklich gewählt, weil wir für den Begriff der Entfernung, der in dem Prädicat der Kürze enthalten ist, ein anderes unmittelbares Maß als die gerade Linie nicht besitzen; dieser Satz macht daher überwiegend den Eindruck der Identität von Subject und Prädicat. Sie ist auch, dem Inhalt nach, vorhanden, und der Satz würde gar nicht richtig sein, wenn sie nicht bestände; aber wodurch wird sie hergestellt? Nur dadurch, daß wir die beiden Punkte durch das verbinden, was wir ein Zwischen ihnen nennen. Nun ist klar, daß durch diesen Ausdruck die beiden Punkte nicht blos logisch als nicht identisch oder verschieden überhaupt bezeichnet

werden, denn das sind Grün und Sauer auch, ohne zu einem ähnlichen Satze zu führen; auch nicht als vergleichbar überhaupt, denn das sind, ebenfalls ohne solche Folge, Grün und Roth auch; sie werden vielmehr in einer eigenthümlichen Weise verbunden, deren Denkbarkeit und Bedeutung uns nur durch ursprüngliche räumliche Anschauung erkennbar wird, durch keine, an anderem Inhalt ausgeführte, logische Operation verständlich werden würde, wenn sie uns fehlte, und noch jetzt, da sie uns allen bekannt ist, durch keinerlei Umschreibungen, in denen sie nicht selbst schon versteckt enthalten wäre, verdeutlicht werden kann. Ausdrucksvoller sind andere Beispiele Kant's. Nehmet nur, sagt er, den Satz: daß durch zwei gerade Linien sich gar kein Raum einschließen lasse, mithin keine Figur möglich sei, und versucht ihn aus dem Begriffe von geraden Linien und der Zahl Zwei abzuleiten; oder auch, daß aus dreien geraden Linien eine Figur möglich sei, und versucht es eben so blos aus diesen Begriffen; alle eure Bemühung ist vergeblich und ihr seht euch genöthigt, zur Anschauung eure Zuflucht zu nehmen, wie es die Geometrie auch jederzeit thut. Diese Worte bleiben auch dann richtig, wenn man eine kleine Ungenauigkeit ihres Ausdrucks zum Versuch der Bestreitung benutzt. Nicht drei gerade Linien sind im zweiten Falle das vollständige Subject, dem das Prädicat zukommt, ein Dreieck zu bilden; sie müssen außerdem in derselben Ebene liegend, einander nicht parallel und beliebiger Verlängerung fähig gedacht werden; im ersten kann man nicht verlangen, die Unmöglichkeit der geschlossenen Figur aus den vereinzelten Begriffen der Zahl Zwei und der geraden Linie abzuleiten; vor allem muß Zwei als Anzahl dieser Linien, die Linien selbst als enthalten in demselben Raume vorgestellt werden. Fügt man diese Nebenbestimmungen hinzu, so wird man, obwohl nicht beide gleich kurzer Hand, doch beide Ergebnisse als identische Folgen der vorausgesetzten vollständigen Subjecte erkennen und so die Bedingung der Inhaltsgleichheit herstellen, unter der beide Sätze allein wahr sein können. Allein dies ändert die Sache nicht. Alle jene Ergänzungen, das Enthaltensein in derselben Ebene, der Nichtparallelismus, die mögliche Verlängerung, bedeuten ganz und gar nichts, wenn wir nicht die räumliche Anschauung voraussetzen, die allein bezeugt, daß so etwas, wie man es durch diese Worte bezeichnet, in der Welt des Vorstellbaren anzutreffen sei, und die, indem sie dem vollständigen Subject jener Sätze überhaupt erst einen

vorstellbaren Sinn gibt, zugleich auch das in ihnen enthaltene identische Prädicat begründet. Identisch sind daher diese Sätze gewiß, obgleich unter synthetischer Form; daß es aber ihren ganzen Inhalt mit allen seinen innern Verhältnissen gibt, ist nicht Verdienst des Satzes der Identität; ich meine: nicht vermittelst dieses Princips kann man von der einen Ausdrucksform einer geometrischen Thatsache zu einer andern gleichgeltenden übergehen, sondern die eigenthümliche Natur des Raumes macht es möglich, daß eine sachliche Identität verschiedener Ausdrucksformen bestehen kann. Hierauf, auf der unbegrenzten Möglichkeit besonders, durch willkürliche Hülfsconstructionen jedes Raumgebilde immer andern mathematischen Gesichtspunkten oder Oberbegriffen unterzuordnen und ihm so die Prädicate zu verschaffen, die seiner ursprünglichen Auffassung fremd waren, nicht aber auf der bloßen Anwendung des nackten Identitätsprincips, beruht die Fruchtbarkeit der geometrischen Methode.

355. Nun kann ich den Einwurf erwarten, daß meine Betrachtung anderswo ende, als wohin sie kommen wollte. Zur Erweiterung der Erkenntniß, überhaupt um Gesetze des Verlaufs der Dinge zu finden, behauptete ich die Nothwendigkeit synthetischer Grundsätze a priori; jetzt habe ich mich auf Anschauungen berufen, die auf einmal Subject Prädicat und Copula des Urtheils liefern, durch das wir sie ausdrücken, und deren Annahme zuletzt nichts weiter als den wenig förderlichen Satz zu bedeuten scheint, man könne nicht denken ohne Vorstellung des Inhalts, über den man denken will; gegeben aber sei dieser Inhalt nicht durch das Denken, sondern dem Denken, in nicht wesentlich anderer Weise als jeder andere Inhalt, nämlich durch Erfahrung. Ueber den letztern Punkt wiederhole ich kurz, daß jede Erkenntniß, angeboren oder nicht, in diesem weiteren Sinne des Wortes Gegenstand der Erfahrung für denjenigen ist, der sie entweder beständig oder auf Veranlassungen entstanden in seinem Bewußtsein vorfindet; überdies haben wir von Anfang an zugestanden, daß keiner der Grundsätze, die wir als angeboren ansehen, auch nur als praktisch befolgter Obersatz unseres Urtheilens in uns wirksam wird, bevor uns eine empirische Anregung zu seiner Befolgung gegeben ist, daß er aber vollends zum Gegenstand unseres Bewußtseins erst durch Reflexion auf seine unbewußt geschehenen Anwendungen werden kann. Ich habe daher in diesem Sinne nichts einzuwenden und halte es nur für un-

fruchtbar, wenn man darauf besteht, das Innewerden apriorischer Grundsätze selbst eine innere Erfahrung zu nennen; aber auch darin kann der Streit aprioristischer und empiristischer Ansichten nicht bestehen, daß die letztern einer äußern Erfahrung zuschreiben, was wir einer inneren verdanken wollen. Denn dieser Gegensatz besteht lediglich nicht; was man auch über eine vorausgesetzte Außenwelt sich für Gedanken machen mag: Erfahrungen können wir immer nur über ihre Abbilder in uns, über den Zusammenhang unserer Vorstellungen machen. Hierüber möchte ich kurz sein dürfen. In Deutschland wenigstens huldigt man noch nicht dem importirten Irrthum, als könne es gelingen, durch Nachmessung der Kanten und Flächenwinkel körperlicher Gebilde die Sätze der Geometrie zu bestätigen, oder andere zu entdecken als diejenigen, die wir auch mit geschlossenen Augen aus vorausgesetzten Verhältnissen bloßer Raumpunkte entwickeln; man weiß noch, daß jene Messungen, wenn wir sie ausführen, sich unmittelbar nicht auf die Natur der materiellen Ausfüllungen des Raumes, sondern auf Bestimmungen des Raumes beziehen, der durch sie ausgefüllt wird; daß sie endlich ausgeführt werden können nur durch äußerliche Hülfsmittel und durch Methoden, die sich alle auf die innere Gesetzlichkeit unserer Raumanschauung bereits gründen; daß wir also nicht dahin kommen können, durch Messungen diese unsere geometrische Erkenntniß an einer andern von ihr unabhängigen Erkenntnißquelle zu prüfen, sondern daß wir auf diesem Wege lediglich eine einzelne räumliche Anschauung den Gesetzen der allgemeinen geometrischen Anschauung subsumiren. Darauf allein würde daher der Unterschied der Meinungen zurücklaufen, daß wir die einfachen Grundsätze der Geometrie, die, daß jede gerade Linie ins Unendliche verlängert werden kann, daß die Gegenwinkel sich schneidender Geraden gleich sind, daß alle Nebenwinkelpaare dieselbe Summe geben, als Wahrheiten betrachten, die, einmal vorgestellt, für immer gelten; daß dagegen eine empiristische Auffassung folgerecht jedes einmalige Bewußtwerden derselben nur für eine psychische Thatsache ansehen müßte, von der nicht feststände, ob sie sich mit gleichem Inhalt wiederholen würde, deren allgemeine Geltung daher als wahr niemals, als wahrscheinlich aber nur durch Uebereinstimmung sehr vieler Wiederholungsfälle bewiesen werden könnte.

356. Wie wir uns zu dieser Ansicht verhalten, muß ich noch

einmal wiederholend zusammenfassen. Zuerst würde die Behauptung, jede Wahrheit bedürfe zu ihrer Allgemeingültigkeit diese Erfahrungsprobe, sich selbst widersprechen. Denn einestheils müßte sie ja sich selbst ihrem eignen Ausspruche subsumiren und könnte folglich nicht als allgemeiner Grundsatz gelten; anderntheils sahen wir früher, daß ohne die Voraussetzung der unbedingten Gültigkeit gewisser, der Erfahrung nicht verdankter Grundsätze auch von den aus Erfahrungen zu gewinnenden Erkenntnissen keine für wahrscheinlicher gelten kann, als eine andere (329). Auf der Möglichkeit unmittelbarer Erkenntniß des Allgemeingültigen beruht daher jede Ueberzeugung, die unsere nicht mehr als die unserer Gegner; Zwiespalt kann nur darüber sein, welche Wahrheiten wir dieser Erkenntniß zugänglich glauben. Selbstverständlich aber kann für Wahrheiten, die unmittelbar als allgemeingültig erkannt werden sollen, das Kennzeichen dieses ihres Rechtsanspruches nur in der Evidenz bestehen, mit der sie sich dem Bewußtsein aufdrängen und Anerkennung verlangen, ohne sie durch einen Beweis ihrer Richtigkeit zu erzwingen. Nun steht es endlos Jedem frei, sich diesem Verlangen zu fügen oder nicht; Jeder kann entweder ehrlich der Evidenz mißtrauen, mit der ein bestimmter Erkenntnißinhalt sich seinem Bewußtsein darstellt, oder er kann wenigstens chicanös sich darauf steifen, daß keine Evidenz in der Welt den Beweis für die Wahrheit des Evidenten gebe; nur wird er im letztern Falle sich gefallen lassen müssen, daß auch der Evidenz jedes versuchten Beweises sowie seiner eignen Behauptung mit gleicher Chicane die Gültigkeit bestritten werde. Diese eitle Disputirsucht überlassen wir sich selbst; jenes ehrliche Mißtrauen dagegen ist berechtigt; denn gewiß kann die Ruhe und das streitlose Gleichgewicht des Gemüths, in welchem die Evidenz einer Erkenntniß, als psychischer Vorgang betrachtet, zuletzt besteht, auch durch Vorstellungsverknüpfungen von keineswegs allgemeiner Geltung hervorgebracht werden. Diese falschen Evidenzen haben wir zugegeben und die logischen Versuche erwähnt, durch die wir uns von ihnen zu befreien suchen: sie laufen alle darauf hinaus, daß wir durch verschiedene Formungen Ausgangspunkte und Fortschritte unserer Ueberlegung von einem Subject S, dem wir ein Prädicat P zuschreiben wollen, alle in ihm selbst nicht enthaltenen, wohl aber in unserem Innern verstohlen mitwirkenden Nebenvorstellungen x sondern, die uns den Schein

erwecken könnten, als gehöre dem S allein und allgemein ein P, das nur diesem S + x zukommt. Die bestimmte Form eines Beweises erlangen diese Ueberlegungen nicht immer; daß eine gerade Linie ins Unendliche verlängert werden könne, ist zu einfach, als daß es eine Erörterung darüber geben könnte, die nicht ganz tautologisch auf die unmittelbare Anschauung zurückkäme; für andere Grundsätze nehmen die Beweise die apagogische Form einer Zurückführung auf das Absurde an; sie leiten dann nicht die Wahrheit derselben aus der vorangeltenden eines andern Satzes ab, sondern bestätigen nur die Unmöglichkeit ihrer Nichtanerkennung. Wo dies nun geschehen und gelungen ist, da sehen wir den fraglichen Satz als einen allgemeingültigen, der empirischen Bestätigung durch die Wahrheit seiner Beispiele nicht bedürftigen, vielmehr ihnen gegenüber a priori feststehenden an; wir leugnen die Möglichkeit nicht, daß dieses Vertrauen der Vernunft in einzelnen Fällen dennoch täuschen kann; aber die günstige Präsumtion der Wahrheit eines so gefundenen Satzes würden wir nicht aufgeben, nur weil das Mißtrauen *möglich* ist, sondern dann erst, wenn entweder die Befolgung seiner vorausgesetzten Richtigkeit in Widersprüche verwickelt, oder weil positiv sich die Wahrheit eines andern Satzes darthun läßt, aus der zugleich die Entstehung der scheinbaren Evidenz des falschen begreifbar wird.

357. Verschiedene Punkte bedürfen hier noch der Erläuterung. Von reiner Anschauung ist in der Kantischen Schule im Gegensatz zu dem Denken so gesprochen worden, daß mit diesem Ausdruck sich die Vorstellung eines besondern etwas geheimnißvoll bleibenden *Verfahrens* verknüpft hat, durch welches der erkennende Geist eine Leistung vollziehe, die seinem discursiven Denken unmöglich sei. Die Dunkelheit, die dann über diesem Gedanken schwebt, rührt davon her, daß in der That gerade von der Anschauung nicht, wohl aber von dem Denken sich eine aus der Verknüpfung verschiedener Einzelhandlungen entstehende Verfahrungsweise schildern läßt; die Anschauung verhält sich ihrem Inhalt gegenüber wie thatlose Receptivität und ihre Leistung geschieht so mit einem Schlage, daß keine Schritte zu unterscheiden sind, die zu einer Beschreibung Veranlassung gäben. Man muß dies nicht mißverstehen. Wenn geometrische Anschauung uns lehrt, daß zwei Gerade, wenn sie sich schneiden, nur einen Punkt gemein haben können, so

findet hierbei ohne Zweifel ein Vorstellungsverlauf als psychischer Vorgang statt, den wir schildern könnten, wenn er uns im einzelnen Falle genau bekannt wäre; wir könnten angeben, wie wir zuerst jede der geraden Linien für sich denken, sie dann in eine Ebene rücken, sie aus paralleler Lage convergiren lassen, jede bis zu dem Schnittpunkt und darüber hinaus verfolgen; aber das alles ist nicht die geometrische Anschauung selbst; bis hierher sind nur alle die zusammengehörigen Beziehungspunkte ins Bewußtsein gebracht, über welche jetzt die Behauptung der Anschauung: nur ein Punkt könne beiden Geraden gemeinsam sein, wie eine einzige plötzliche Offenbarung erfolgt. Auf welche Weise dieser letzte Schritt vollbracht wird, das unmittelbare Innewerden der nothwendigen Wahrheit, die in den vollständig vorhandenen Beziehungsgliedern liegt, darüber ist jetzt gewiß, für mich nicht minder gewiß in aller Zukunft, jede weitere psychologische Analyse unmöglich. Nur in diesem Sinne völlig unmittelbarer Erkenntniß habe ich hier den Namen der Anschauung gebraucht und es folgt daraus eine weitere Bemerkung über die Bedeutung der Apriorität, die wir ihr zuschrieben. Ich habe früher erwähnt, warum Erkenntniß nicht in bloßer Aufnahme von Eindrücken, sondern in einer Rückwirkung bestehen muß, deren Form von der Natur des angeregten Geistes abhängt; ich habe nicht verhehlt, daß ich mit Kant darin übereinstimme, zu diesen Rückwirkungen die räumliche Anschauung zu rechnen, sie also für a priori oder angeboren in dem Sinne zu halten, in welchem von diesem Namen Gebrauch gemacht werden kann; für die gegenwärtige Frage aber hat diese Ansicht dennoch keine Bedeutung. Nicht deswegen, weil die Vorstellung des Raumes uns angeboren ist, sind wir im Stande allgemeine geometrische Sätze auszusprechen, die einmal gedacht immer gültig sind; wäre es nur sonst begreiflich, wie lediglich durch äußere Eindrücke die Vorstellung einer bestimmten Verbindung räumlicher Beziehungspunkte in uns entstehen könnte, so würde ihr gegenüber jenes unmittelbare Innewerden der in ihnen liegenden allgemeinen Wahrheit, die Leistung der Anschauung, nur ebenso aber nicht mehr unerklärlich und nicht weniger möglich sein, als wenn dieselben Beziehungspunkte nur durch die Mithülfe einer angebornen Rückwirkungsweise in unser Bewußtsein gebracht worden wären. Ich überlasse daher die Frage nach der Apriorität in dem Sinne des Angeborenseins und das, was hieraus folgen

kann, der Metaphysik und beschränke den Gebrauch des Namens dahin, daß jene Erkenntnisse a priori sind, weil sie nicht durch Induction oder Summation aus ihren einzelnen Beispielen entstehen, sondern zuerst allgemeingültig gedacht werden und so als bestimmende Regeln diesen Beispielen vorangehen.

358. Und hiermit endlich hängt der letzte hier zu erwähnende Punkt zusammen. Von reinen Anschauungen, als einem angeborenen Besitz des Geistes, ist auch in Ausdrucksweisen gesprochen worden, aus denen als natürliche Consequenz die Annahme hätte fließen müssen, alle Wahrheit, die auf einer dieser Anschauungen beruhe, sei gleichfalls ein Schatz immer gegenwärtiger Erkenntniß, mit dem wir der Erfahrung, um sie zu beurtheilen, entgegenkommen. In der That hat schon Locke diese Consequenz zur Bestreitung der Lehre von den angeborenen Ideen benutzt; daß sie aber falsch ist, bedarf nur kurzer Ueberlegung. Wer überhaupt von angeborenen Erkenntnissen spricht, rechnet die mathematischen am gewissesten zu ihnen; gleichwohl haben sie alle erst entdeckt werden müssen, und der allen angeborene Besitz der Raumanschauung war nicht gleichbedeutend mit dem der Geometrie. Entdeckt aber wurden die elementarsten von ihnen, sobald die Aufmerksamkeit Veranlassung erhielt, von den höchst mannigfaltig gezeichneten Raumfiguren, mit denen uns die Wahrnehmungswelt umgibt, sich auf die einfachsten Beziehungen zu richten, die in ihnen allen enthalten sind; dann sprang unvermittelt die evidente Wahrheit der einzelnen Grundsätze als selbstverständlich hervor, ganz so wie es Platon's vortreffliche Darstellung im Menon zeigt; nur die Berufung auf ein Vorleben war überflüssig, aus dessen Erinnerung diese plötzlich auftauchende Einsicht stamme, denn auch in diesem Vorleben hätte die Ueberzeugung von der allgemeingültigen Gewißheit der damals in allgemeiner Gestalt angeschauten Wahrheiten doch nur durch dasselbe unmittelbare Innewerden entstehen können, durch welches wir sie in diesem Leben in ihren Einzelbeispielen wiedererkennen. Noch leichter versteht sich, warum verwickeltere mathematische Relationen auf Entdeckung warten mußten und warum noch immer ein unermeßliches Gebiet vor uns liegt, in welchem neue Entdeckungen zu machen sind; zur Wissenschaft werden die Consequenzen der einfachen mathematischen Principien eben erst dadurch, daß sie denkend gezogen werden; dies aber schließt eine höchst

umfängliche immer fortschreitende Arbeit genauer Definition mannigfaltiger Sonderung und bestimmter Verknüpfung gemachter Abstractionen ein, durch welche erst die Subjecte zweifellos festgestellt werden, von denen ein vielleicht nicht minder zusammengesetztes Prädicat behauptet werden soll. So paradox es daher scheinen mag, wir müssen uns der falschen Vorstellung entwöhnen, als läge die Welt des Selbstverständlichen von selber selbstverständlich vor uns und es käme nur darauf an, mit dieser bequem besessenen Wahrheit die widerspenstige Welt der Wahrnehmungen zu meistern; auch das Allgemeingültige, zu dessen Einsicht der Geist nur sich selbst bedarf, muß von ihm erst aus der Unermeßlichkeit der Vorstellungen, die sein Bewußtsein wirklich füllen, aufgefunden und gesondert werden. Und nicht einmal dies kann man allgemein erwarten, daß auf dem Wege dieser Besinnung auf sich selbst ihm die einfachsten aller seiner angeborenen Wahrheiten, die höchsten Grundsätze, zuerst zum Bewußtsein kommen; alle thun es ja nur auf Veranlassung eines bestimmten Beispiels oder eines Falles, den Wahrnehmung oder Einbildungskraft dem Geiste vorführen, damit er über ihn Recht spreche; so aber können die Wahrnehmungen beschaffen sein, daß sie nie den reinen Fall darbieten, und daß sie demgemäß auch die Einbildungskraft abhalten, die Vorstellung des reinen Falles auszubilden, über den, sobald er nur dem Bewußtsein gegeben wäre, der Geist unmittelbar mit der in ihm erweckten Ueberzeugung einer allgemeinsten grundsätzlichen Wahrheit urtheilen würde. So kann daher eine sehr schwere Aufgabe der Erkenntniß darin bestehen, uns durch Hinwegräumung aller der Hindernisse, welche die uns aufgedrungene empirische Verknüpfung unserer Vorstellungen entgegenstellt, zu der Einsicht in das Selbstverständliche erst hindurchzuringen.

359. Der Mathematik, die am leichtesten die Gegenstände ihrer Betrachtung von der Natur des Realen sondern konnte, an dem sie zur Wahrnehmung kommen, ist es im Ganzen möglich gewesen, von den einfachsten Wahrheiten zu ihren Folgen fortzuschreiten, nicht ohne daß dennoch die spätere Einsicht auch den früher erkannten Principien neue und umfassendere Ausdrücke gab. Anders ist der Weg der Mechanik gewesen, die unmittelbar auf das wirkliche Geschehen eingehend den Wechselwirkungen der Dinge ihre Gesetze vorzuzeichnen suchte. Ich brauche diesen vielgetadelten Ausdruck Kant's, um die Vorwürfe gegen

ihn auf ihr richtiges Maß zurückzubringen. Niemand will ja mit ihm gemeint haben, menschliche Vernunft könne mit willkürlicher Wahl Gesetze ersinnen, denen die Natur zu folgen verpflichtet sei; wenn aber die Vorstellung einer Beziehung zwischen verschiedenen Elementen uns gegeben ist, einfach genug, um jenen reinen Fall darzustellen, in welchem die eignen Gesetze der Natur ihre einfachste durch keine Vielheit mitwirkender Nebenbedingungen verhüllte Folge hervorbringen: warum soll dann die Vernunft, zu dem Ganzen derselben Welt gehörend, in welcher diese Wirkungen geschehen, nicht unmittelbar das Ergebniß inne werden können, das aus jener Beziehung entspringen muß? Nicht ihre subjectiven Gesetze drängt sie dann der Natur auf, sondern sie erräth die eigenen dieser und stellt sie nun als verbindliche Regeln dem Gewirr der einzelnen Vorgänge zu deren Beurtheilung und Erklärung voran. In diesem Sinne ist die reine Mechanik eine apriorische Wissenschaft; viele ihrer Sätze mag immerhin die Erfahrung zuerst angedeutet und das Suchen nach ihnen veranlaßt haben; gefunden und in die genaue Gestalt eines Gesetzes sind sie alle gebracht worden nicht auf Zeugniß wiederholter Wahrnehmungen, sondern durch eine Gedankenarbeit, die in einem vorgestellten reinen Fall mit unmittelbarer Klarheit das Selbstverständliche sah und verwickelte Fälle auf einfache zurückzuführen Mittel fand. Man pflegt dies so auszudrücken, daß innerhalb ihrer selbst die Mechanik eine vollständig demonstrative Wissenschaft sei, die aus selbstgemachten Voraussetzungen nothwendige Folgen mit vollkommener Schlußkraft entwickle; dafür habe sie, der Erfahrung gegenüber, nur hypothetische Gültigkeit, unter der Voraussetzung nämlich, es gäbe Wirklichkeiten, die sich genau den Begriffen subsumiren lassen, aus denen sie ihre Folgerungen gezogen hatte. Diese Ausdrucksweise gibt unberechtigten Zweifeln an der Erfüllung jener Voraussetzung zu viel Raum und entspricht auch der Sache nicht. Denn entstanden ist die Mechanik nicht in einem nachsinnenden Bewußtsein, das vor aller Erfahrung mit Möglichkeiten gespielt hätte, sondern unter dem unablässigen Drucke der Erfahrung, die Erklärung verlangte; die abstracten allgemeinen Bedingungen, aus denen wir in ihr bestimmte Folgen ableiten, sind nicht problematische Entwürfe von Etwas, was sich vielleicht finden könnte, sondern Reductionen des assertorisch Gegebenen auf seine allgemeingültige Gestalt. Noth-

wendig aber war diese Reduction um der einzigen wirklichen Voraussetzung willen, mit der die Mechanik steht und fällt, der nämlich, daß überhaupt in dem Geschehen gesetzliche Ordnung gilt. Besteht diese Annahme einmal zu Recht, und wirken in dem Verlauf der Dinge viele Elemente A B C ... zusammen, jedes von ihnen in verschiedenen Formen $\alpha\ \alpha^1\ \alpha^2 \ldots \beta\ \beta^1\ \beta^2 \ldots$ endlich alle in veränderlichen Beziehungen M N ..., deren jede die verschiedenen Werthe $\mu\ \mu^1 \ldots \nu\ \nu^1 \ldots$ annehmen kann, so muß dann jedes Einzelereigniß das Gesammtergebniß vieler Einzelgesetze sein, deren jedes nur von zwei Elementen A B und ihrer Beziehung M handelt und die Wirkung W bestimmt, die aus diesen Datis folgt, und die sich in w w^1... ändert, wenn A B und M ihre veränderlichen Formen oder Werthe durchlaufen. Vielleicht gibt die Erfahrung niemals ein reines Beispiel eines dieser Einzelgesetze; aber es wäre doch Unverstand, die Mechanik deswegen zu tadeln, weil sie zuerst von einer Bewegung spricht, ohne den Widerstand zu beachten, der doch keiner fehlt, von einer gleichartigen Masse ferner, die nirgends aufzuweisen ist, von einem völlig starren Körper endlich, statt dessen die Wahrnehmung immer nur elastische nachgiebige mehr oder minder harte zeigt. Es wird Zeit sein, die Einflüsse dieser Nebenbedingungen in Betracht zu ziehen, sobald die allgemeinen Gesetze bekannt sind, auf deren Folgen sie umgestaltend einwirken; wenn aber auch niemals die Theorie der widerstehenden Mittel der specifischen Eigenschaften der Materie und ihrer Molecularzustände die einfache Klarheit der übrigen mechanischen Lehren erreichte, so würde sicher eine Naturbetrachtung noch weniger Glück haben, die nicht einmal die Gesetze der einfachen und reinen Fälle wüßte, von denen jeder einzelne unreine um eine bestimmbare Differenz abweicht. Denn es ist eben keineswegs bloße Bequemlichkeit einer ungenau abkürzenden Untersuchung, wenn wir von der ganzen Eigenthümlichkeit eines concreten Falles absehend zunächst das Gesetz eines allgemeinen und abstracten suchen; jene Voraussetzung von der Gesetzlichkeit des wirklichen Geschehens schließt die sachliche Nothwendigkeit ein, daß die Gesammtwirkung vieler Elemente aus den Einzelwirkungen zusammengesetzt sei, die je zwei, in bestimmter Beziehung zusammengefaßt, für sich erzeugen und nach einem beständigen Gesetz mit der Aenderung dieser Beziehung ändern.

360. Den mechanischen Betrachtungen hat es nun der empirische Inhalt und Verlauf der Wahrnehmungen keineswegs leicht gemacht, auch nur die Vorstellungen der einfachen und reinen Fälle zu fassen, über welche dann eine unmittelbare Anschauung der Wahrheit ein selbstverständliches und allgemeingültiges Urtheil auszusprechen gewußt hätte; im Gegentheil hat hier die Erfahrung am meisten ihre früher berührte schädliche Wirkung geübt, durch beständige Vorführung des Besonderen und Bedingtgültigen von der Auffassung des Allgemeinen und Unbedingten abzulenken. Das ganze Alterthum ist vergangen, ohne daß der Begriff der Bewegung, der Mittelpunkt aller Mechanik, zu der Einfachheit herausgearbeitet worden wäre, in welcher er Gegenstand unmittelbarer Erkenntniß werden kann. Drei große Beispiele hielt die Erfahrung der Einbildungskraft vor: die unablässige Bewegung der Himmelskörper, die bald wieder aufhörende der von außen angetriebenen irdischen Massen, die von innen kommende aber ermüdende Regsamkeit der lebendigen Wesen; von den widerstreitenden Nebenbestimmungen dieser Fälle den einfachen Vorgang aller Bewegung, die stetige Veränderung des Ortes, abzulösen wollte nicht gelingen; es blieb bei einer Vermischung des Phänomens mit vorausgesetzten Ursachen, die dazu führte, entweder den Lauf der Gestirne als göttliche Bewegung über die allgemeinen Naturgesetze erhöht oder die Bewegungen der irdischen Körper als erzwungene unter das hinabgedrückt zu denken, was in der Natur Rechtens wäre; die Analogie der Ermüdung unserer eigenen Thätigkeit trug dazu bei, im Ganzen das baldige Erlöschen jeder Bewegung als selbstverständlich, ihre ewige Fortdauer als göttliche Ausnahme anzusehen. Eine viel spätere Zeit erst kam dahin, das, was jeder Bewegung wesentlich ist, einfach als Verhältniß von Geschwindigkeit Zeitdauer und Raum zu fassen und mit der unscheinbaren Formel $s = ct$ die Grundlage einer wissenschaftlichen Bewegungslehre zu schaffen. Mit ihr trat das Gesetz der Beharrung von selbst in das Bewußtsein; denn auch wenn die Auffindung dieses Gesetzes aus der Verallgemeinerung der Versuchsergebnisse hervorging, die jede Bewegung um so länger fortdauern zeigten, je mehr alle äußeren Hindernisse entfernt wurden, so zweifelt doch Niemand, daß das einmal aufgefundene der Ausdruck einer spät eingesehenen Denknothwendigkeit ist. Daß es Bewegung gebe, mußte man aus Erfahrung lernen; wenn es sie aber gibt oder

geben soll, so gehörte die Voraussetzung ihrer Beharrung dazu, um ihre Anschauung auch nur möglich zu machen (247). Aehnlichen Schwierigkeiten unterlag es, den Begriff der Masse zu bilden. Die Körper, mit denen wir zu hantieren gewohnt sind, feste wie flüssige, folgten dem Zuge der Schwere, aber Dämpfe und Feuer stiegen empor; so entstand die Vorstellung zweier entgegengesetzten Triebe, die, zu der Natur der Körper wesentlich gehörend, nach zwei Richtungen auseinandergingen, Richtungen, die man allerdings durch qualitative Verschiedenheit der Endpunkte, zu denen sie führen, gültig hätte unterscheiden können, aber doch mit unverständlichen Gegensätzen des Oben und Unten eines absoluten Raumes verwechselte. Spät erst, nachdem die Combination erweiterter Beobachtungen die Einseitigkeit der ursprünglich gegebenen ausgeglichen und gezeigt hatte, daß weder die Richtung noch die Intensität der Schwere überall dieselbe ist, kam die natürliche Vorstellung zur Geltung, daß jede neubeginnende Bewegung eine Bestimmung ihrer Richtung a fronte oder a tergo, durch Anziehung oder Abstoßung in gerader Linie bedarf, daß sie also immer aus einer Wechselwirkung verschiedener Elemente im Raume entspringt und daß die Größen dieser Wirkung von den Mengen eines gleichartigen Realen abhängen, die in jedem dieser Elemente vereinigt sind. Auch die so entstandene Vorstellung der Masse, die nur auf die Größe des Trägheitswiderstandes, den ein Reales im Raum jeder ihm angesonnenen Bewegung entgegensetzt, sowie auf die Größe der Kraft Rücksicht nimmt, mit der es selbst jede von ihm ausgehende Bewegung zu erzwingen sucht, mag neue Fragen anregen, auf welche die Philosophie zu antworten hätte; sobald indessen ein gesetzlicher Verlauf von Naturereignissen da ist oder da sein soll, in welchem jeder einzelne Vorgang die Bedingung für ein bestimmtes Maß eines auf ihn folgenden sein soll, wird man als eine selbstverständliche Voraussetzung hierzu die in dem Begriff der Masse ausgesprochene Vergleichbarkeit der realen Elemente in Bezug auf die Größe aller von ihnen zu erwartenden Leistungen leicht erkennen. Wie groß aber die Macht einseitiger Beobachtung über unsere Auffassungen ist, beweist der Unglaube, den noch jetzt die gewöhnliche Einbildungskraft der Möglichkeit der Antipoden entgegensetzt, und die Irrthümer naturphilosophischer Schulen, für welche zwar nicht mehr die ewige Abwärtsbewegung des Alterthums,

aber doch die concentrisch zusammendrängende Schwere so sehr zu dem allgemeinen Begriffe des Realen gehörte, daß die Vorstellung gewichtloser Masse ihr stets ein Widerspruch schien. Ich muß hier abbrechen; aber eine Geschichte der Ausbildung der mechanischen Vorstellungen würde eine anregende Aufgabe darin finden, nicht immer blos zu wiederholen, wie wir lediglich durch Verknüpfung der Erfahrungen zur Kenntniß der Naturgesetze gekommen sind, sondern auch hervorzuheben, wie zuerst die Einseitigkeit der Erfahrungen uns eine Menge falscher Gedanken aufgezwungen und uns verhindert hat, selbstverständliche Wahrheiten früher einzusehen.

361. Ueber den logischen Charakter der einfachsten mechanischen Grundsätze bestehen entgegengesetzte Meinungen. Eben weil man sie zunächst nicht auf die wirklichen Körper, sondern auf vorausgesetzte Substrate bezieht, deren ganze Natur durch unsere Definition derselben feststeht, glaubt man einerseits sie für analytische Urtheile ansehen zu müssen, deren Wahrheit das Gesetz der Identität verbürge; anderseits hält man sie, auch in jener abstracten Reinheit gefaßt, noch immer für synthetisch und deswegen nur für probable Hypothesen, deren Richtigkeit nur durch das Zusammentreffen mit der Erfahrung und durch die allseitige Uebereinstimmung ihrer Folgen untereinander bestätigt werde. Ich kann über diese Frage nur ebenso urtheilen, wie über die verwandte in Bezug auf Arithmetik und Geometrie, muß jedoch mich mit einer kurzen Andeutung begnügen, ohne ihr hier die wünschenswerthe Ausdehnung geben zu können. Allgemein könnte ich mich dahin ausdrücken, daß die beiden Data A und B, über deren Zusammenhang ein mechanischer Satz urtheilen soll, uns nicht nur einzeln gegeben sind, sondern daß ihre Vorstellungen nur innerhalb einer gemeinsamen Anschauung verständlich sind und verstanden werden, durch welche zugleich die Beziehung zwischen beiden bestimmt wird. Kehren wir zuerst zu einem arithmetischen Beispiel zurück. Daß $3a - 3a = 0$, wird man geneigt sein, unmittelbar auf den Satz der Identität zurückzuführen; gleichwohl sagt dieser für sich allein doch nur, daß $3a = 3a$ und $-3a = -3a$, endlich $3a - 3a = 3a - 3a$; daß diese letzte Formel $= 0$ sei, können wir nur auf Grund der sachlichen Anschauung behaupten, es gebe zwei ausführbare Operationen der successiven Hinzufügung von a zu a und der Abziehung des a von 2a, die

einander gerade aufheben und deren gleich oftmalige Wiederholung zur Wiedervernichtung jeder erzeugten Größe führe. Denn in der That bezeichnet doch in $+a-a$ das Zeichen — nicht blos einen Gegensatz zu $+$, sondern zugleich die Art, wie dieser Gegensatz wirksam werden kann und soll, die Subtraction; wüßte man von der Möglichkeit dieser Operation nichts, oder wäre sie nicht ausführbar, so würde man aus $a-a$ die Folge 0 ebensowenig erzeugen, als man aus der bloßen Vereinigung der contradictorischen Begriffe Möglichkeit und Unmöglichkeit im Denken irgend ein Resultat erzielen könnte; gleichwohl können beide auch, als Gegensätze, durch a und $-a$ bezeichnet werden, aber dieses — läßt sich nicht durch eine Subtraction deuten. Man sieht daher, daß man den Satz $a-a=0$ ebensowohl für identisch als für synthetisch ansehen kann. Identisch ist er, weil er ja falsch sein würde, wenn die beiden Seiten der Gleichung nicht vollkommen denselben Inhalt vorstellten; daß aber diese Identität stattfindet, ist durch keine blos logische Zergliederung des a des $-a$ und des — zu ermitteln, sondern lediglich durch die unmittelbare Anschauung der Bedeutung, welche hier dieses — haben kann, weil es auf Vermehrung und Verminderung von Größen bezogen ist; der Satz ist mithin eine synthetische Behauptung der Identität zweier formverschiedener Inhalte, einer Aufgabe und ihrer Lösung. Ein ähnliches Beispiel bietet mechanisch die Bestimmung der Resultante zweier Bewegungen, die einen Winkel einschließen. Ich beschränke mich auf Anführung der Voraussetzung, von der die gewöhnlichen Beweisversuche beginnen, nämlich daß die Resultante zweier gleichen Bewegungen den Zwischenwinkel halbire. Man sieht diesen Satz für selbstverständlich an und glaubt in diesem einfachsten Falle unmittelbare Gewißheit eines Ergebnisses zu besitzen, auf welches man verwickeltere Aufgaben zurückzuführen hätte, und gewiß werden auch die Vorsichtigsten in ihm nicht blos eine probable Hypothese sehen wollen, sondern eine Wahrheit, die nur zu einfach ist, um aus einer noch einfacheren bewiesen werden zu können. Was man aber zur Erläuterung noch hinzuzufügen pflegt: es sei kein Grund vorhanden, warum die Resultante der einen Componente näher liegen sollte als der andern, kann uns dienen, die logische Natur des Satzes zu verdeutlichen. Denn das Fehlen zweier Gründe für zwei andere Klassen von Richtungen kann an sich selbst keinen positiven Grund für

die Nothwendigkeit der angenommenen Richtung der Resultante vorstellen, so lange man nicht den Gedanken schon festhält, irgend eine Richtung müsse nothwendig eingeschlagen werden, und sie könne mit keiner der beiden Componenten zusammenfallen. Dies ist es nun eben, was man aus Anschauung weiß; eine blos logische Zergliederung würde nur lehren: unter der Bedingung a bewegt sich das Element M nach der Richtung α, unter der Bedingung b nach β; wirken beide Bedingungen zugleich, so kann M sich weder nach α noch nach β bewegen, weil bei der Wahl jeder von beiden Richtungen die eine Bedingung wirkungslos würde; was würde also geschehen? Da beide Bedingungen gleichwerthig gedacht sind, so müßte entweder sowohl die eine als die andere wirkungslos werden und M in Ruhe bleiben, oder es müßten beide Bedingungen zu gleichem Maße befriedigt werden und unbefriedigt bleiben, falls es eine Art und Weise gäbe, wie dies geschehen könnte. Dies ist nun die Hauptsache: daß es eine solche Art und Weise gibt, und worin sie besteht, ist durch gar kein Mittel des Denkens ausfindig zu machen, dagegen liegt es ganz offenbar in der Anschauung des Raumes und des Zusammenhangs der in ihm möglichen Richtungen, sowie in der Anschauung der Bewegung vor; hier findet man, daß M beide Bedingungen zugleich voll befriedigen kann, wenn es sich so bewegt, daß es am Ende der Zeiteinheit t sich an dem Endpunkt der Diagonale des Parallelogramms befindet, an den es gekommen wäre, wenn es in zwei Zeiteinheiten t in beliebiger Reihenfolge erst den Weg α oder β ganz, dann den Weg β oder α auch ganz zurückgelegt hätte; daß endlich die Bahn, auf der es an diesen Punkt gelangt, eben diese Diagonale selbst ist, folgt dann daraus, daß für jeden kleinen Zeittheil dt ganz dieselbe Betrachtung gilt; die Diagonale ist der geometrische Ort aller der Orte, an welchen sich M nach dt, 2dt, 3dt u. s. f. befinden muß. Auch dieser mechanische Satz ist mithin ein synthetisches Urtheil, welches die Identität einer Aufgabe mit ihrer Auflösung durch unmittelbare Anschauung feststellt.

362. Ich muß mir hieran genügen lassen und benutze nur noch in anderer Absicht einen Blick auf den Fortgang der Mechanik. Während ihre Anfänge durch Einfachheit formelle Beweise unmöglich machen, werden ihre späteren Aufgaben so verwickelt, daß ihre Auflösungen, obgleich strenge Consequenzen jener Grundlagen, doch wegen der Mannig-

faltigkeit der im Auge zu behaltenden Beziehungspunkte sehr weitläufige Umwege der Abstraction und Rechnung nöthig machen. So zweifellos nun auch die so erhaltenen Resultate sind, so hat sich doch nirgends so lebhaft wie in dieser strengen Wissenschaft das Verlangen geregt, die gewonnenen Ergebnisse unabhängig von dem Gerüst des Calcüls auf einfache Gedanken zurückzuführen, die der Rechnung nur bedürfen, um auf die dem Maße nach bestimmten Bedingungen der Einzelfälle anwendbar zu werden. Ich erinnere nur an das Gaußische Princip des kleinsten Zwanges, das in größter Allgemeinheit das Gesetz aller Bewegung dahin ausspricht: ein System materieller wie auch immer unter einander verbundener Punkte, deren Bewegungen an was immer für äußere Beschränkungen gebunden sind, bewege sich in jedem Augenblicke in möglich größter Uebereinstimmung mit der freien Bewegung oder unter möglich kleinstem Zwange, indem man als Maß des Zwanges, den das ganze System in jedem Zeittheilchen leidet, die Summe der Producte aus dem Quadrate der Ablenkung jedes Punktes von seiner freien Bewegung in seine Masse betrachtet. Der zweite Theil dieses Satzes dient dazu, dem allgemeinen Gedanken, den der erste ausspricht, die mathematische Gestalt zu geben, durch welche für jeden Einzelfall der Sinn dessen, was er fordert, genau bestimmt und auf die gegebenen Maßverhältnisse anwendbar gemacht wird; in jenem ersten aber glauben wir nicht blos eine thatsächlich gültige allgemeine Regel, sondern die eigentliche ratio legis zu besitzen, aus welcher alle Einzelgesetze der verschiedenen Bewegungen fließen. Machen wir die Anwendung auf den einfachsten Fall der Resultante zweier Bewegungen, so haben wir 232 und ff. gesehen, daß man sich von verschiedenen Ausgangspunkten aus über sie Gewißheit verschaffen kann; aber die so versuchten Beweise dienen mehr oder weniger nur dazu, uns zum Glauben zu zwingen; der Gedanke dagegen, daß die Bewegung in der Diagonale diejenige ist, durch welche beide Bewegungsantriebe vollständig befriedigt werden, und von beiden nichts verloren geht, erscheint uns, sobald wir ihn fassen und bestätigt finden, als ein Entscheidungsgrund von ganz anderem Werthe, als ein Princip, das durch seine sinnvolle Bedeutung den unmittelbaren Glauben erweckt, daß wir in ihm nicht blos eine der Regeln besitzen, nach denen der Zusammenhang der Ereignisse sich betrachten läßt, sondern den höchsten Gesichtspunkt, nach dem er ge-

ordnet ist. Ich habe ausdrücklich hinzugefügt, daß wir die vorgängige Bestätigung eines solchen Satzes voraussetzen müssen; in der That, so überredend die Behauptung sein würde, der Conflict aller Bewegungen sei so geordnet, daß in dem Endergebniß nichts von dem beabsichtigten Effecte der Componenten verloren gehe, dennoch würde sie, ohne jene Bestätigung ausgesprochen, von sehr zweifelhafter Gültigkeit sein; sie würde einen Grundsatz vorstellen, nach welchem wir vielleicht die Welt ordnen würden, wenn dies unsere Aufgabe sein könnte, und vorausgesetzt, daß eine Möglichkeit vorhanden und von uns aufgefunden wäre, die allgemeine Forderung, die in diesem Grundsatze liegt, wirklich in jedem Einzelfalle zu erfüllen; daß aber die Welt des Wirklichen oder auch nur die des Denkbaren den Inhalt die Form und Fassung und den Zusammenhang ihrer Elemente besitzt, durch den es möglich wird, ihre einzelnen Vorgänge oder auch nur die einzelnen denknothwendigen Gesetze, die wir in abstracter Betrachtung gefunden haben, unter diesen gemeinsamen höchsten Gesichtspunkt zu vereinigen, dies lernen wir erst am Ende unseres Weges. Man weiß, wie oft in der Geschichte der Mechanik Versuche gemacht worden sind, das Ganze des physischen Weltlaufs an solche höchste philosophische Gesetze zu binden; von der beständigen Summe der Bewegungen in dem Weltall, von der Unverlierbarkeit der Kraft, von einem Principe der kleinsten Wirkung und der Sparsamkeit ist gesprochen worden; in allen diesen Versuchen lag nicht blos Sehnsucht nach einem selbstverständlichen Grundgedanken, aus dem die mathematisch bestimmbaren Einzelgesetze der Ereignisse flössen, vielmehr auch die Richtung, in der das Ersehnte zu suchen ist, verfehlten sie nicht ganz; aber es gelang nicht, scharf und rein die Beziehungspunkte ohne Ueberfluß und Mangel festzustellen, in Bezug auf welche ein so allgemeiner Gedanke sich auch ebenso allgemeingültig aussprechen ließ. Inwieweit jetzt Fortschritte hierin geschehen sind, habe ich nicht zu untersuchen; nur die Lebhaftigkeit des Verlangens wollte ich hervorheben, unsere Untersuchungen durch höchste Principien abschließen zu können, welche in der Form synthetischer Urtheile zwei Beziehungsglieder allgemeingültig und selbstverständlich verknüpfen, die durch kein Mittel logischer Beweisführung als analytisch oder identisch zusammengehörig nachweisbar sind.

363. Man pflegt sich über das letzte Ziel der Erkenntniß anders

auszudrücken; man verlangt Zurückführung aller synthetisch erscheinenden Verknüpfungen auf analytische, anstatt deren man übrigens richtiger identische fordern würde; man glaubt endlich auf dem Wege zur Erfüllung dieser Aufgabe zu sein. Am Anfange unserer Erkenntniß werde ein Begriff S zunächst aus den wenigen Merkmalen P Q R gebildet, die man verbunden bereits kennen gelernt habe; zeige dann neue Erfahrung mit ihm in einem Einzelfalle noch ein Merkmal Z verknüpft, so sei der Satz: S ist Z, der diese Wahrnehmung ausdrückt, ein synthetisches Urtheil; bestätige sich jedoch die neue Erfahrung allgemein, so werde Z nun mit in den Begriff S aufgenommen und der Satz: S ist Z sei nun, mit so verändertem S, analytisch geworden; eben dahin endlich gehe alle Anstrengung unserer Erkenntniß, anfänglich so synthetisch erscheinende Verbindungen auf diese analytische Form, Zusammensein also auf Zusammengehörigkeit zurückzuführen. Der Hergang unseres Erkennens ist hierdurch richtig geschildert; denn leider ist zuzugestehen, daß es selten weiter als bis zu diesem Ziele vordringt; aber bemerken muß man doch, daß die zuletzt gedachte Absicht nur in sehr bescheidenem Maße erreicht wird; in dem Sinne gar nicht, daß der frühere Schein eines bloßen Zusammenseins wirklich der Einsicht in eine selbstverständliche Zusammengehörigkeit wiche. Hätten wir den Begriff des Körpers zuerst nur aus den Merkmalen der Ausdehnung der Undurchdringlichkeit und des Trägheitswiderstandes gebildet, aus denen die Nothwendigkeit gegenseitiger Anziehung nicht folgt, so würde der Satz, der Körper sei schwer, ohne Zweifel synthetisch gewesen sein; aber er selbst wird auch dann nicht zu einem analytischen, wenn wir die allgemein beobachtete Gravitation mit in den Begriff des Körpers aufnehmen; nach wie vor bleibt diese aus jenen andern Merkmalen unableitbar, mit ihnen also doch ebenso synthetisch verbunden, wie in dem Urtheile, das diese Verbindung zuerst als eine bestehende Thatsache aussprach. Allerdings, nachdem wir diese synthetische Verknüpfung aller Merkmale des S einmal als gegeben betrachten, können wir auf sie ein analytisches Verfahren anwenden und eines derselben nach dem andern zum Gegenstand gesonderter Betrachtung hervorheben; aber nur ein Verzicht auf Erkenntniß liegt in dieser Anerkennung eines nur thatsächlich allgemeinen Zusammenseins, dessen Zusammengehörigkeit wir nicht begreifen; befriedigt könnten wir nur sein, wenn die Verknüpfung je zweier Merk-

male von S uns die Nothwendigkeit der Gegenwart je eines dritten verbürgte. Solche Beweise können wir in einiger Ausdehnung führen, und überall, wo sie gelingen, bezeichnen sie einen erreichten Fortschritt der Erkenntniß; aber es ist klar, daß sie nicht gelingen können, ohne zuletzt irgendwo eine Prämisse von der Form $A + B = C$ vorauszusetzen, d. h. eine solche, die nicht nach dem nackten Princip der Identität Gleiches einander gleich setzt, sondern ohne Möglichkeit der Zurückführung auf dieses Princip die Gleichheit des Verschiedenen behauptet. Die angebliche Umwandlung aller synthetischen Erkenntniß in analytische läuft daher in der That doch auf die Aufsuchung der einfachsten synthetischen Wahrheiten hinaus.

364. Dies wird man nun, wenn auch vielleicht als eine unnöthig veränderte Ausdrucksweise, zuletzt doch zugestehen; aber man wird daran die Betrachtung knüpfen, eben diese Nothwendigkeit, synthetische Verbindungen als gegeben zuzugestehen, beweise die Unfähigkeit der Erkenntniß, wirklich zu Ende zu kommen und die Zusammengehörigkeit des Zusammenseienden einzusehen; überall bleibe ein Rest des Thatsächlichen, dessen innerer Zusammenhang unverständlich sei und nur durch die Erfahrung verbürgt werde. Ich kann dieser Meinung nicht beipflichten, die Verständniß nur da erreicht zu haben glaubt, wo sie Gleiches einander gleichsetzen kann. Denn daß nun $A = A$ sei, worauf beruht es denn, daß wir diesen Satz unbeanstandet als eine *verständliche* Wahrheit betrachten, wenn nicht auf der unmittelbaren Evidenz, mit welcher er sich uns aufdrängt und keine weitere Vermittlung seiner Gewißheit wünschenswerth macht? Wie es aber zugehe, wie es gemacht werde oder aus welchem inwendigen Zusammenhange es folge, daß A sich selbst gleich sei, wissen wir weder, noch wird Jemand glauben, daß eine solche Frage überhaupt noch Sinn habe. Wenn nun mit gleicher Evidenz sich uns ein einfachster synthetischer Satz von der Form $A + B = C$ darbietet, warum soll hier diese Frage aufgeworfen werden, die dort ohne Bedeutung war? und warum soll diese Gleichung erst mit Hülfe irgend einer Vermittlung gelten, die uns zeigte, *wie* C dem $A + B$ gleich sein könnte, da es doch vorhin als hinreichend zum Verständniß galt, zu wissen, *daß* $A = A$ sei? Ich will nicht weiter wiederholen, daß in unserem Denken keine solche Vermittlung von dem bloßen Satz der Identität, daß jede vielmehr von einem ana-

logen Satze $A^1 + B^1 = C^1$ beginnen müßte; denn hiermit würde ich freilich der Klage über die Unvollkommenheit der Erkenntniß nicht begegnen, die zu keinem selbstverständlichen höchsten Princip gelangen könne; wie aber verhält es sich damit, daß wir irgend eine synthetische Verknüpfung dieser Art als gegeben, als gültig und nur für unser Verständniß undurchdringlich ansehen sollen? Wollen wir annehmen, daß thatsächlich in der Wirklichkeit M und N immer verbunden sind, ohne doch einander etwas anzugehen? Wenn aber zugleich dies unmöglich ist, zugleich auch unmöglich, daß aus einem identischen A Unterschiede M und N entspringen, was bleibt dann übrig, als der Gedanke, daß es sachlich ursprüngliche Zusammengehörigkeiten des Verschiedenen gibt, ursprüngliche Synthesen, deren Beziehungsglieder durch keine Zwischenvermittlung zusammenhängen, welche ihre Vereinigung als noch so entfernte Folgen des Identitätsgesetzes erscheinen ließe, und die dennoch unmittelbar zusammengehören? Wenn nun dies im Sein sich so verhalten muß, wie könnte das Erkennen genöthigt sein, sich die Gewißheit und das Verständniß eines Zusammenhanges durch eine weitere Vermittlung zu verschaffen, die in dem Zusammenhange selbst nicht vorhanden ist? Gewiß kann es daher letzte und einfachste synthetische Wahrheiten geben, die, rein aufgefaßt, nicht blos thatsächlich gelten, sondern auch selbstverständlich, deren Evidenz aber, wenn man alles Logische auf den Satz der Identität gründen will, nicht mehr eine logische, sondern eher eine ästhetische zu nennen ist, und demgemäß nicht an der Denkunmöglichkeit, sondern an der evidenten Absurdität ihres contradictorischen Gegentheils ihren Prüfstein hat. Zu diesen Wahrheiten gehören die einfachsten mechanischen Grundsätze; daß wir sie und alle ihres Gleichen nicht als die frühesten, stets besessenen Bestandtheile unserer Erkenntniß, sondern als die mühsam zu erringenden Endergebnisse derselben betrachten, ist zu deutlich schon oben ausgesprochen worden, um hier wiederholt werden zu müssen.

365. Von einzelnen Untersuchungen ausgehend finden wir zuerst einzelne solche Wahrheiten, jede für sich evident und der Anlehnung an andere unbedürftig; nichts hindert jedoch, sie alle, als zu derselben Welt gehörig, unter einander in Verbindung zu bringen und für sie einen höchsten vereinigenden Gesichtspunkt ebenso zu suchen,

wie jede von ihnen für einen Kreis zusammengehöriger Thatsachen ihn darbot. Es kann sein, daß dann manche dieser Wahrheiten ihren selbständigen Werth verliert, und in der That noch durch logische Mittel als Sonderfall einer allgemeineren nachweisbar wird, zu deren Ausdruck man Begriffe von hinlänglich umfassender Höhe der Abstraction gefunden hat; es ist ebenso möglich und wahrscheinlicher, daß die vielen sich als zusammengehörige Elemente in die Einheit eines Grundgedankens nur mit derselben Evidenz ästhetischer Gerechtigkeit einordnen lassen, mit welcher jede einzelne die Bestandtheile ihrer Aussage logisch unbeweisbar zusammenfaßte. Diese Aufgabe synthetischer und dennoch nothwendiger Entwicklung synthetischer Wahrheiten aus einem höchsten Princip ist vielleicht schon in noch unbestimmter Ahnung die Aufgabe Platonischer Dialektik gewesen; mit Recht kann man sie für das Ziel halten, dem Hegel's Erneuerung dieser antiken Bestrebung galt. Ueber diese Versuche, welche Deutschland einst begeisterten, ist die Gegenwart sehr nüchtern zur Tagesordnung übergegangen, zu der unablässigen empirischen Forschung, deren Unvollkommenheit den gewagten Flug dieses Idealismus lähmte; auch hatte er darin ohne Zweifel Unrecht, für vollendet und vollendbar anzusehen, was wir nur als das letzte Ziel einer der Vollendung sich nähernden Erkenntniß betrachten können. Aber im Angesicht der allgemeinen Vergötterung, die man jetzt der Erfahrung um so wohlfeiler und sicherer erweist, je weniger es noch Jemanden gibt, der ihre Wichtigkeit und Unentbehrlichkeit nicht begriffe, im Angesicht dieser Thatsache will ich wenigstens mit dem Bekenntniß, daß ich eben jene vielgeschmähte Form der speculativen Anschauung für das höchste und nicht schlechthin unerreichbare Ziel der Wissenschaft halte, und mit der Hoffnung schließen, daß mit mehr Maß und Zurückhaltung, aber mit gleicher Begeisterung sich doch die deutsche Philosophie zu dem Versuche immer wiedererheben werde, den Weltlauf zu verstehen und ihn nicht blos zu berechnen.

Druck von Pöschel & Trepte in Leipzig.